

ALEA

Tech Reports

I modelli interni per la valutazione del
rischio di mercato secondo l'approccio
del *Value at Risk*

Flavio Bazzana

Tech Report Nr. 11
Giugno 2001

Alea - Centro di ricerca sui rischi finanziari

Dipartimento di informatica e studi aziendali

Università di Trento - Via Inama 5 - 38100 - Trento

Alea^{web}

<http://www.aleaweb.org>

Flavio Bazzana (*)

I modelli interni per la valutazione del rischio di mercato secondo l'approccio del Value at Risk

Abstract

La metodologia del Value at Risk è diventata lo standard de-facto per la misurazione del rischio di mercato nel sistema bancario internazionale. In questo lavoro si è analizzato tale metodo sotto diverse prospettive: la procedura di calcolo, lo sviluppo della normativa e degli utilizzi operativi nelle banche, lo stato di implementazione nei principali gruppi bancari europei e da parte delle autorità di vigilanza. Per la parte analitica è stata costruita una originale struttura formale per evidenziare le differenze tra i vari metodi di calcolo del VaR, che sono stati poi sviluppati nel linguaggio Matlab per le opportune prove empiriche. Sono stati analizzati i principali utilizzi operativi nell'area finanza di tale metodologia: fissazione di limiti operativi, calcolo della performance, allocazione del capitale. Il lavoro prosegue con la rassegna di alcune esperienze di gruppi bancari europei. Nelle conclusioni vengono evidenziati due aspetti specifici della diffusione del VaR: le modifiche organizzative nelle banche e l'impatto a livello sistemico.

(*) Ricercatore di Economia degli intermediari finanziari, Università degli Studi di Trento e collaboratore di ALEA - Centro di ricerca sui rischi finanziari.

Indice

1. INTRODUZIONE	2
2. IL MODELLO <i>VAR</i> SECONDO L'APPROCCIO STANDARD.....	3
2.1 Apparato formale	3
2.1.1 Nozioni di statistica.....	3
2.1.2 Nozioni di calcolo matriciale	4
2.2 La definizione generale di <i>VaR</i>	4
2.3 La mappatura delle attività finanziarie	5
2.3.1 La mappatura dei titoli di capitale.....	6
2.3.2 La mappatura dei titoli di debito	6
2.3.3 La mappatura di strumenti complessi.....	7
2.3.4 La mappatura per il rischio di cambio	7
2.4 Statistica inferenziale.....	7
2.4.1 La stima del modello distributivo	8
2.4.2 La stima dei parametri.....	8
2.5 I metodi di stima del <i>VaR</i>	9
2.5.1 L'approccio varianza-covarianza.....	10
2.5.2 La simulazione storica	13
2.5.3 Il metodo Monte Carlo.....	17
2.5.4 Comparazione dei metodi	19
Considerazioni teoriche.....	19
Evidenze empiriche	22
2.6 Approcci alternativi.....	25
2.6.1 Lo stress testing.....	25
2.6.2 La Extreme Value Theory	26
3. I MODELLI INTERNI PER LA VALUTAZIONE DEL RISCHIO DI MERCATO	27
3.1 La normativa.....	27
3.1.1 Gli accordi di Basilea.....	27
Il metodo standard.....	28
Il patrimonio di vigilanza.....	29
I controlli interni.....	30
3.1.2 Il recepimento in Italia dell'emendamento sui modelli interni.....	30
3.1.3 Un approccio alternativo: il pre-commitment	35
3.2 I principali utilizzi operativi.....	36
3.2.1 Misurazione e aggregazione del rischio	36
Metodologie alternative di misura e aggregazione del <i>VaR</i> tra unità organizzative	37
Il <i>VaR</i> della singola unità operativa.....	38
Il <i>VaR</i> aggregato.....	38
L'armonizzazione dei parametri.....	39
L'aggregazione delle esposizioni ai fattori di rischio	42
3.2.2 Fissazione di limiti operativi in base al rischio.....	45
3.2.3 La misurazione della performance corretta per il rischio.....	48
I metodi di misurazione "standard"	49
I metodi di misurazione "di portafoglio"	51
Rendimento di portafoglio e incentivi	52
3.2.4 L'allocazione del capitale a rischio	53
Un modello formale.....	54
Alcune considerazioni conclusive.....	56

4. BANCHE E MODELLI INTERNI: RASSEGNA DI ALCUNE ESPERIENZE	58
4.1 L'informativa di bilancio sui sistemi di controllo dei rischi.....	58
4.1.1 I principali gruppi bancari italiani	59
Gruppo San Paolo – IMI.....	59
Gruppo BNL	59
Gruppo Intesa	59
Gruppo MontePaschi.....	59
Gruppo Comit	60
Gruppo Unicredito.....	60
Gruppo BancaRoma.....	60
Gruppo Credem e Banca Popolare di Verona.....	60
4.1.2 Alcuni gruppi europei.....	61
Gruppo Deutsche Bank.....	61
Gruppo Dresdner Bank	61
Gruppo Commerz Bank.....	61
Gruppo WestLB.....	62
Gruppo Bank of Austria.....	62
Gruppo Credit Suisse – First Boston	62
Gruppo BNP – Paribas.....	63
Gruppo Banco Santander.....	63
4.1.3 Tabelle di riepilogo.....	63
4.2 Le istruzioni di vigilanza in materia di modelli interni in alcuni paesi europei ...	65
Germania	65
Austria	66
Svizzera.....	66
Francia	66
Spagna	67
Tabella di riepilogo.....	67
5. CONCLUSIONI	69
5.1 L'impatto sull'organizzazione.....	69
5.2 L'impatto sistemico.....	70
5.3 Alcune considerazioni conclusive	71
6. APPENDICE	72
6.1 Programmi in <i>Matlab</i> [®]	72
6.1.1 Stima del modello distributivo.....	72
6.1.2 Stima del VaR	75
6.2 Dati utilizzati nell'analisi.....	76
6.2.1 Serie storiche e portafogli simulati.....	76
6.3 Le distribuzioni estremali	78
6.3.1 Gumbel	79
6.3.2 Weibull.....	79
6.3.3 Frechet.....	79
7. BIBLIOGRAFIA	80

1. Introduzione

La valutazione e il controllo del rischio di mercato, sia da parte degli Istituti bancari, sia da parte delle Autorità di vigilanza, hanno assunto negli ultimi anni un'importanza sempre crescente, causa anche i casi di perdite clamorose realizzate da importanti società finanziarie e bancarie e imputabili a carenze dei sistemi di controllo dei rischi delle posizioni. La ricerca di uno strumento che potesse dare risultati più efficienti nella valutazione del rischio di mercato ha portato la comunità scientifica e finanziaria ad incentrarsi sul modello del *Value at Risk (VaR)*. Tale strumento, nella sua versione *standard*, ha tra i suoi pregi la facilità di comprensione, anche per i non specialisti, che probabilmente ne ha decretato da subito il successo all'interno del sistema finanziario. Questo lavoro sarà incentrato sull'analisi del *VaR* e delle implicazioni derivanti dalla sua introduzione negli Istituti bancari.

Nel secondo paragrafo, dopo una premessa metodologica sugli strumenti matematici e statistici utilizzati, verranno analizzati i vari metodi di calcolo attualmente in uso per la stima del *VaR*, rilevandone le caratteristiche e i limiti. La rassegna della letteratura è arricchita da esempi su serie storiche reali e portafogli simulati elaborati con alcuni applicativi per il calcolo del *VaR* sviluppati dall'autore in ambiente *Matlab*.

Nel terzo paragrafo verranno analizzate le implicazioni dell'uso dei modelli basati sul *VaR* per la misurazione del rischio di mercato delle banche. Verranno evidenziati i principali passi che le Autorità di vigilanza hanno attuato per regolamentare il rischio di mercato fino all'approvazione dell'emendamento all'Accordo di Basilea sul capitale proprio e al recepimento di tali principi da parte della Banca d'Italia. Distingueremo poi i principali utilizzi operativi di tali modelli: misura e aggregazione del rischio, fissazione di limiti operativi, calcolo dei rendimenti corretti per il rischio e allocazione del capitale.

Nel quarto paragrafo faremo il punto della situazione sull'implementazione dei modelli interni nei principali gruppi bancari in Italia sulla base delle informazioni desumibili dai bilanci. La stessa analisi verrà sviluppata su alcuni dei principali gruppi bancari europei, considerando il possibile effetto delle diverse politiche di vigilanza adottate in materia.

Nell'appendice matematica sono presentati gli applicativi costruiti per il calcolo del *VaR*, i portafogli simulati utilizzati nel lavoro e una parte statistica sulle distribuzioni estremali.

2. Il modello VaR secondo l'approccio standard

Il VaR nella sua definizione comunemente accettata è la massima perdita potenziale di un determinato portafoglio, su un certo orizzonte temporale fissato un dato livello di probabilità. Scopo principale di questo paragrafo è quello di generalizzare tale definizione all'interno di uno schema di riferimento formale, elaborato dall'autore, per poi specificarla in base ai vari metodi di calcolo proposti per la stima del VaR. In questo modo è possibile confrontare in maniera più razionale le diverse metodologie di calcolo, basandosi sulle restrizioni alla definizione generale che ogni metodo deve necessariamente ipotizzare.

2.1 Apparato formale

L'apparato formale che verrà utilizzato nel prosieguo del lavoro è stato ridotto al minimo e comprende i principali concetti statistici e di calcolo matriciale, oltre alle elementari operazioni di analisi.

2.1.1 Nozioni di statistica

In generale una variabile casuale X rappresenta un fenomeno non deterministico come per esempio l'altezza delle persone di una certa età, il peso delle chiocciole in una giornata di pioggia, il rendimento giornaliero del titolo Apple Computer al Nasdaq. Il singolo valore di tale variabile casuale – 180 centimetri, 40 grammi, 1,2%, per esempio –, che viene detto “manifestazione”, viene solitamente rappresentato con la corrispondente lettera minuscola $x \in X$, dove il simbolo \in sta ad indicare “appartiene a”. Una serie di manifestazioni $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ prende il nome di campione e X si definisce anche come “popolazione” da cui tale campione è estratto. Se ordiniamo il campione dal valore più basso a quello più alto, dividiamo le osservazioni in classi, e calcoliamo le frequenze associate ad ogni classe, cioè quante osservazioni cadono in una determinata classe, otteniamo una serie di coppie di valori $\{(c_1, y_1), (c_2, y_2), \dots, (c_m, y_m)\}$ la cui rappresentazione sul piano (c, y) , eventualmente rappresentata mediante un grafico a istogrammi, individua il “poligono di frequenza”. La “funzione di densità di probabilità” empirica del campione estratto dalla popolazione X viene identificata nel piano (c, y) con le coppie di punti $\left\{ \left(c_1, \frac{y_1}{n} \right), \left(c_2, \frac{y_2}{n} \right), \dots, \left(c_m, \frac{y_m}{n} \right) \right\}$. Da

questa, con tecniche della statistica inferenziale¹, si può inferire la forma della funzione $f(x, (a_1, a_2, \dots, a_l))$ di densità teorica di tutta la popolazione, dove (a_1, a_2, \dots, a_l) sono una serie di parametri che ne determinano la forma. Una volta stimata tale funzione possiamo dare una risposta a domande del tipo: qual'è la probabilità che una chiocciola trovata in una giornata di pioggia abbia un peso compreso tra 30 e 40 grammi, oppure qual'è la probabilità che il rendimento giornaliero della Apple computer sia superiore all'1%, e così via. I valori di probabilità non saranno altro che l'area sottesa alla funzione di densità teorica della popolazione, compresa tra gli estremi degli intervalli così definiti. Nella fattispecie avremo $p_1 = \int_{30}^{40} f(x, (a_1, a_2)) dx$ e $p_2 = \int_{1\%}^{\infty} g(r, (b_1)) dr$ con (a_1, a_2) e (b_1) stimati con procedure di statistica inferenziale.

¹ Vedi paragrafo 2.3 di questo lavoro.

2.1.2 Nozioni di calcolo matriciale

Un vettore è un insieme ordinato di valori, posti solitamente per convenzione in senso

verticale, che viene indicato con una lettera minuscola in grassetto, $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}$. Una matrice è

un insieme ordinato di vettori affiancati della stessa dimensione, che viene indicata con una

lettera maiuscola in grassetto, $\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_{1,1} & x_{1,2} & \cdots & x_{1,m} \\ x_{2,1} & x_{2,2} & \cdots & x_{2,m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n,1} & x_{n,2} & \cdots & x_{n,m} \end{bmatrix}$ dove i due pedici di ogni valore

identificano rispettivamente la riga e la colonna della matrice. Le operazioni sulle matrici e sui vettori che verranno utilizzate nei prossimi paragrafi sono la somma e la differenza, il prodotto, la trasposta e l'operatore \otimes . La somma di due vettori, \mathbf{a} e \mathbf{b} , che devono essere della stessa dimensione, è un vettore i cui elementi sono la somma dei rispettivi elementi dei vettori di partenza, lo stesso vale per la differenza. La trasposta di un vettore, che viene indicata con una T ad apice, è lo stesso vettore solo ordinato in senso orizzontale, per cui $\mathbf{a}^T = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_n]$. Il prodotto tra due vettori, che devono contenere lo stesso numero di elementi, ma essere uno ordinato in verticale e l'altro in orizzontale, da come risultato

$\mathbf{a}^T \mathbf{b} = \sum_{i=1}^n a_i b_i$ che è un numero scalare. Tale operazione è commutativa, $\mathbf{a}^T \mathbf{b} = \mathbf{b}^T \mathbf{a}$, ma non

per la posizione della trasposta in quanto $\mathbf{a}^T \mathbf{b} \neq \mathbf{a} \mathbf{b}^T = \mathbf{C}$, una matrice in cui ogni elemento è dato dal prodotto dei singoli elementi dei due vettori $c_{i,j} = a_j b_i$. In questo caso, e solo in

questo, i due vettori possono avere anche dimensioni diverse. La somma di due matrici \mathbf{A} e \mathbf{B} , che devono essere delle stesse dimensioni – stesso numero di colonne e stesso numero di righe – è una matrice \mathbf{C} in cui ogni elemento è pari alla somma dei singoli elementi delle matrici addende, $c_{i,j} = a_{i,j} + b_{i,j}$, e lo stesso vale per la differenza. Il prodotto fra due matrici

$\mathbf{C} = \mathbf{A} \mathbf{B}$, il cui numero di colonne di \mathbf{A} deve essere uguale al numero di righe di \mathbf{B} , è una matrice con numero di righe uguale al numero di righe della prima e numero di colonne uguale a quello della seconda. Ogni singolo elemento di \mathbf{C} è pari al prodotto tra il vettore

riga di \mathbf{A} con il vettore colonna di \mathbf{B} , cioè $c_{i,j} = \sum_{k=1}^n a_{i,k} b_{k,j}$. L'operatore \otimes tra due vettori di

uguale dimensione è definito come $\mathbf{a} \otimes \mathbf{b} = [a_1 b_1, a_2 b_2, \dots, a_n b_n]^T$.

2.2 La definizione generale di VaR

Come visto all'inizio di questo paragrafo il VaR è la massima perdita potenziale di un determinato portafoglio, su un certo orizzonte temporale fissato un dato livello di probabilità. Per calcolarlo è necessario individuare il modello distributivo² $f(v_t^e, \mathbf{a})$ delle

variazioni attese assolute v_t^e al tempo t di un dato portafoglio, dove \mathbf{a} è il vettore dei

parametri di tale distribuzione, e calcolare il valore che risolve l'equazione $\int_{-\text{var}}^{\infty} f(k, \mathbf{a}) dk = \beta$

²Il termine modello distributivo è sinonimo di funzione di densità di probabilità e di funzione di distribuzione. Tali termini possono essere utilizzati, almeno a questo livello di approfondimento, indistintamente.

dove β è il livello di probabilità³. Utilizzando la funzione di ripartizione⁴, definita come

$$F(x, \mathbf{a}) = \int_{-\infty}^x f(k, \mathbf{a}) dk, \text{ si può anche scrivere } F(-VaR, \mathbf{a}) = 1 - \beta, \text{ da cui } VaR = F^{-1}(1 - \beta, \mathbf{a}).$$

Il problema principale è quindi la corretta identificazione del migliore modello distributivo $f(dv)$ dove la variabile casuale $dv \in X$ rappresenta le variazioni attese del valore del portafoglio, cioè $dv_t^e = v_t^e - v_0$ dove v è il valore del portafoglio nella valuta di riferimento e t è il periodo di detenzione, cioè il periodo entro il quale si ipotizza che il portafoglio non muti la sua composizione. Un portafoglio è composto da varie attività finanziarie combinate linearmente le cui variazioni attese di prezzo possono essere governate da diversi modelli distributivi, per cui la variabile casuale dv è generalmente, a meno di ipotesi restrittive, un miscuglio statistico. La variazione complessiva attesa del portafoglio è infatti $dv_t^e = v_t^e - v_0 = \mathbf{q}_0^T \mathbf{p}_t^e - \mathbf{q}_0^T \mathbf{p}_0 = \mathbf{q}_0^T (\mathbf{p}_t^e - \mathbf{p}_0)$ dove \mathbf{q} e \mathbf{p} sono i vettori delle quantità delle varie attività in portafoglio e i loro prezzi, rispettivamente. Il problema si riduce, quindi, essendo la coppia $(\mathbf{q}_0, \mathbf{p}_0)$ data, alla identificazione degli n modelli distributivi del vettore \mathbf{p}_t^e e alla costruzione⁵ del modello distributivo di dv_t^e per poi successivamente risolvere l'equazione iniziale per il calcolo del VaR . Questo nel caso in cui il portafoglio sia composto da attività espresse in valuta comune; per un portafoglio diversificato sotto l'aspetto valutario è necessario tenere conto anche della variabile casuale tasso di cambio. La variazione attesa di portafoglio sarà, in questo caso, $dv_t^e = \mathbf{q}_0^T (\mathbf{c}_t^e \otimes \mathbf{p}_t^e - \mathbf{c}_0 \otimes \mathbf{p}_0)$ con \mathbf{c} il vettore dei tassi di cambio. Nel caso più generale il problema si riconduce nel trovare $n+m$ modelli distributivi, per ogni prezzo di attività in valuta locale e per ogni tasso di cambio, per identificare poi il modello distributivo della variabile casuale variazione attesa del portafoglio. Per omogeneità con la letteratura modifichiamo la notazione utilizzata sostituendo i prezzi con i rendimenti, per cui la variazione del portafoglio diventa $dv_t^e = v_t^e - v_0 = v_0(1 + r_{v,t}^e) - v_0 = v_0 r_{v,t}^e$ e, in termini di rendimenti, dopo i dovuti passaggi, $dv_t^e = \mathbf{q}_0^T (\mathbf{c}_0 \otimes \mathbf{p}_0 \otimes \mathbf{r}_{a,t}^e)$ dove \mathbf{r} è il vettore dei rendimenti delle attività, valutato nella valuta di riferimento.

Il VaR , come abbiamo visto nella definizione, viene stimato su un certo orizzonte temporale t di riferimento pari al periodo di detenzione del portafoglio. In teoria per ogni t bisognerebbe stimare la corrispondente funzione di densità di probabilità con i rispettivi parametri, per poi calcolare il VaR . Ipotizziamo che i rendimenti giornalieri siano fra di loro indipendenti e governati dalla stessa funzione di densità, con parametri identici. Questo implica che la determinazione di ieri non influenza la determinazione di oggi⁶, e che il processo di generazione dei rendimenti non si modifica, almeno nel breve periodo. Stante queste condizioni si dimostra facilmente che il rendimento atteso del portafoglio a t giorni è pari a t volte il rendimento atteso ad un giorno, e lo stesso vale per la varianza attesa. Queste conclusioni verranno poi riprese nelle singole specificazioni della definizione di VaR corrispondenti ai vari metodi di calcolo.

2.3 La mappatura delle attività finanziarie

Risolvere in maniera corretta il problema del paragrafo precedente comporta l'identificazione degli n modelli distributivi per ogni attività presente in portafoglio e la loro

³ Una definizione generale non può evidentemente ipotizzare aprioristicamente una data funzione di densità di probabilità.

⁴ La funzione di ripartizione esprime la probabilità di ottenere una determinazione della variabile casuale con valore inferiore ad x .

⁵ La costruzione del modello distributivo non sempre è analiticamente possibile.

⁶ Implicitamente si accetta la definizione di efficienza dei mercati finanziari.

aggregazione – non sempre statisticamente possibile – per la stima del *VaR* complessivo. Tale procedimento prende anche il nome di *full valuation* in quanto si valutano le distribuzioni dei ritorni di tutte le attività presenti nel portafoglio. Una prima semplificazione, valida per tutti i metodi di stima ed introdotta per ridurre sia il numero di calcoli, sia il numero di previsioni complessive, è stata quella di mappare le singole attività su fattori specifici di rischio. Tale mappatura può essere di tipo “rappresentativo” o di tipo “quantitativo”. Nel primo caso si dividono le attività in classi comuni – titoli azionari, titoli obbligazionari, ecc. – individuando per ciascuna classe i fattori di rischio corrispondenti – indici di borsa, tassi di interesse – che meglio “seguono” l’andamento della classe di attività corrispondente. Nel secondo caso si utilizzano metodi quantitativi per individuare delle ipotetiche variabili che spiegano l’andamento della classe di attività⁷. In entrambi i metodi il vettore $\mathbf{r}_{a,t}^e$ si riduce di dimensioni al vettore $\mathbf{r}_{f,t}^e$ dei soli fattori di rischio, che deve essere stimato. I rendimenti attesi delle singole attività vengono poi calcolati utilizzando le sensibilità di ogni attività al fattore di rischio corrispondente. Otteniamo $\mathbf{r}_{a,t}^e = g_f(\mathbf{r}_{f,t}^e, \mathbf{b}_a)$ dove \mathbf{b}_a è il vettore delle sensibilità di ogni attività al fattore di rischio e g_f è la funzione di stima dei rendimenti delle attività per ogni fattore. Il *VaR* del portafoglio dipende ora dalle stime delle distribuzioni dei soli fattori di rischio e dall’individuazione delle g_f più corrette. La mappatura per le attività in valuta diversa da quella di riferimento presenterà un fattore di rischio comune, il relativo tasso di cambio, che deve essere trattato, nei metodi di stima del *VaR*, come gli altri fattori.

La procedura di mappatura comporta la perdita di informazioni qualunque sia il metodo utilizzato, in quanto la varianza spiegata dopo il procedimento di mappatura è minore di quella calcolata direttamente dai rendimenti delle attività⁸. La scelta fra i vari procedimenti di mappatura dipende quindi dal residuo di varianza spiegata e dal numero di componenti utilizzate nella stima⁹. Tale procedura può essere utilizzata per tutti i tre metodi di stima del *VaR* che verranno discussi.

2.3.1 La mappatura dei titoli di capitale

Per mappare i titoli di capitale viene solitamente utilizzato un appropriato indice di borsa, per cui la $\mathbf{r}_{a,t}^e = g_f(\mathbf{r}_{f,t}^e, \mathbf{b}_a)$ diventa $\mathbf{r}_{a,t}^e = b_{a,1} + b_{a,2}\mathbf{r}_{f,t}^e$ con il primo coefficiente che viene posto solitamente uguale a zero. Ogni titolo è perciò mappato sul relativo indice di borsa, che può essere anche settoriale, nel qual caso si avrebbe una minore perdita di informazioni. Con la mappatura settoriale si identificano in maniera più precisa i movimenti all’interno di una stessa economia, cosa che l’utilizzo di un indice di mercato non consente. Per la stima del *VaR*, indifferentemente dal tipo di metodo utilizzato, ogni indice settoriale, per ogni mercato, diventerà uno specifico fattore di rischio.

2.3.2 La mappatura dei titoli di debito

La mappatura dei titoli di debito si presenta più complessa di quella dei titoli di capitale in quanto, utilizzando come fattore di rischio il tasso di interesse, il prezzo dei titoli con cedola risulta sensibile alle diverse scadenze della curva dei tassi. Una delle tecniche utilizzate¹⁰ per risolvere tale problema è quella di trasformare i vari titoli di debito in zero coupon in modo da limitare la loro sensibilità al solo tasso corrispondente alla scadenza. In questo modo avremo per ogni mercato un portafoglio composto da zero coupon con differenti scadenze,

⁷ I metodi utilizzati sono quello delle componenti principali e dell’analisi fattoriale, vedi ad esempio Koutsoyiannis (1997) e Vitali (1993).

⁸ Questo è ben presente, per esempio, nel metodo delle componenti principali.

⁹ Al limite, la varianza spiegata residua può anche diventare zero, ma in questo caso il numero di componenti risulterebbe uguale al numero di attività.

¹⁰ Questo tipo di approccio viene usato in JP Morgan e Reuters (1996).

che devono però essere uniformate alle scadenze standard della curva dei tassi. Ogni zero coupon viene trasformato in due zero coupon con scadenza compresa tra le due scadenze standard più vicine. Per esempio, uno zero coupon con scadenza a 40 giorni viene trasformato in due zero coupon con le scadenze standard di 30 e 60 giorni. Per fare questo esistono diversi metodi che si differenziano sostanzialmente per il tipo di proprietà che viene preservata nell'operazione. Uno dei metodi comunemente proposti è quello che preserva il valore e la varianza dello zero coupon originario rispetto ai due trasformati¹¹.

Il portafoglio dei titoli di debito è ora composto da un numero di zero coupon pari al numero di scadenze standard utilizzate per descrivere la curva dei rendimenti, ognuna delle quali è un fattore di rischio. In questo modo la $\mathbf{r}_{a,t}^e = g_f(\mathbf{r}_{f,t}^e, \mathbf{b}_a)$ diventa $r_{a,t}^e = -b_a r_{f,t}^e$ dove b è la *duration* dello zero coupon (coincidente con la scadenza) e r_f è il rendimento del tasso standard corrispondente, cioè $r_{f,t}^e = \frac{i_{f,t}^e - i_{f,t-1}^e}{i_{f,t-1}^e}$, e la mappatura è così completa¹².

2.3.3 La mappatura di strumenti complessi

Per mappare gli strumenti finanziari più complessi si cerca solitamente di scomporli negli equivalenti degli strumenti standard (titoli di capitale, titoli di debito) per poi trattare questi ultimi separatamente. Per esempio, una posizione lunga *future* sul Bund viene scomposta in una posizione lunga sul Bund decennale di importo pari al valore del sottostante, che viene poi trasformata negli zero coupon equivalenti, mappati successivamente sulla curva a scadenza. Altre posizioni più complesse possono prevedere scomposizioni su equivalenti in diversi mercati, ma l'approccio rimane sempre valido. Per le posizioni non lineari si possono introdurre elementi del second'ordine (come la *convexity* nel caso dei titoli di debito) per meglio approssimare la sensibilità dello strumento ai fattori di rischio.

2.3.4 La mappatura per il rischio di cambio

Gli strumenti finanziari in divisa diversa dall'unità di conto generano una posizione anche sul cambio. Qualunque strumento viene quindi mappato sui fattori di rischio corrispondenti alla valuta dello strumento e contestualmente genera una posizione pari al valore dello stesso mappata sul tasso di cambio, ovviamente in rapporto di uno a uno. Un portafoglio composto da un titolo di stato americano – un *Treasury Bill*, per esempio – verrà mappato sia sulla curva dei tassi statunitensi, sia sul tasso di cambio euro/dollaro per un importo pari al valore in dollari del titolo.

2.4 Statistica inferenziale

Per stimare correttamente il *VaR* di un portafoglio dobbiamo necessariamente ipotizzare un modello distributivo – una funzione di densità di probabilità – che governa il rendimento dello stesso, e stimarne i parametri identificativi. Questa disciplina va sotto il nome di statistica inferenziale, in quanto si cerca di “inferire” da un campione estratto casualmente da una popolazione, le caratteristiche di quest'ultima. Formalmente, date le informazioni presenti nei dati di un campione \mathbf{X}_0 , si cerca di stimare il modello distributivo “vero” della popolazione, cioè $\tilde{f}(x, \tilde{\mathbf{a}}) = \xi(\mathbf{X}_0)$, dove ξ rappresenta il procedimento completo di stima. Il primo passo consiste, quindi, nel trovare il miglior modello distributivo per la popolazione che stiamo analizzando, nel nostro caso il rendimento di un portafoglio di attività finanziarie.

¹¹ Questo è lo standard di RiskMetrics.

¹² Per raffinare ulteriormente la mappatura può essere aggiunta anche la *convexity* di ogni zero coupon.

2.4.1 La stima del modello distributivo

Un primo passo per stimare la distribuzione dei rendimenti di portafoglio è quello di identificare i modelli distributivi delle attività presenti in esso¹³. La distribuzione dei rendimenti delle attività finanziarie può essere governata da diversi modelli, che dipendono, in prima approssimazione, dalla struttura dell'attività e dal suo legame con i fattori di rischio¹⁴. Anche se spesso i rendimenti di molte attività finanziarie seguono comportamenti anche sensibilmente diversi dalla distribuzione normale¹⁵, come è stato evidenziato in numerosi lavori¹⁶, si ipotizza comunque che i rendimenti di portafoglio siano governati da tale distribuzione. Infatti, se il portafoglio è composto da un numero sufficientemente elevato di attività finanziarie, indipendenti fra di loro, e nessuna “copre” le altre, un importante teorema della statistica inferenziale¹⁷ ci consente sostanzialmente di utilizzare la distribuzione normale per i rendimenti di portafoglio, anche se le distribuzioni delle singole attività non seguono tale modello. La non perfetta indipendenza delle singole attività (si pensi ad esempio all'andamento correlato dei rendimenti dei titoli di debito) inficia però in maniera più o meno sensibile tale teorema, per cui anche il rendimento di portafoglio può non essere governato dalla distribuzione normale. I vari metodi di stima del *VaR*, che analizzeremo nei prossimi paragrafi, hanno cercato, in maniera diretta o indiretta, di risolvere tale problema. Un'analisi più approfondita sarebbe comunque auspicabile in quanto la corretta identificazione del modello distributivo più appropriato dei rendimenti di portafoglio porterebbe ad una stima più precisa anche del *VaR*. Un primo metodo sommario di identificazione, che consente anche di stimare i parametri del modello distributivo, è quello dell'anamorfoosi di linearizzazione, di cui si parlerà più approfonditamente in appendice.

2.4.2 La stima dei parametri

Il passaggio successivo, una volta individuato il modello distributivo più appropriato, è quello della stima dei suoi parametri. Nell'ipotesi di normalità dei rendimenti – dei fattori di rischio o delle attività – e supponendo che la media giornaliera sia uguale a zero, la procedura di stima si limita al calcolo della matrice di varianza-covarianza¹⁸. L'insieme informativo a disposizione per la stima comprende la serie storica dei T vettori dei prezzi delle attività – o dei soli fattori di rischio se usiamo la mappatura – e dei tassi di cambio, oltre ad una serie di altre informazioni presenti nell'economia nel suo complesso. Formalmente definiamo l'insieme delle informazioni disponibili al tempo zero come $\Omega_0 = \{\mathbf{X}_0\} \cup \{\Psi_0\}$, dove $\mathbf{X}_0 = \left[\begin{matrix} \mathbf{r}_{f1} & \mathbf{r}_{f2} & \dots & \mathbf{r}_{fn} \\ \mathbf{r}_{c1} & \mathbf{r}_{c2} & \dots & \mathbf{r}_{cm} \end{matrix} \right]$ è la matrice dei vettori dei rendimenti dei fattori di rischio e dei tassi di cambio, e Ψ sono le altre informazioni disponibili. Detta Σ^e la matrice di varianza-covarianza attesa, i vari metodi di stima possono essere identificati come $\tilde{\Sigma}^e = \gamma(\Omega_0)$.

Il metodo più semplice è quello di usare la matrice di varianza-covarianza storica come stima di quella futura, cioè $\tilde{\Sigma}^e = \gamma_s(\mathbf{X}_0) = \frac{1}{n+m} \mathbf{X}_0^T \mathbf{X}_0$, non tenendo conto della media dei

¹³ Come vedremo successivamente per portafogli composti di un numero elevato di attività, tale passo non è sempre necessario.

¹⁴ La presenza di non-linearità, come nel caso delle opzioni, ma anche dei titoli di debito, determina, solitamente, distribuzioni non simmetriche.

¹⁵ Una delle differenze più evidenti è la presenza nei dati reali di code più “spesse” di quelle della normale. Questo comporta che la probabilità di perdite elevate risulterebbe sottostimata.

¹⁶ Si veda, ad esempio Fama (1965) e la survey nelle prime pagine di Meegan (1995).

¹⁷ Il teorema del limite centrale, che si deve, insieme alla legge dei grandi numeri, a Bernoulli e a De Moivre-Laplace.

¹⁸ Vedremo che questa stima non è necessaria nel metodo di calcolo del *VaR* basato sulla simulazione storica.

rendimenti, che comunque non modifica in maniera sensibile la matrice di varianza-covarianza. Questo metodo, specialmente se la serie storica dei rendimenti è abbastanza lunga, presenta l'inconveniente principale di dare lo stesso peso agli avvenimenti recenti e a quelli più lontani nel tempo. Nell'ipotesi di non stazionarietà dei sistemi economici tale ipotesi risulta abbastanza forte e come tale è stata successivamente indebolita.

Il metodo adottato in *RiskMetrics* prevede una ponderazione esponenziale dei rendimenti, in modo che il peso degli stessi nel calcolo della matrice sia minore per i dati più lontani nel

tempo. In questo caso avremo $\tilde{\Sigma}^e = \gamma_E(\Omega_0) = (1-\lambda)(\Lambda \mathbf{X}_0)^T \mathbf{X}_0$ dove $\Lambda = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda^{T-1} \end{bmatrix}$

con la scelta del valore di λ che può essere fatta secondo vari principi¹⁹. Questo metodo utilizza una piccola parte dell'insieme informativo Ψ , solamente il fatto che i dati più lontani nel tempo hanno probabilmente meno influenza nel futuro più vicino. Un metodo simile a quest'ultimo, almeno nella filosofia, è la procedura GARCH²⁰ che, con opportuni valori dei parametri, può ricondursi al metodo precedente.

Un metodo più raffinato e che utilizza un maggior numero di informazioni prevede di stimare la matrice di varianza-covarianza utilizzando la volatilità implicita presente nel prezzo delle opzioni²¹. In questo caso viene sfruttato in maniera più efficiente l'intero insieme informativo a disposizione, $\tilde{\Sigma}^e = \gamma_I(\Omega_0)$ in quanto si utilizzano le previsioni degli operatori – e, quindi, del mercato essendo i prezzi in equilibrio – oltre al valore storico dei rendimenti. Tale metodo si scontra però con la limitatezza del numero delle opzioni disponibili sul mercato, in particolare di opzioni dipendenti dalle correlazioni tra fattori, e può portare ad una matrice di varianza-covarianza incompleta. Gli eventuali dati mancanti potrebbero comunque essere calcolati con uno dei metodi precedenti.

2.5 I metodi di stima del VaR

Il calcolo del VaR, come visto all'inizio, data $F(-VaR_t^e, \mathbf{a}_t)$, la funzione di ripartizione delle variazioni attese dv_t^e del portafoglio al tempo t , e \mathbf{a} il vettore dei suoi parametri, sarà $VaR_t^e = \tilde{F}^{-1}(1-\beta, \tilde{\mathbf{a}}_t)$ con $(\tilde{F}, \tilde{\mathbf{a}}) = \zeta(\Omega_0)$. La scelta del metodo di stima può anche essere fatta in un ottica informativa, individuando ζ sulla base del tipo di utilizzo delle informazioni presenti in Ω_0 . In una prima approssimazione può essere considerato migliore quel metodo che proietta nel tempo solo quelle informazioni che si ritengono avere più garanzie di stabilità²².

Nel prosieguo del paragrafo verranno analizzati i tre metodi standard utilizzati per la stima del VaR e con ognuno di essi verrà calcolato il VaR di tre portafogli azionari²³. Il primo è formato da sei azioni su tre mercati (Italia, Stati Uniti e Germania) per un valore complessivo di 60,24 milioni di Euro, con cinque anni di dati a disposizione. Il secondo è formato sempre da sei azioni, ma su quattro mercati (Italia, Stati Uniti, Germania e Giappone) e con un valore più elevato, pari a 145,86 milioni di Euro, con un solo anno di dati. L'ultimo portafoglio consta di otto azioni su quattro mercati (Italia, Stati Uniti,

¹⁹ Vedi JP Morgan e Reuters (1996).

²⁰ *Generalised autoregressive conditional heteroskedastic*, vedi Engle (1982) e Bollerslev (1986).

²¹ Vedi Corrado e Miller (1996) oltre a Beber e Erzegovesi (1999).

²² La scelta può anche essere di tipo ex-post, scegliendo il modello con la migliore previsione (Berkowitz, 1999).

²³ Vedi l'appendice per ulteriori spiegazioni.

Giappone e Inghilterra) per un controvalore di 808,78 milioni di Euro e due anni di dati. I fattori di rischio per il primo portafoglio sono quattro (indice azionario Mib 30, Nasdaq settoriale computer, Dax 30 e tasso di cambio dollaro/euro), il secondo ne ha sette (Mib 30, Nasdaq settoriale computer, Dow Jones, Dax 30, Nikkei 225 e i tassi di cambio di dollaro e yen nei confronti dell'Euro) come l'ultimo (Mib 30, Dow Jones, Nikkei 225, Ftse 100 e i tassi di cambio di dollaro, yen e sterlina sull'Euro).

2.5.1 L'approccio varianza-covarianza

Con il metodo varianza-covarianza si ipotizza che le distribuzioni dei rendimenti dei fattori di rischio – o delle attività nel caso di *full valuation*²⁴ – siano governate dalla funzione di densità normale. In questo modo si riesce a sfruttare la proprietà di tale distribuzione per cui la somma di variabili distribuite normalmente è anch'essa distribuita nello stesso modo. Il rendimento di portafoglio, somma algebrica ponderata dei rendimenti delle singole attività, è quindi governato dalla distribuzione normale, che viene completamente identificata nei suoi due parametri: media e varianza. La stima del *VaR* sarà quindi data da $VaR_t^e = N^{-1}(1 - \beta, \tilde{\mu}_{p,t}, \tilde{\sigma}_{p,t}^2)$ dove $(N, \tilde{\mu}_{p,t}, \tilde{\sigma}_{p,t}^2) = \zeta_{vc}(\Omega_0)$, che diventa $VaR_t^e = -\alpha_{1-\beta} \tilde{\sigma}_{p,t} W$

ponendo $\tilde{\mu}_{p,t} = 0$. Il valore α risolve la $\int_{\alpha}^{\infty} N_S(k) dk = \beta$, dove N_S è la funzione di densità

normale standardizzata, W è il valore del portafoglio nella valuta di riferimento e $\tilde{\sigma}_{p,t}$ è la stima della volatilità del rendimento di portafoglio a t giorni. Utilizzando l'ipotesi di indipendenza delle singole manifestazioni²⁵ tale valore può scriversi come $\tilde{\sigma}_{p,t} = \tilde{\sigma}_{p,1} \sqrt{t}$, per cui la formula finale del *VaR* diventa $VaR_t^e = -\alpha_{1-\beta} \tilde{\sigma}_{p,1} \sqrt{t} W$. L'unico termine incognito è la varianza dei rendimenti di portafoglio giornalieri, che, date le ipotesi sulla normalità, si ottiene facilmente come $\tilde{\sigma}_{p,1}^2 = \mathbf{w}^T \tilde{\Sigma}^e \mathbf{w}$, dove \mathbf{w} è il vettore dei pesi relativi delle singole attività nel portafoglio nella valuta di riferimento. Con tali passaggi la stima del *VaR* del portafoglio diventa $VaR_t^e = -\alpha_{1-\beta} (\mathbf{w}^T \Sigma \mathbf{w})^{\frac{1}{2}} \sqrt{t} W$, che può anche scriversi come

$VaR_t^e = (\mathbf{var}_t^T \mathbf{C} \mathbf{var}_t)^{\frac{1}{2}}$ dove il vettore \mathbf{var} ha come componenti la stima del *VaR* di ogni attività, o fattore di rischio, e \mathbf{C} è la matrice di correlazione dei rendimenti degli stessi. In questo modo, se si effettua la mappatura delle attività del portafoglio, è possibile calcolare il *VaR* relativo ad ogni fattore di rischio prescelto. La stima del *VaR* per i tre portafogli sulla base di tale metodo è riportato nella seguente tabella, dove il calcolo è stato fatto sia utilizzando rendimenti aritmetici, sia logaritmici, con volatilità non ponderata.

²⁴ L'approccio di *full valuation* nel caso di portafogli particolarmente complessi oltre ad aumentare la complessità della stima della matrice di varianza-covarianza, può risultare impossibile se il numero di attività è inferiore al numero di osservazioni a disposizione.

²⁵ Vedi la fine del paragrafo 2.3.

Portafogli	<i>VaR</i> (rend. aritmetici)	<i>VaR</i> (rend. logaritmici)
Portafoglio 1	5.858.200 €	5.846.700 €
Portafoglio 2	10.226.700 €	10.221.600 €
Portafoglio 3	78.024.200 €	77.967.100 €

Tabella 2.1: Stima del *VaR* con il metodo delta-normal dai fattori $\beta=0,95$ $t=20$, volatilità non ponderata

Come si può notare la differenza utilizzando i due diversi metodi per il calcolo del rendimento delle attività è minima per tutti i portafogli. Nella prossima tabella il *VaR* viene calcolato utilizzando la stima della matrice di varianza-covarianza con la ponderazione esponenziale, e sempre con i due tipi di calcolo dei rendimenti.

Portafogli	<i>VaR</i> (rend. aritmetici)	<i>VaR</i> (rend. logaritmici)
Portafoglio 1	5.477.200 €	5.467.600 €
Portafoglio 2	9.175.000 €	9.157.300 €
Portafoglio 3	64.026.400 €	63.853.000 €

Tabella 2.2: Stima del *VaR* con il metodo delta-normal dai fattori $\beta=0,95$ $t=20$, volatilità con ponderazione ($\lambda=0,94$)

Si nota subito la differenza sensibile, specialmente per il terzo portafoglio, tra i due metodi di stima della varianza-covarianza, che risulta così variabile cruciale. Nel grafico successivo viene presentata la stima del *VaR* per il primo portafoglio, togliendo man mano i dati più lontani. I coefficienti di sensibilità sono stimati con tutti i dati a disposizione e non vengono modificati nel corso dell'elaborazione²⁶.

²⁶ Ipotizziamo, quindi, la maggior stabilità della stima dei coefficienti di sensibilità rispetto alla stima del *VaR*. In prima approssimazione, senza entrare troppo nel dettaglio, si può ragionevolmente ipotizzare che il legame del singolo titolo con l'indice corrispondente sia più stabile del legame tra l'indice e gli altri fattori di rischio. Quest'ultimo è legato all'andamento del ciclo economico sia del singolo paese, sia nei confronti degli altri paesi, mentre il coefficiente di sensibilità esprime un legame più "profondo" del titolo con il rispettivo indice.

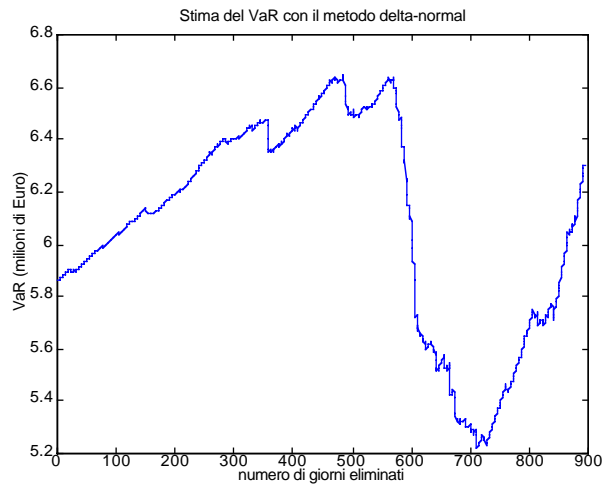


Grafico 2.1: Stima del VaR con il metodo delta-normal ($\beta=0,95$ $t=20$)
Portafoglio 1, stima dai fattori, volatilità non ponderata

La scelta del numero di giorni da utilizzare nella stima del VaR risulti variabile cruciale, che può portare, in questo caso, ad oscillazioni nella stima pari a circa 1,4 milioni di Euro. Questo deriva dal cosiddetto *ghost effect* che si manifesta quando il peso è uguale per ogni singola osservazione, per cui i dati lontani hanno la stessa importanza dei dati più vicini al periodo di calcolo. Può accadere che l'eliminazione di un dato lontano, dove era presente un sensibile calo o una crescita dei corsi, comporti un modifica altrettanto sensibile del VaR . Diversa è la situazione evidenziata nel grafico successivo dove la stima della volatilità è calcolata con la ponderazione esponenziale che "schiaccia" i dati più lontani, eliminando così il *ghost effect*.

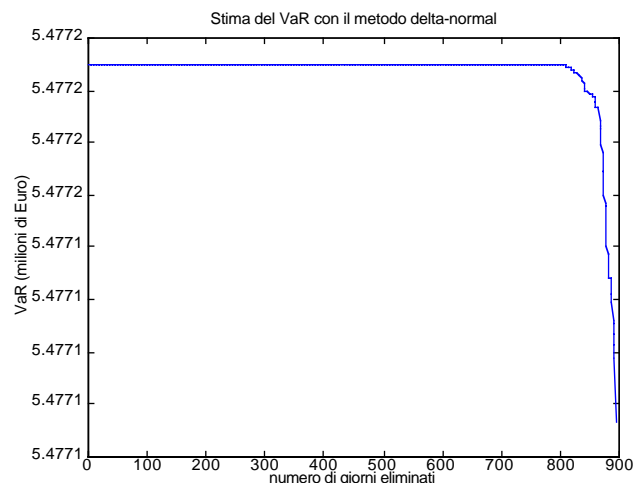


Grafico 2.2: Stima del VaR con il metodo delta-normal ($\beta=0,95$ $t=20$)
Portafoglio 1, stima dai fattori, volatilità ponderata ($\lambda=0,94$), tutti i dati

L'andamento del grafico precedente non implica che la stima del VaR con la ponderazione esponenziale sia invariante nel tempo, ma solo che risulta indipendente dai valori più

lontani dei dati, il cui peso quasi nullo non modifica la stima della matrice di varianza-covarianza. Nel contempo risulta però più sensibile a variazioni della volatilità recente, effetto comunque meno indesiderabile di quello da *ghost effect*. Nel grafico successivo viene calcolato il *VaR* con lo stesso metodo, usando 500 dati per la stima della matrice, ma effettuando il calcolo per tutti i 400 giorni precedenti all'ultimo dato disponibile. Come si può notare, e come era prevedibile, la stima subisce sensibili variazioni, in quanto viene tolto l'ultimo dato che ha la ponderazione maggiore.

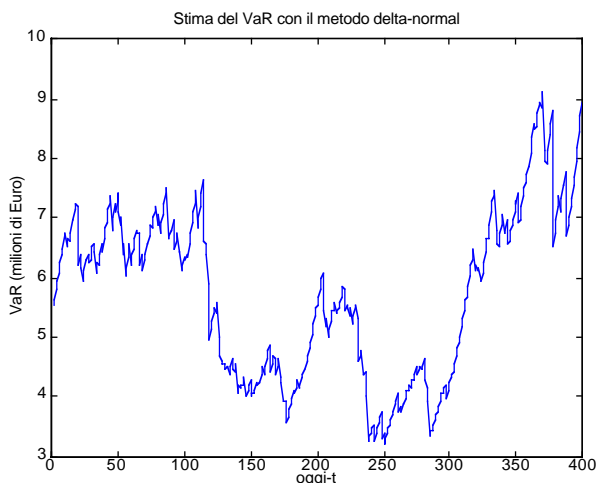


Grafico 2.3: Stima del *VaR* con il metodo delta-normal ($\beta=0,95$ $t=20$)
Portafoglio 1, stima dai fattori, volatilità ponderata ($\lambda=0,94$), 500 dati

Due sono le critiche maggiori rivolte a questo tipo di approccio: l'ipotesi di normalità nella distribuzione dei rendimenti non è sempre vera, e gli strumenti non lineari, come le opzioni, non vengono correttamente trattati dal modello per la difficoltà di catturare tale profilo in coefficienti di sensibilità²⁷. Ad entrambe le critiche sono state date varie risposte che hanno modificato l'impostazione del modello, introducendo alcune correzioni nella valutazione delle code della distribuzione dei rendimenti²⁸, ed introducendo i fattori di rischio di ordine superiore²⁹ per tenere conto della non-linearità dei prezzi di alcune attività.

2.5.2 La simulazione storica

La procedura di calcolo nel metodo della simulazione storica risulta molto semplice e prescinde da qualunque ipotesi sul tipo di funzione di densità dei rendimenti, e se effettuata direttamente sui prezzi delle attività non risulta necessaria la stima dei coefficienti di sensibilità ai fattori di rischio. Il primo passo, nel caso del calcolo diretto sui prezzi e, quindi di *full valuation*, consiste nel calcolare il valore del portafoglio su tutto l'orizzonte temporale di riferimento, calcolandone poi le differenze giornaliere. Queste vengono poi ordinate per trovare il valore del quantile corrispondente al livello di probabilità prescelto, moltiplicato per la radice quadrata dei giorni di detenzione del portafoglio. Formalmente si calcola il vettore $dv_i = \mathbf{q}_0^T (\mathbf{c}_i \otimes \mathbf{p}_i - \mathbf{c}_{i-1} \otimes \mathbf{p}_{i-1}) \forall i \in (0, -T)$ dove T è il numero di dati che

²⁷ Vedi De Raaji (1998).

²⁸ Zangari (1996a), (1996b).

²⁹ In questo caso sono stati proposti diversi approcci, i più importanti sono il delta-gamma, il delta-gamma-normal e il delta-gamma di Wilson (1994a e 1994b).

vengono utilizzati, e lo si ordina in maniera crescente, cioè $dv_i^{ord} = \{dv_i | dv_i \leq dv_{i+1}\} \forall i \in (0, -T)$. Dato il livello β di probabilità il VaR del portafoglio sarà pari a $VaR = -dv_{T(1-\beta)}^{ord} \sqrt{t}$, dove t è il tempo di detenzione in giorni³⁰. La stima del VaR passando per i fattori di rischio comporta, come nell'approccio varianza-covarianza, dapprima la mappatura delle attività per poi calcolare i rendimenti delle stesse sulla base dei rendimenti effettivi dei fattori di rischio, quindi si ottiene $\mathbf{r}_{a,i} = g_f(\mathbf{r}_{f,i}, \mathbf{b}_a)$. Dai rendimenti si passa facilmente ai prezzi e al VaR del portafoglio con la stessa procedura vista sopra. Nella tabella successiva vengono evidenziate le stime del VaR dei tre portafogli simulati, sia con il metodo diretto sui prezzi, sia con quello che passa per i fattori di rischio. La ponderazione esponenziale dei dati modifica solo il calcolo della matrice di varianza-covarianza, in quanto i coefficienti di sensibilità, che nell'esempio sono beta azionari, vengono stimati sempre senza ponderazione³¹. Per questo motivo nella tabella non è presente il VaR con i dati ponderati, identico a quello con i dati normali.

Portafogli	VaR (dai fattori)	VaR (dai prezzi)
Portafoglio 1	5.295.600 €	5.176.000 €
Portafoglio 2	9.576.200 €	15.250.700 €
Portafoglio 3	79.160.200 €	99.998.600 €

Tabella 2.3: Stima del VaR con il metodo della simulazione storica
 $\beta=0,95$ $t=20$, rendimenti aritmetici

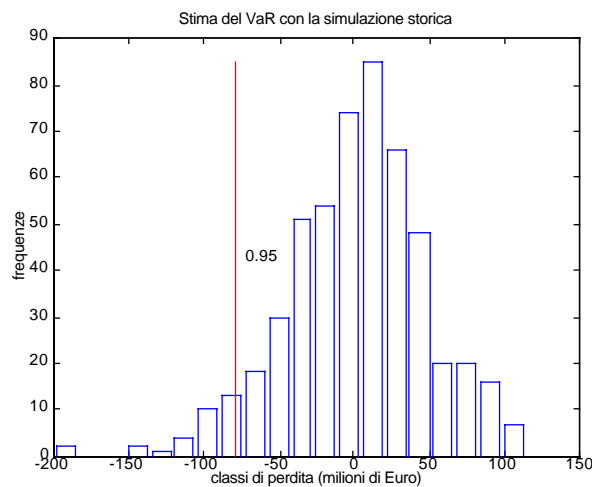


Grafico 2.4: Distribuzione empirica delle variazioni del portafoglio 3
Calcolo del VaR dai fattori, $\beta=0,95$ $t=20$, rendimenti aritmetici

Nel grafico precedente viene evidenziata a titolo di esempio la distribuzione empirica del portafoglio 2 e il corrispondente valore del VaR .

³⁰ Anche in questo caso si può utilizzare la regola della radice di t per calcolare il VaR su periodi di detenzioni superiori al giorno.

³¹ Si suppone, infatti, che i legami tra le attività e i fattori di rischio siano più stabili rispetto ai legami statistici tra gli stessi fattori.

Notiamo subito nella tabella una sensibile differenza tra le stime utilizzando i due metodi, specialmente nel caso del secondo portafoglio dove la perdita di informazioni derivante dalla mappatura è notevole. Per ridurre tale scostamento si potrebbe aumentare il numero dei parametri della $\mathbf{r}_{a,i} = g_f(\mathbf{r}_{f,i}, \mathbf{b}_a)$, che nel nostro caso è uno solo per azione, per catturare in questo modo maggiore informazione, perdendo però, specialmente utilizzando il metodo delle componenti principali, la teoria economica sottostante. Nella pratica il tutto viene risolto usando il modello di calcolo direttamente sui prezzi, evitando i problemi derivanti dalla mappatura.

L'approccio della simulazione storica risulta il più semplice di quelli fin qui analizzati in quanto non prevede la stima di altri indicatori intermedi – correlazioni e volatilità – almeno nella versione di calcolo direttamente dai prezzi. Inoltre non viene fissato a priori nessun modello distributivo – è un metodo di stima non-parametrico – utilizzando direttamente le frequenze dei dati delle variazioni del portafoglio. Ha il problema della forte dipendenza dei risultati dall'intervallo temporale prescelto, che può modificare in maniera sensibile la stima come si evidenzia nel grafico seguente relativo al portafoglio 1.

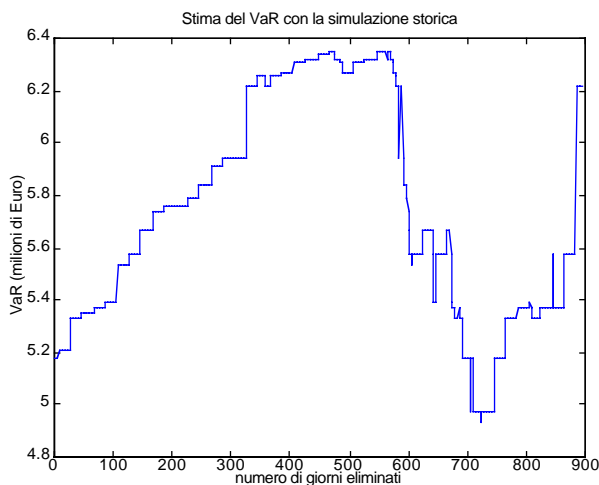


Grafico 2.5: Stima del VaR con il metodo della simulazione storica ($\beta=0,95$ $t=20$)
Portafoglio 1, stima diretta dai prezzi

Tale oscillazione rimane presente anche nel portafoglio più complesso, il 3, diversificato su più mercati e su più tassi di cambio.

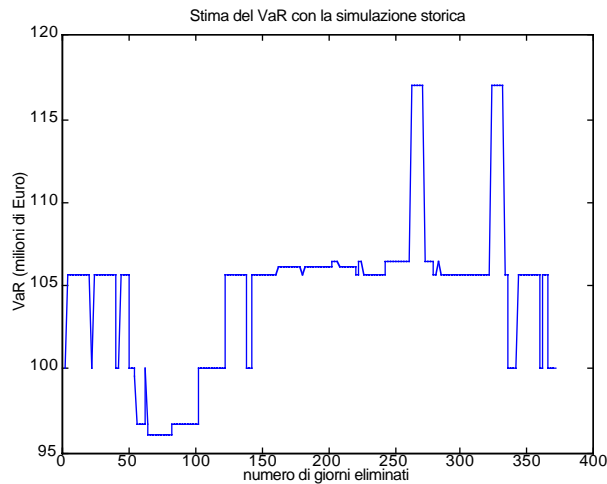


Grafico 2.6: Stima del VaR con il metodo della simulazione storica ($\beta=0,95$ $t=20$)
Portafoglio 3, stima diretta dai prezzi.

L'altro³² problema relativo alla stima del VaR con questo tipo di approccio è legato all'intervallo di confidenza – il livello di probabilità p di perdita fissato – che, se scelto molto alto e avendo pochi dati per l'analisi, può portare ad una stima non corretta del VaR . Per esempio scegliendo come probabilità il valore di 0,99 e avendo una finestra temporale di 100 dati, il quantile corrispondente verrebbe posizionato al 99-esimo elemento con un solo valore del portafoglio al di là di tale limite, e quindi statisticamente poco significativo. Questo problema, insieme a quello relativo al numero di dati è ben evidenziato nel grafico seguente dove il VaR del portafoglio 3 è stimato al variare del grado di probabilità e del numero di dati.

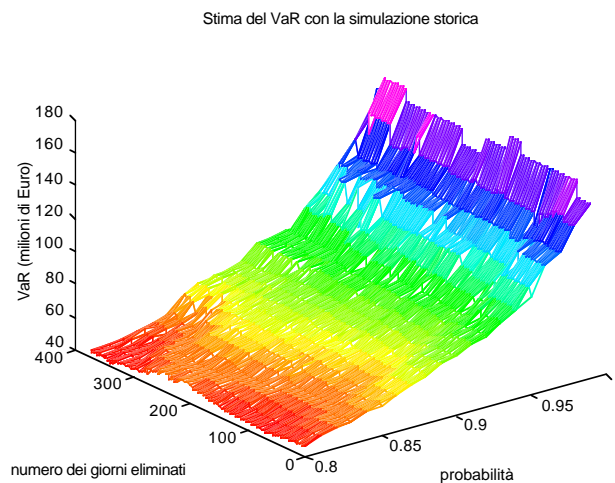


Grafico 2.7: Stima del VaR con il metodo della simulazione storica ($t=20$)
Portafoglio 3, stima diretta dai prezzi

³² In effetti quest'ultimo problema è direttamente collegato al primo, infatti proprio l'esiguo numero di dati può portare a stime non corrette del VaR per elevati livelli di probabilità.

Una possibile risposta ad entrambi i problemi è data dal *bootstrap approach* che prevede un diverso utilizzo dei dati a disposizione³³. Dalla serie storica dei rendimenti giornalieri dei prezzi viene estratto un campione casuale di m rendimenti al tempo t , e il procedimento viene ripetuto il numero desiderato di volte fino ad ottenere un numero di vettori dei rendimenti sufficientemente elevato. Su questo viene poi calcolato il quantile corrispondente, che applicato al valore attuale del portafoglio identifica la stima del *VaR*.

In ogni caso, per entrambi i metodi di stima del *VaR* mediante la simulazione storica, rimane il problema, valido anche per l'approccio varianza-covarianza, del peso uniforme dei dati utilizzati, che con serie storiche relativamente lunghe può avere un impatto sensibile. Anche per la simulazione storica si può procedere alla ponderazione dei rendimenti dando un peso più basso a quelli più lontani nel tempo, per esempio seguendo la procedura vista nel caso dell'approccio varianza-covarianza.

2.5.3 Il metodo Monte Carlo

La stima del *VaR* con il metodo Monte Carlo comporta la simulazione mediante processi stocastici dei rendimenti – o dei prezzi nel caso di *full valuation* – delle attività o dei fattori di rischio sulla base della matrice di varianza-covarianza storica, o altrimenti specificata, degli stessi. In questo modo si cerca di stimare i possibili andamenti delle variabili, tenendo conto dei legami statistici fra di esse. La simulazione viene replicata per un numero sufficiente di volte in modo che i coefficienti di statistica descrittiva fra le variabili simulate tendano a quelli ricavati dai dati storici. Con le variabili simulate si costruiscono le variazioni del valore del portafoglio, e sulla base del quantile corrispondente al grado di probabilità prescelto, si stima il *VaR*.

Il metodo di simulazione prevede l'estrazione casuale di valori da una funzione di densità di probabilità – solitamente la distribuzione normale – che vengono utilizzati all'interno di un modello di determinazione del prezzo, i cui parametri derivano dalla serie storica della variabile di riferimento. La scelta del modello dipende dal tipo di variabile che si vuole simulare ed è sostanzialmente legato alla teoria economica sottostante, come pure la scelta della funzione di densità appropriata. Il valore simulato al tempo t del prezzo di una variabile si può scrivere $p_{a,t}^S = g_a(f_a(x, \tilde{\mathbf{b}}), t)$ dove g_a è il modello di determinazione del prezzo, f_a la funzione di densità di probabilità e \mathbf{b} è il vettore dei parametri, $\tilde{\mathbf{b}} = h(\Omega_0)$. Il prezzo di un'azione al tempo t può essere per esempio simulato con un modello lineare del tipo³⁴ $p_{a,t}^S = p_{a,0} + \tilde{\sigma}_a \sum_{i=1}^t z_i$ o esponenziale³⁵ come $p_{a,t}^S = p_{a,0} e^{\tilde{\sigma}_a z \sqrt{t}}$ dove $\tilde{\sigma}_a = h(\Omega_0)$ è la radice della varianza storica e z è estratto da una funzione di densità normale standardizzata. Nel caso di simulazione di più variabili, supponendo per convenienza espositiva $t=1$, bisogna tenere conto anche dei loro legami statistici, per cui i due modelli diventano $\mathbf{p}_1^S = \mathbf{p}_0 + \mathbf{A}\mathbf{z}$ e, passando ai logaritmi, $\log(\mathbf{p}_1^S) = \log(\mathbf{p}_0) + \tilde{\mathbf{s}} \otimes (\mathbf{A}\mathbf{z})$, dove \mathbf{s} è il vettore delle deviazioni standard dei rendimenti e \mathbf{A} è la matrice che si ottiene decomponendo la matrice di varianza-covarianza Σ con la fattorizzazione di Cholesky, tale per cui $\mathbf{A}\mathbf{A}^T = \Sigma$. Questa procedura permette di ottenere una simulazione delle variabili i cui valori di varianza e covarianza tendano a quelli storici dei fattori di rischio a cui si riferiscono. Nella tabella seguente vengono espone le stime del *VaR* con il metodo Monte Carlo per i tre portafogli di

³³ A tal riguardo vedi Efron (1979).

³⁴ In questo caso la regola della radice di t non viene applicata in quanto si simula tutto il cammino casuale del prezzo per il periodo di detenzione.

³⁵ In questo tipo di modello viene invece utilizzata la regola della radice di t , simulando la sola variazione di prezzo giornaliera.

riferimento, utilizzando il modello lineare, con la ponderazione unitaria dei dati, e un numero diverso di simulazioni.

Portafogli	<i>VaR</i> (2000 simul.)	<i>VaR</i> (8000 simul.)
Portafoglio 1	6.537.700 €	6.477.300 €
Portafoglio 2	9.708.900 €	9.428.000 €
Portafoglio 3	63.044.200 €	58.675.000 €

Tabella 2.4: Stima del *VaR* con il metodo Monte Carlo $\beta=0,95$ $t=20$, rendimenti aritmetici, volatilità non ponderata

Come si può notare già con sole 2000 simulazioni si raggiunge un risultato accettabile, la differenza massima tra le due stime risulta, infatti, pari circa al 7%. Nella tabella successiva viene utilizzata la ponderazione esponenziale dei dati per il calcolo della matrice di varianza-covarianza, fermo il resto.

Portafogli	<i>VaR</i> (2000 simul.)	<i>VaR</i> (8000 simul.)
Portafoglio 1	6.602.600 €	7.063.100 €
Portafoglio 2	8.738.800 €	8.843.200 €
Portafoglio 3	55.304.500 €	54.207.100 €

Tabella 2.5: Stima del *VaR* con il metodo Monte Carlo $\beta=0,95$ $t=20$, rendimenti aritmetici, volatilità ponderata ($\lambda=0,94$)

I risultati sono paragonabili a quelli della tabella precedente, tranne per il secondo portafoglio che risente in maniera maggiore della ponderazione, probabilmente dato il numero più limitato di dati a disposizione.

Il metodo Monte Carlo presenta degli indubbi vantaggi, tra questi i più importanti sono l'indipendenza dalla "vera" funzione di distribuzione dei fattori di rischio e la relativa facilità con cui possono essere trattate le non-linearità. Infatti, una volta simulati con i modelli stocastici appropriati le variabili dipendenti di una funzione non lineare, come per esempio il prezzo di un'obbligazione con il tasso di interesse relativo, si determina facilmente la distribuzione simulata del prezzo. Esiste il problema dell'elevato numero di simulazioni, che per portafogli complessi potrebbe risultare di difficile implementazione, ma che si può risolvere con i metodi quasi-Monte Carlo. Questi, a differenza degli algoritmi standard di generazione di numeri casuali, "coprono" in maniera più rapida la distribuzione che viene simulata. Nel grafico seguente sono visualizzate le coppie derivanti dal generatore di numeri casuali del programma *Matlab* di due distribuzioni uniformi indipendenti, che presentano una serie di "buchi" che verrebbero coperti solo aumentando il numero di simulazioni. I metodi quasi-Monte Carlo riescono, con un numero minore di simulazioni, a "riempire" tali buchi in maniera più efficiente, ottenendo così una stima del *VaR* più rapida.

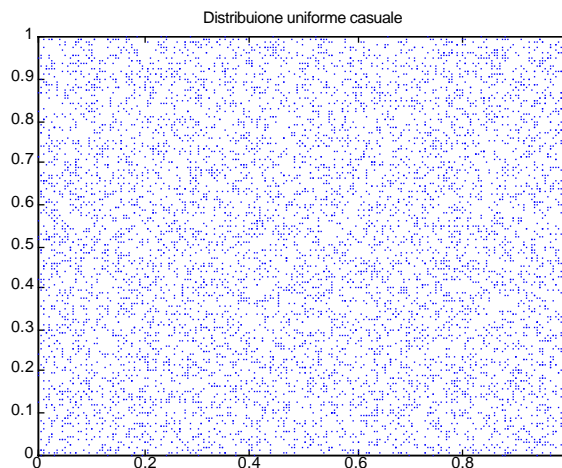


Grafico 2.8: Generatore di coppie di numeri casuali uniformemente distribuiti ($n=8000$)

La stima del VaR con il metodo Monte Carlo risulta fortemente dipendente dal tipo di modello stocastico utilizzato per la simulazione dei fattori di rischio. Infatti l'uso di diversi modelli può portare a stime diverse del VaR , anche utilizzando un numero molto elevato di simulazioni. Anche tale metodo risulta legato alla stima della matrice di varianza-covarianza dei fattori di rischio, necessaria per simularne in maniera coerente l'andamento.

2.5.4 Comparazione dei metodi

I tre metodi di stima del VaR analizzati nei paragrafi precedenti presentano caratteristiche diverse sia dal punto di vista teorico, sia da quello empirico. In questo paragrafo cercheremo di individuare gli aspetti più importanti dei vari metodi, in modo da evidenziarne i lati positivi e quelli negativi³⁶.

Considerazioni teoriche

Il primo problema di carattere teorico è legato alla statistica inferenziale, l'obiettivo di tutti e tre i metodi è infatti lo stesso: individuare il modello distributivo dei rendimenti di un dato portafoglio e stimarne nella maniera più precisa i parametri, in modo da identificare un dato valore soglia legato ad una probabilità prefissata. Mentre il metodo della varianza-covarianza nella sua accezione delta-normal, individua la normale come modello distributivo³⁷, gli altri due – metodo della simulazione storica e Monte Carlo – prescindono da tale stima. Questi ultimi, infatti, non sono legati a nessun tipo di funzione di densità di probabilità³⁸, e per questo sembrerebbero, almeno a prima vista, più robusti. Per il secondo aspetto, quello relativo alla stima dei parametri della funzione distributiva, solo il metodo della simulazione storica non ne necessita: il metodo delta-normal ha bisogno della matrice di varianza-covarianza per la stima diretta del VaR , quello Monte Carlo la utilizza per avere una simulazione coerente dei prezzi delle attività. Questi primi aspetti sono evidenziati nella tabella seguente.

³⁶ Confronta anche Christoffersen (1998a) e Dowd (1998b).

³⁷ Tale ipotesi viene indebolita con vari metodi, ma il sistema di calcolo iniziale parte sempre dalla normale come modello distributivo.

³⁸ Per essere precisi questo è vero solo per il metodo della simulazione storica: il metodo Monte Carlo, infatti, utilizza spesso come input nel processo di simulazione dati provenienti da una distribuzione normale.

Metodo di stima	Statistica inferenziale	
	Modello distributivo	Stima dei parametri
Varianza-covarianza	Normale	matrice di var.-covarianza
Simulazione storica	non necessario	non necessaria
Monte Carlo	non necessario	matrice di var.-covarianza

Tabella 2.6: Comparazione dei metodi di stima del *VaR*. Statistica inferenziale.

Il secondo aspetto è relativo alla trattazione dei legami non-lineari tra attività e fattori di rischio, come nel caso delle opzioni, ma anche dei titoli di debito. La non-linearità si presenta solo nel caso in cui si debba procedere alla “mappatura” delle attività finanziarie sui profili di rischio³⁹. Il rendimento del prezzo delle opzioni – o di altre attività – si distribuirà secondo un particolare modello distributivo, che verrà simulato con il metodo Monte Carlo, e convergerà nella normale – dato il teorema del limite centrale – nel metodo varianza-covarianza. Ovviamente il metodo della simulazione storica prescinde da ogni valutazione di non-linearità. La stima del *VaR* partendo dai fattori di rischio comporta la linearizzazione del legame tra attività e fattori nel metodo varianza-covarianza, nella sua accezione delta-normal, che viene indebolita nell’accezione delta-gamma, introducendo i momenti del secondo ordine. Nel caso, per esempio dei titoli di debito, si utilizza la *duration* e, nel secondo caso, anche la *convexity*. Il metodo Monte Carlo non ha, invece, limiti particolari riguardo il trattamento delle posizioni non-lineari in quanto, una volta identificato il modello di simulazione del prezzo, basta aumentare il numero di simulazioni per ottenere migliori risultati. Questa versatilità si ottiene al prezzo di un procedimento di calcolo più oneroso.

Metodo di stima	Posizioni non-lineari	
	Trattabili	Limiti
Varianza-covarianza	sì	fino al second’ordine
Simulazione storica	sì	nessuna
Monte Carlo	sì	tempi di calcolo

Tabella 2.7: Comparazione dei metodi di stima del *VaR*. Posizioni non-lineari.

Il terzo aspetto è più generale e riguarda l’utilizzo dell’insieme informativo nella stima del *VaR*. Tutti e tre i metodi, infatti, sfruttano le sole informazioni presenti nei dati storici, per inferire i risultati di portafoglio nel futuro, accettando l’ipotesi di stazionarietà del modello distributivo, almeno nel medio periodo. La matrice di varianza-covarianza storica dei fattori di rischio, viene infatti utilizzata come stima della matrice attesa, forzando così la stessa interpretazione del *VaR*. I due metodi che utilizzano tale procedura, varianza-covarianza e Monte Carlo, si differenziano leggermente in quanto il secondo utilizza tale stima solo come input del processo di simulazione, che ripetuto numerose volte dovrebbe portare anche a valori che nei dati passati non si sono manifestati. Il metodo della simulazione storica, che non passa per la stima di tale matrice, si pone ad un livello inferiore rispetto agli altri in quanto, almeno nella sua accezione di non ponderazione dei dati, utilizza le sole manifestazioni dei dati storici come stima del comportamento futuro. Un primo passo per rispondere a tale problema è quello di utilizzare la volatilità implicita nei prezzi delle

³⁹ Il problema della perdita di informazioni nella procedura di mappatura è comune a tutti e tre i metodi di stima, per cui si rimanda alla trattazione sviluppata nel paragrafo 2.1.

opzioni come stimatore della volatilità attesa, almeno per i due metodi precedenti. In questo modo si utilizzerebbero quella parte di informazioni relative alle previsioni degli operatori di mercato, anche se si dovrebbe comunque “riempire” la matrice di varianza-covarianza con altri metodi di stima, specialmente per le correlazioni, in quanto mancano ancora strumenti derivati il cui prezzo sia legato a tale indice statistico. Tutte queste considerazioni sono riportate nella tabella di riepilogo successiva.

Metodo di stima	Insieme informativo	
	Utilizzo	Conseguenze
Varianza-covarianza	medio	non cattura gli eventi “estremi”
Simulazione storica	basso	forte dipendenza dalla finestra temporale
Monte Carlo	elevato	può catturare gli eventi “estremi”

Tabella 2.8: Comparazione dei metodi di stima del *VaR*. Insieme informativo.

Nell’ultima tabella riassumiamo le considerazioni di tipo teorico fin qui viste per i tre metodi di stima del *VaR*.

Metodo di stima	Considerazioni generali (teoriche)	
	Lati positivi	Lati negativi
Varianza-covarianza	Semplicità Scomposizione del <i>VaR</i> Statistiche sulla stima	Forte dipendenza dalla stima della matrice di varianza-covarianza Difficoltà per non-linearità Difficoltà per non-normalità
Simulazione storica	Semplicità Non serve la stima della matrice di varianza-covarianza Tratta sia non-linearità, sia non-normalità Può stimare semplicemente il <i>VaR</i> direttamente dai prezzi	Forte dipendenza dai dati utilizzati
Monte Carlo	Tratta sia non-linearità, sia non-normalità Potenzialmente in grado di catturare eventi rari	I risultati dipendono dal modello di simulazione utilizzato

Tabella 2.9: Comparazione dei metodi di stima del *VaR*. Considerazioni generali.

Da questa prima analisi, limitatamente ai punti fin qui sviluppati, il metodo Monte Carlo ha alcune caratteristiche che lo rendono superiore. Rispetto agli altri due metodi ha il pregio di adattarsi in maniera più precisa a fenomeni non-lineari, inoltre, scegliendo opportunamente il modello di simulazione può catturare in maniera più precisa gli eventi rari. La simulazione storica, limitando la sua analisi ai solo insieme dei dati passati, risulta fortemente dipendente da questi, specialmente nel caso in cui questi non vengano ponderati. Il metodo della varianza-covarianza ha alcune difficoltà nel catturare i fenomeni non-lineari, ma in compenso riesce, stimando in maniera più appropriata la matrice delle volatilità, ad ottenere stime più coerenti del *VaR*.

Evidenze empiriche

In questa parte metteremo a confronto i metodi di stima del VaR sulla base dei risultati empirici applicati ai tre portafogli utilizzati negli esempi. Ci rendiamo conto che tale analisi non può ovviamente essere esaustiva, sia per la limitatezza della finestra temporale utilizzata, sia per l'utilizzo di due sole categorie di fattori di rischio: tassi di cambio e indici di borsa. Per questo motivo il confronto empirico potrà essere solo parziale e le conclusioni saranno valide solo all'interno di questi presupposti. Anche in questo caso procederemo per punti, evidenziando alcune delle caratteristiche più importanti dei tre metodi sotto l'aspetto empirico.

Il primo aspetto riguarda la velocità di calcolo per arrivare a stime paragonabili fra di loro, aspetto connesso al numero di simulazioni per il metodo Monte Carlo. Tutti e tre i metodi sono stati impostati con lo stesso programma, *Matlab*, e sostanzialmente seguendo lo stesso tipo di implementazione, per cui la differenza nei tempi di calcolo può essere una buona *proxy* generale. Il metodo più veloce è quello della varianza-covarianza in quanto non necessita di particolari elaborazioni, una volta stimata la matrice delle volatilità dei fattori di rischio. Segue la simulazione storica, anch'essa non particolarmente impegnativa per la mole di calcolo, ben distante, invece, il metodo Monte Carlo, anche se con sole 2000 simulazioni. Nella tabella seguente sono riportati i risultati per i tre metodi e per i tre portafogli nella procedura di *backtesting* che analizzeremo più compiutamente nel paragrafo 3.2. Tale procedura, che calcola il VaR per un numero definito di volte, consente una maggior precisione nella valutazione dei tempi.

Metodo di stima	Portafoglio		
	Uno	Due	Tre
Varianza-covarianza	0s 9d	1s 1d	1s 2d
Simulazione storica	3s 6d	3s 4d	4s 2d
Monte Carlo	42s 7d	44s 7d	52s 4d

Tabella 2.10: Tempi di calcolo nella procedura di *backtesting* (secondi).
 $t = 1, p = 0,99, 50$ valutazioni, 200 dati, 2000 simulazioni

Il metodo della simulazione storica può portare a risultati non coerenti quando si fissano alti valori della probabilità e si utilizzano pochi dati. Seguendo, per esempio, le indicazioni dell'organo di vigilanza⁴⁰, che fissa al 99% la probabilità e ad almeno 250 dati per la stima del VaR , solo 2 valori si troverebbero al di là del centile, con una bassa significatività statistica. Si pensi, ad esempio, se all'interno della finestra temporale si trovassero tre crolli di borsa, il VaR risulterebbe sovrastimato. Questo problema non riguarda gli altri due metodi di stima, in quanto l'approccio Monte Carlo utilizza un numero ben più elevato di dati – in questo caso simulazioni – per il calcolo del centile, mentre l'approccio della varianza-covarianza calcola il VaR direttamente dalla distribuzione stimata. Infatti, se calcoliamo la

derivata parziale rispetto alla probabilità $\frac{\partial VaR_t^e}{\partial \alpha_{1-\beta}} = -(\mathbf{w}^T \Sigma \mathbf{w})^{\frac{1}{2}} \sqrt{t} W$ la numerosità dei dati

non compare. Nella tabella seguente viene evidenziato tale aspetto calcolando la media⁴¹ del VaR per tre periodi diversi e a diversi livelli di probabilità, con il metodo delta-normal e quello della simulazione storica. Mentre al 95% le stime non sono particolarmente differenti tra di loro, se passiamo al 99% i risultati risultano sensibilmente diversi. Se aumentiamo successivamente il numero dei dati, sempre con probabilità fissata al 99%, le stime del VaR

⁴⁰ Vedi il paragrafo 3.2.

⁴¹ Confrontare le medie ha maggiori caratteristiche di oggettività rispetto ai singoli dati.

ritornano nuovamente abbastanza simili.

Metodo di stima	<i>VaR</i> medio		
	250 dati		450 dati
	95%	99%	99%
Varianza-covarianza	51.499.800 €	72.837.200 €	79.170.100 €
Simulazione storica	61.387.200 €	134.399.800 €	85.810.400 €
Monte Carlo	41.787.500 €	58.786.300 €	61.271.400 €

Tabella 2.11: Confronto tra medie del *VaR* su 50 giorni.
Portafoglio 3, $t = 10$, 2000 simulazioni, delta su tutto il campione.

Non tragga in inganno il fatto che la media del *VaR* calcolata con il metodo Monte Carlo è sempre inferiore a quella con il metodo varianza-covarianza. Cambiando portafoglio tale osservazione viene ribaltata, come si può notare nei risultati della tabella seguente dove si sono utilizzati i dati del portafoglio 1.

Metodo di stima	<i>VaR</i> medio		
	250 dati		450 dati
	95%	99%	99%
Varianza-covarianza	3.860.800 €	5.460.400 €	6.574.400 €
Monte Carlo	4.614.400 €	6.492.800 €	7.598.500 €

Tabella 2.12: Confronto tra medie del *VaR* su 50 giorni.
Portafoglio 1, $t = 10$, 2000 simulazioni, delta su tutto il campione.

La stima del *VaR* secondo il metodo Monte Carlo oltre a dipendere dal modello utilizzato per la simulazione dei fattori di rischio e per la successiva rivalutazione del portafoglio, dipende anche dal numero di simulazioni attuate: più queste aumentano, più la stima si “stabilizza”. Questo vuol dire che se stimiamo più volte il *VaR* alla stessa data, aumentando il numero di simulazioni la volatilità delle stime diminuisce. Come conseguenza, anche la varianza calcolata su singole stime, ma a differenti giorni, ha lo stesso andamento. La tabella seguente cattura queste implicazioni e il grafico successivo evidenzia meglio la seconda.

Dati di calcolo	Numero di simulazioni		
	1000	4000	8000
Allo stesso giorno	1.027.800 €	216.200 €	84.500 €
Nei giorni precedenti	906.000 €	213.300 €	145.000 €

Tabella 2.13: Confronto tra le varianze del *VaR* su 50 dati.
Portafoglio 3, $t = 1$, $p = 0,99$ delta su tutto il campione.

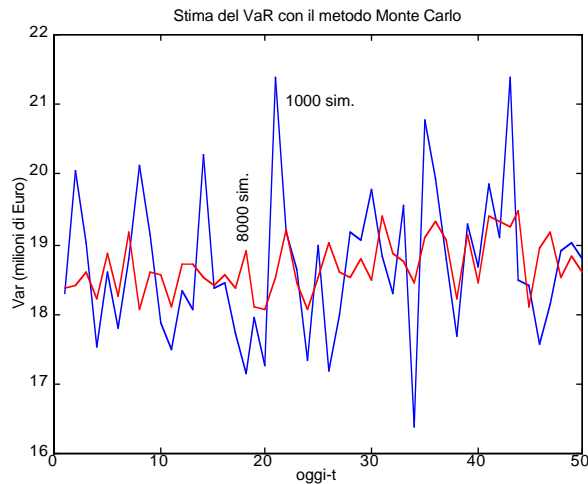


Grafico 2.9: Stima del VaR sui 50 giorni precedenti.
Portafoglio 3, $t = 1$, $p = 0,99$ delta su tutto il campione.

L'ultimo punto è legato alla stima della matrice di varianza-covarianza dei fattori di rischio, e riguarda, quindi, il metodo delta-normal e quello Monte Carlo, in quanto la simulazione storica utilizza solamente i coefficienti di sensibilità nella stima del VaR . Nella tabella successiva viene evidenziata la varianza della stima del VaR su 50 giorni con diverse stime della matrice di varianza-covarianza, nella fattispecie con diverse ponderazioni dei dati.

Metodo di stima	Fattore di ponderazione λ			
	1,00	0,99	0,94	0,90
Varianza-covarianza	177.600 €	729.100 €	11.901.700 €	22.358.700 €
Monte carlo	263.500 €	789.200 €	4.864.400 €	8.393.900 €

Tabella 2.14: Confronto tra le varianze del VaR su 50 dati.
Portafoglio 3, $t = 1$, $p = 0,99$ delta su tutto il campione, 4000 simulazioni.

L'ultima tabella riassume le considerazioni fin qui analizzate.

Metodo di stima	Considerazioni generali (empiriche)	
	Lati positivi	Lati negativi
Varianza-covarianza	Velocità di calcolo "Stabilità" al variare di probabilità e numerosità dei dati	Forte dipendenza dalla stima delle volatilità
Simulazione storica	Velocità di calcolo	"Instabilità" al variare di probabilità e numerosità dei dati
Monte Carlo	Coerenza statistica delle stima (solo con elevate simulazioni)	Lentezza nel calcolo Forte dipendenza dalla stima delle volatilità (minore rispetto al metodo varianza-covarianza)

Tabella 2.15: Comparazione dei metodi di stima del VaR . Considerazioni generali.

2.6 Approcci alternativi

I tre metodi di stima del *VaR* visti nel precedente paragrafo si accomunano in quanto utilizzano tutti i dati delle attività e dei fattori di rischio nella procedura di stima. Lo *stress testing* e la *EVT* invece, si concentrano solo sui dati estremi⁴², cioè su quei dati che si manifestano con bassa probabilità. In questo modo si riduce l'insieme informativo, ma la qualità delle informazioni risulta migliore in quanto i dati utilizzati per il calcolo risultano più coerenti con la grandezza obiettivo stimata.

2.6.1 Lo stress testing

A differenza dei metodi analizzati nei paragrafi precedenti e di quello trattato nel paragrafo successivo, tale procedura non perviene ad un valore del *VaR*, ma ad una serie di perdite potenziali associate a ipotetiche situazioni di mercato, reali o fittizie, particolarmente svantaggiose (ad esempio, il crollo della borsa del 1987, la crisi del mercato obbligazionario nel 1994, la crisi valutaria russa)⁴³. Tale procedura, come vedremo più compiutamente nel terzo capitolo, viene imposta dalle autorità di vigilanza agli intermediari creditizi che hanno scelto di utilizzare il *VaR* come base per il calcolo del patrimonio di vigilanza⁴⁴. Per ottenere i valori di perdita del portafoglio vengono solitamente utilizzate delle procedure automatiche per il caso della *full valuation*, mentre vengono costruiti degli scenari previsionali opportuni se si vuole partire direttamente dai fattori di rischio. In quest'ultimo caso possono essere utilizzate le peggiori realizzazioni storiche per ogni fattore di rischio, oppure vengono direttamente costruiti degli scenari ad hoc valutando le più pessimistiche realizzazioni nei fattori di rischio in quel determinato periodo. Tale procedura, oltre a ovvi problemi di soggettività, comporta anche un problema di incoerenza dei valori ipotizzati nei fattori di rischio. E' infatti difficile prevedere, per esempio, che un crollo della borsa porti anche ad un crollo del mercato obbligazionario e di quello valutario. La procedura automatica utilizzata nella *full valuation*, ma che può anche essere applicata ai soli fattori di rischio, comporta la fissazione di un livello α di confidenza per poi "spingere" ogni fattore di rischio α -volte la propria deviazione *standard* verso il caso più avverso. Si ottengono così n valori per ogni fattore di rischio che, applicati tramite i coefficienti di sensibilità, consentono di calcolare il valore del portafoglio in tale situazione e quindi la perdita potenziale. Questa procedura può essere fuorviante se applicata a portafogli complessi costituiti anche da prodotti derivati, in quanto non sempre un calo dei fattori di rischio comporta una perdita⁴⁵. Per questo motivo viene calcolato il valore che il portafoglio assume anche al valore diametralmente opposto e in quello intermedio di ogni fattore di rischio⁴⁶.

La procedura di *stress testing* non viene quindi utilizzata direttamente per il calcolo del *VaR*⁴⁷, ma può essere un valido aiuto per verificare se il metodo di calcolo è stato implementato in maniera corretta e se i suoi risultati sono coerenti con quelli derivanti dalle prove di *stress*. Il confronto dovrà ovviamente essere fatto in maniera omogenea, tenendo conto dell'approccio utilizzato: *full valuation* o calcolo partendo dai fattori di rischio. L'importanza di tale confronto, anche di tipo psicologico, viene sottolineato in maniera

⁴² Vedi Culp (1998).

⁴³ Uno studio recente sulle procedure di *stress testing* utilizzate dalle principali banche è Committee on the global financial system (2000).

⁴⁴ A fronte dei rischi di mercato le autorità di vigilanza impongono agli enti creditizi un valore minimo di patrimonio a tutela della solvibilità della banca. Il valore di tale patrimonio può essere calcolato con una procedura standardizzata, specificata dalla stessa autorità di vigilanza o utilizzando un modello interno basato sul *VaR*.

⁴⁵ Si pensi ad esempio ad un portafoglio di future in posizione corta sull'indice di borsa.

⁴⁶ Si pensi ad esempio ad un portafoglio di opzioni in posizione lunga, penalizzato da una bassa volatilità.

⁴⁷ Anche se alcuni autori hanno implementato un metodo per passare dai risultati dello *stress testing* alla stima del *VaR*, vedi per esempio Frye (1996).

particolare dalle autorità di vigilanza, come vedremo nel terzo capitolo di questo lavoro, in quanto mette in evidenza alla direzione degli istituti di credito le potenziali perdite in situazioni particolarmente svantaggiose.

2.6.2 La Extreme Value Theory

A differenza dell'approccio di *stress testing* visto nel paragrafo precedente la *Extreme Value Theory*⁴⁸, *EVT* nel prosieguo, stima una particolare funzione di distribuzione delle perdite, per poi calcolare il *VaR* su quest'ultima, applicando i risultati della nota teoria statistica delle distribuzioni estremali per la quale si rimanda all'appendice di questo lavoro. In questo modo si riesce a stimare in maniera più precisa la coda della distribuzione, la parte più importante per il calcolo del *VaR*, che risulta sottostimata ipotizzando la distribuzione normale dei rendimenti del portafoglio. L'altra importante caratteristica della *EVT* è che prescinde da ipotesi forti sulla distribuzione dei rendimenti, in quanto si dimostra che la maggior parte delle funzioni di distribuzione ha come estrema la funzione di densità Pareto generalizzata. Tale distribuzione, per $x \rightarrow \infty$, assume la forma $F(x) = 1 - ax^{-\alpha} (1 + bx^{-\beta})$ dove il parametro α determina la grossezza della coda della distribuzione⁴⁹. Risulta quindi cruciale la sua stima che può essere effettuata con vari stimatori, tra i quali uno dei più utilizzati è quello di Hill⁵⁰

$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{M} \sum_{i=M}^n \log \frac{X_i}{X_{M+1}}$, dove M è la variabile casuale corrispondente all'indice associato alla perdita di portafoglio che vogliamo utilizzare come separatore tra i dati. Una volta stimato il valore di $\tilde{\alpha}$ possiamo calcolare il *VaR* di portafoglio utilizzando la $VaR = X_{M+1} \left(\frac{M}{pT} \right)^{\frac{1}{\tilde{\alpha}}}$ con p il livello di probabilità e T il numero di osservazioni. Questa procedura di calcolo del *VaR* migliora la stima sia dell'approccio varianza-covarianza, sia di quello della simulazione storica, in quanto riesce a superare uno dei principali problemi di tali metodi di calcolo, la difficoltà nel valutare gli eventi rari. A tale riguardo vari lavori empirici⁵¹ sembrano confermare la superiorità dell'approccio basato sulla *EVT* rispetto a quelli visti nei paragrafi precedenti.

⁴⁸ Alcune recenti pubblicazioni sull'argomento sono Longin (2000) e Embrechts (2000), vedi anche McNeil (1999), Christoffersen et al. (1998b), Embrechts et al. (1997 e 1999).

⁴⁹ Qui e per il seguito vedi Danielsson e de Vries (1997)

⁵⁰ Hill (1975)

⁵¹ Si veda tra tutti Danielsson e de Vries (1997), Gavin (2000)

3. I modelli interni per la valutazione del rischio di mercato

3.1 La normativa

3.1.1 Gli accordi di Basilea

Il Comitato di Basilea per la vigilanza bancaria è stato costituito nel dicembre 1974 dai Governatori delle banche centrali dei paesi appartenenti al G-10¹ ed è stata stabilita la sede della segreteria presso la Banca dei Regolamenti Internazionali², a Basilea in Svizzera. Lo scopo principale del comitato era, ed è tutt'ora, quello di incrementare la collaborazione internazionale in tema di supervisione sul sistema bancario³, per giungere ad una effettiva vigilanza sovranazionale. Il primo lavoro di un certo respiro ha riguardato l'individuazione di requisiti standard di adeguatezza patrimoniale delle banche per quanto riguarda il rischio di credito. Questo ha portato alla pubblicazione⁴ nel 1988 del *Basel Capital Accord* che è stato completamente implementato nel 1992 nella legislazione di vigilanza bancaria dei paesi facenti parte del G-10 e successivamente da numerosi altri fino ad affermarsi come standard internazionale⁵. L'accordo ha subito negli anni successivi una serie di critiche, tra le quali la più importante per questo lavoro, è quella di non contemplare i rischi di mercato, che avevano assunto negli anni successivi alla pubblicazione un'importanza sempre più rilevante all'interno del sistema bancario, tale da spingere molti istituti, specialmente statunitensi, a studiare modelli specifici per il calcolo di tali rischi. I modelli basati sul *VaR*, sviluppato nei primi anni novanta da alcune delle maggiori banche statunitensi, ma reso popolare nella versione della banca *J.P. Morgan* è diventato gradualmente lo standard operativo del settore⁶, tanto da indirizzare lo stesso Comitato di Basilea verso l'approvazione del suo utilizzo in alternativa a un più semplice metodo standard, per l'applicazione dei requisiti patrimoniali a fronte dei rischi di mercato. Infatti, dopo un primo lavoro a fini di consultazione del 1993, si è riunito un comitato di studio che nel 1994 ha effettuato un test

¹ Gruppo dei 10, costituito nel 1962 e inizialmente composto da Belgio, Canada, Francia, Germania, Italia, Giappone, Olanda, Svezia, Regno Unito, Stati Uniti, membri del Fondo Monetario Internazionale, e la Svizzera, che a tale data non faceva parte di quest'ultima organizzazione. Successivamente è entrato a far parte del G-10 anche il Lussemburgo. Lo scopo principale di tale gruppo è quello di consultazione e cooperazione sulle materie economiche, finanziarie e monetarie. I ministri delle finanze e i governatori delle banche centrali dei paesi del G-10 si riuniscono due volte all'anno insieme al Comitato Interno del Fondo Monetario Internazionale. I soli governatori si riuniscono, invece, con cadenza mensile presso la Banca dei Regolamenti Internazionali.

² La Banca dei Regolamenti Internazionali (BRI) è un organismo internazionale che promuove la cooperazione monetaria e finanziaria internazionale, con sede a Basilea in Svizzera. La BRI è stata fondata nel gennaio del 1930 da parte di sei banche centrali statunitensi per facilitare il pagamento dei risarcimenti di guerra da parte della Germania dopo la I guerra mondiale. A fine marzo 2000 il numero di banche centrali con diritto di voto all'assemblea generale della BRI è salito a 49 unità. La BRI è inoltre sede di numerosi comitati finanziari tra i quali ricordiamo il *Committee on the Global Financial System*, il *Committee of Experts on Gold and Foreign Exchange*, il *Committee on Payment and Settlement System*, oltre, naturalmente, al *Basel Committee on Banking Supervision*. Per ulteriori approfondimenti si veda Bank for International Settlements (2000).

³ La sua costituzione ha preso spunto da un'efficace collaborazione tra la Bankhaus Herstatt in Germania e la Franklin National Bank di New York.

⁴ Comitato di Basilea per la Vigilanza Bancaria (1988).

⁵ Attualmente più di cento paesi hanno aderito a tale accordo, modificando le rispettive legislazioni, Jorion (2000).

⁶ J. P. Morgan e Reuters (1996).

empirico affidando ad una serie di banche il calcolo del *VaR* di un identico portafoglio di prova secondo i loro modelli interni. Questo lavoro è servito al comitato per analizzare le principali caratteristiche dei modelli, dei dati e dei metodi di verifica dei risultati, che sono stati commentati e pubblicati nel 1995⁷ insieme alla proposta ufficiale⁸ di emendamento all'accordo del 1988 per incorporare i rischi di mercato⁹. Nel gennaio dell'anno successivo si è giunti all'approvazione ufficiale dell'emendamento e alla sua pubblicazione¹⁰, insieme ad alcuni documenti di approfondimento¹¹. Data la complessità e la sostanziale novità dell'approccio basato sul *VaR* per il calcolo del rischio di mercato, soprattutto in ambito europeo e per le banche di medie e piccole dimensioni, l'emendamento ha previsto due metodi alternativi per il calcolo del patrimonio di vigilanza a fronte dei rischi di mercato: un metodo *standard*, denominato "a blocchi", e un modello interno basato sul *VaR*. Per la descrizione dettagliata di quest'ultimo si rimanda al paragrafo successivo, mentre il metodo *standard* viene qui brevemente analizzato.

Il metodo standard¹²

Per calcolare il rischio di mercato, oltre al metodo basato sui modelli interni, l'emendamento all'Accordo di Basilea prevede la possibilità di utilizzare il metodo *standard*, specialmente per quelle banche che non hanno le competenze necessarie per implementare modelli basati sul *VaR*. La procedura prevede il calcolo separato del rischio derivante dai tassi di interesse, dalla posizione in azioni, dal cambio, dalla posizione in merci e da quella in opzioni. Mentre per i primi quattro tipi di rischio il procedimento è unico, per il rischio negli strumenti derivati vengono presentati alcuni metodi alternativi tra i quali le autorità di vigilanza dei singoli paesi possono scegliere in modo autonomo. Il rischio complessivo, che determina il capitale di vigilanza minimo, sarà dato dalla somma aritmetica del rischio associato ad ognuna delle cinque categorie, senza possibilità di usare le correlazioni tra tali fattori, come invece possibile nel metodo basato sui modelli interni. Il calcolo del rischio relativo ai due primi fattori: tassi di interesse e posizioni in azioni, viene ulteriormente diviso in rischio specifico e rischio generico. Il primo è sostanzialmente legato all'emittente del titolo e alla sua probabilità di *default* (per i titoli di debito), e alla volatilità idiosincronica dei prezzi (per le azioni), mentre il secondo è legato all'andamento generale del mercato. Nella fattispecie per il tasso di interesse il rischio specifico è legato alla qualità dell'emittente il titolo, mentre quello generico all'andamento dei tassi di mercato. Per la posizione in azioni il rischio specifico è dato dalla posizione della banca in una singola azione, sia in acquisto che in vendita¹³, mentre quello generico è legato alla posizione netta sul mercato nel suo complesso¹⁴.

Per il calcolo del rischio specifico legato al tasso di interesse gli emittenti i titoli sono suddivisi in cinque categorie alle quali vengono assegnati pesi diversi, dipendenti sia dalla natura dell'emittente, sia dalla scadenza del titolo. Per il rischio generico vengono proposti due metodi alternativi, il primo basato sulla scadenza residua dei titoli, il secondo, più preciso, sulla *duration*¹⁵ degli stessi. In entrambi i casi il patrimonio complessivo minimo a fronte del rischio di interesse è dato dalla somma di quattro componenti: la posizione

⁷ Comitato di Basilea per la Vigilanza Bancaria (1995c).

⁸ Comitato di Basilea per la Vigilanza Bancaria (1995a e 1995b).

⁹ Confronta Hendricks e Hirtle (1997).

¹⁰ Comitato di Basilea per la Vigilanza Bancaria (1996a).

¹¹ Comitato di Basilea per la Vigilanza Bancaria (1996b e 1996c).

¹² Per ulteriori approfondimenti si veda Comitato di Basilea per la Vigilanza Bancaria (1996a).

¹³ Tecnicamente una posizione in acquisto viene detta lunga (*long*), mentre una posizione in vendita viene detta corta (*short*).

¹⁴ Data dalla somma delle posizioni corte e di quelle lunghe, come definite nella nota precedente.

¹⁵ La *duration* di un titolo di debito è una misura temporale di rischio che viene utilizzata per approssimare la variazione del prezzo del titolo al variare del tasso di interesse. Viene calcolata tenendo conto non solo della vita residua, ma anche delle eventuali cedole e del prezzo di mercato del titolo.

netta¹⁶ di tutto il portafoglio, una quota limitata, crescente con la scadenza, delle posizioni bilanciate in titoli in singole fasce temporali, una quota più elevata delle posizioni bilanciate tra diverse fasce temporali – all'interno di queste tre componenti vanno inserite anche le posizioni in derivati sui tassi¹⁷ –, un valore derivante dalla eventuale posizione in opzioni. Il Comitato di Basilea ha cercato in questo modo di tenere conto degli effetti sui prezzi dei titoli sia di un movimento parallelo della curva dei tassi di interesse, sia di un movimento di segno opposto tra la parte a breve e quella a lunga scadenza. Il rischio legato alla posizione in azioni – anche in questo caso previo inserimento del sottostante alle posizioni in derivati – viene diviso in rischio specifico, pari all'8% del valore del portafoglio¹⁸, e in rischio generico, sempre pari all'8%. La eventuale posizione in opzioni viene calcolata separatamente. Per il rischio legato al tasso di cambio la percentuale è sempre dell'8%, ma viene applicata, una volta trasformate in valuta nazionale tutte le posizioni in valuta estera, al maggiore, in valore assoluto, tra la posizione corta e quella lunga, più la posizione in oro, che sia corta o lunga. Il rischio sulle merci può essere calcolato con due modelli, uno più semplificato ed uno più complesso, che tiene conto di altri fattori di rischio, oltre che del prezzo. Il calcolo in entrambi i metodi viene fatto sulle posizioni nette senza possibilità in generale di compensazioni fra merci diverse, anche se viene lasciata discrezionalità alle autorità di vigilanza per compensazioni all'interno di classi di merci simili. Il rischio derivante dalle posizioni in opzioni, data la sua complessità, prevede diversi metodi: uno semplificato, per le banche con una limitata operatività, e due più complessi, il metodo *delta-plus*, che tiene conto anche delle greche delle opzioni, e l'approccio di scenario che calcola le variazioni del prezzo sulla base di diversi scenari di variazione degli indici sottostanti (tassi di interessi, indici di borsa, ecc.). Il patrimonio minimo per ogni fattore di rischio – tasso di interesse, azioni, tasso di cambio, merci e opzioni – calcolato nei modi visti viene poi sommato algebricamente, senza possibilità di utilizzare la correlazione tra i fattori, per ottenere il patrimonio minimo a fini di vigilanza a fronte dei rischi di mercato.

Il patrimonio di vigilanza

L'accordo del 1988, che contemplava esclusivamente il rischio di credito, definiva in maniera precisa le poste del bilancio bancario che potevano essere utilizzate come patrimonio ai fini di vigilanza a fronte di tali rischi. Nella fattispecie, visto l'orizzonte di medio termine legato al rischio di credito, le componenti utilizzabili come patrimonio di vigilanza sono state individuate anch'esse in un'ottica di medio periodo, distinguendo tra patrimonio di primo (o di base) e di secondo livello (o supplementare)¹⁹. Senza entrare nei dettagli²⁰, e senza per questo perdere troppo in precisione²¹, il capitale versato, le riserve senza specifica destinazione²² e il fondo rischi bancari generali fanno parte del patrimonio di base. Il patrimonio supplementare comprende le riserve di rivalutazione, i fondi rischi²³, gli strumenti "ibridi" di patrimonializzazione²⁴ e le passività subordinate²⁵ con scadenza di almeno 5 anni. L'emendamento all'accordo per contemplare i rischi di mercato ha modificato anche la definizione di capitale utilizzabile ai fini di vigilanza. Visto l'orizzonte temporale di breve termine di tale tipo di rischi, è stata introdotta una ulteriore definizione

¹⁶ Corta o lunga.

¹⁷ Ogni titolo derivato viene scomposto nei titoli sottostanti.

¹⁸ Se il portafoglio risultasse "*both liquid and well-diversified*" la percentuale scende al 4%.

¹⁹ Il testo originale inglese distingueva tra *tier 1 capital* e *tier 2 capital*.

²⁰ Per ulteriori approfondimenti si veda Nadotti (1995).

²¹ A tale valore debbono essere sottratte alcune poste di rettifica.

²² Riserve ordinarie, straordinarie, statutarie e legali.

²³ Su crediti, per il rischio paese, per oscillazione titoli e per la partecipazione al Fondo interbancario dei depositi.

²⁴ Sono passività irredimibili, cioè rimborsabili su richiesta dell'emittente e con autorizzazione dell'organo di vigilanza.

²⁵ Sono contratti che prevedono che, in caso di liquidazione dell'emittente, il debito sia rimborsabile solo dopo aver pagato tutti i creditori ordinari.

di patrimonio di terzo livello²⁶ che si va a sommare ai primi due, e che può essere utilizzato solamente a fronte del rischio di mercato. Sono utilizzabili a tale scopo le passività subordinate con scadenza di almeno due anni, e con una serie di altre caratteristiche contrattuali specifiche²⁷. Inoltre sono stati posti alcuni limiti al valore di tale aggregato in rapporto al patrimonio di primo e di secondo livello.

I controlli interni

Dopo la pubblicazione dell'emendamento all'Accordo di Basilea i membri del Comitato hanno spostato la loro attenzione verso i sistemi di controllo interni alle banche, quindi dalla quantificazione del rischio alla sua gestione²⁸. Uno dei problemi da affrontare, dopo aver correttamente rilevato e quantificato il rischio, è quello di portarlo a conoscenza della Direzione della banca, che deve predisporre le opportune azioni strategiche per il suo controllo, con l'individuazione di eventuali limiti operativi. La predisposizione di modelli per la rilevazione del rischio deve, inoltre, essere uno strumento per allocare in maniera più efficiente il capitale della banca, e per confrontare in maniera più coerente, tenendo conto, quindi, anche del rischio, l'apporto al conto economico delle attività. Cinque sono gli elementi principali che il Comitato di Basilea ha ritenuto dover sottolineare nella costruzione di un efficiente sistema di controlli interni: la struttura del *management* e la cultura del controllo, la valutazione del rischio, l'attività di controllo, la gestione dell'informazione e della comunicazione, il monitoraggio. Per ognuno di questi elementi sono stati enunciati alcuni principi cardine indispensabili per la costruzione di un efficiente sistema interno di controllo del rischio. La filosofia di fondo di tale approccio è quello di legare il controllo e la gestione del rischio in maniera sempre più diretta con l'operatività, anche giornaliera, della banca.

3.1.2 Il recepimento in Italia dell'emendamento sui modelli interni

Recentemente²⁹ anche la Banca d'Italia, seguendo quanto approvato nell'emendamento all'Accordo di Basilea, ha emanato le direttive di vigilanza che consentono alle banche di calcolare i requisiti patrimoniali a fronte dei rischi di mercato utilizzando i propri modelli interni. Affinché tali modelli possano essere utilizzati al posto dei modelli standardizzati devono rispettare alcuni requisiti di carattere quantitativo e qualitativo.

Per quanto riguarda il primo aspetto, come presente nell'emendamento, la scelta è caduta sul *VaR* come metodo di misurazione del rischio. Per il calcolo del requisito patrimoniale la banca deve prendere il valore maggiore tra il *VaR* del giorno precedente e la media del *VaR* dei 60 giorni precedenti, moltiplicato per un fattore specifico che può variare da 3 a 4 a seconda dei risultati che il modello ottiene nella procedura di *backtesting*³⁰. Formalmente il requisito patrimoniale a fronte dei rischi sui titoli di debito e di capitale si può scrivere come

$$Rp_t = \max \left(VaR_{t-1}, \delta_t \frac{1}{60} \sum_{j=1}^{60} VaR_{t-j} \right) \text{ dove } \delta \text{ è il fattore moltiplicativo}^{31} \text{ con pedice } t \text{ in}$$

quanto può variare nel tempo a seconda della bontà del modello di stima del *VaR* adottato

²⁶ Tier 3 capital.

²⁷ Si veda Comitato di Basilea per la Vigilanza Bancaria (1996a).

²⁸ Comitato di Basilea per la Vigilanza Bancaria (1998a e 1998b)

²⁹ Banca d'Italia (2000).

³⁰ Una rassegna generale sulla procedura di *backtesting* è Haas (2000).

³¹ La procedura prevede inoltre la copertura dei rischi specifici di evento e inadempimento con lo stesso metodo adottato per il *VaR* e che si somma a quest'ultimo. Tale ulteriore requisito non è necessario per quelle banche che siano in grado di valutare in maniera corretta tale rischio. Questo quanto riportato nel bollettino di vigilanza della Banca d'Italia. La versione inglese dell'emendamento prevede la copertura dello *specific risk*, senza distinzioni ulteriori.

dalla banca³². Il periodo di detenzione è fissato in 10 giorni e l'intervallo di confidenza per la stima del VaR è relativo ad una probabilità del 99%. Per quanto riguarda la lunghezza delle serie storiche utilizzate per la stima, la Banca d'Italia prevede che siano di almeno un anno nel caso di media semplice, e di sei mesi nel caso di media ponderata esponenzialmente. La frequenza di aggiornamento delle serie storiche deve essere almeno trimestrale, e possono essere utilizzate le correlazioni empiriche sia fra le singole attività all'interno dello stesso fattore di rischio, sia fra i diversi fattori. Non esistono vincoli sul metodo di stima del VaR , può quindi essere alternativamente utilizzato il metodo della varianza-covarianza, la simulazione storica o il metodo Monte Carlo³³. E' inoltre previsto un test retrospettivo (*back testing*) per determinare il valore del fattore moltiplicativo δ sulla base degli scostamenti tra le variazioni giornaliere stimate dal modello rispetto ai valori dei risultati di negoziazione effettivi. Tale prova deve essere condotta su un campione di 250 giorni lavorativi con periodo di detenzione di un giorno, e non deve produrre più di 4 scostamenti, cioè risultati effettivi superiori, in valore assoluto, alle stime del VaR giornaliere. Se il numero di scostamenti dovesse essere superiore viene applicato un fattore di maggiorazione compreso tra 0 e 1 al valore base 3 del fattore moltiplicativo³⁴. Il modello interno deve inoltre essere statisticamente in grado di spiegare la variazione storica dei prezzi nel portafoglio, deve riflettere la concentrazione dello stesso ed essere in grado di resistere ad una situazione sfavorevole, cioè di superare prove di *stress*.

Sulla base di tali caratteristiche quantitative calcoliamo a titolo di esempio il requisito patrimoniale del primo portafoglio con i tre metodi di stima, ipotizzando la staticità temporale dello stesso. Il primo passo consiste nel calcolo del VaR con i valori dei parametri imposti da Banca d'Italia, con i quali si ottengono i seguenti risultati.

Metodo di stima	VaR (dai fattori)
Varianza-covarianza	6.429.500 €
Simulazione storica	6.566.400 €
Monte Carlo	7.465.100 €

Tabella 3.1: Stima del VaR per il portafoglio 1
 $\beta=0,99$ $t=10$, 500 dati

Il passo successivo è quello di calcolare il valore del fattore di maggiorazione facendo il test retrospettivo per i tre diversi metodi di stima. Nella fattispecie, non avendo una serie

³² Sull'impatto del fattore moltiplicativo si veda Danielsson, Hartmann e De Vries (1998).

³³ Uno studio sulle implicazioni per la vigilanza derivanti dalla scelta del metodo di stima del VaR è Dave e Stahl (1997).

³⁴ Nella fattispecie viene utilizzata la seguente tabella:

Numero di scostamenti	Fattore di maggiorazione
meno di 5	0,00
5	0,40
6	0,50
7	0,65
8	0,75
9	0,85
10 o più	1,00

storica di composizioni di portafoglio simulate, è stato calcolato³⁵ il *VaR* per i 250 giorni antecedenti la data di stima, confrontandolo con l'effettivo risultato ottenuto dal portafoglio nello stesso giorno. Il numero di scostamenti ottenuti ha portato al valore del fattore di maggiorazione come da tabella seguente.

Metodo di stima	Scostamenti	Fattore di maggior.
Varianza-covarianza	1	0
Varianza-covarianza con ponderazione esponenziale ($\lambda = 0,95$)	4	0
Simulazione storica	1	0
Monte Carlo	1	0

Tabella 3.2: *Back testing* per il portafoglio 1
 $\beta=0,99$ $t=1$, 500 dati, 250 simulazioni

Nel grafico seguente vengono riportate le variazioni giornaliere di portafoglio e la rispettiva stima del *VaR* con il metodo della varianza-covarianza, sia senza ponderazione dei dati, sia con ponderazione esponenziale, dove vengono evidenziate le eccezioni trovate.

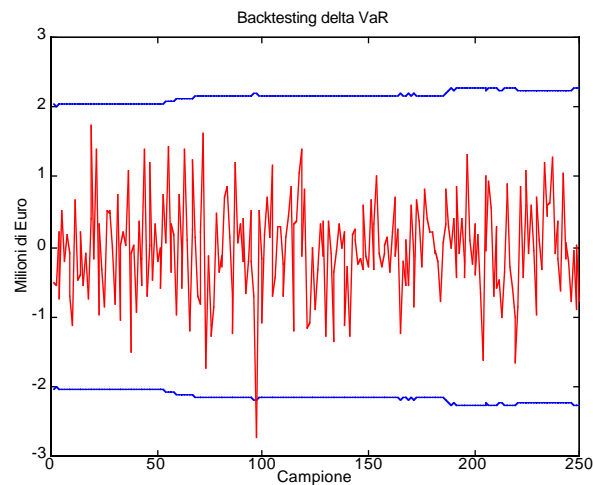


Grafico 3.1: *Back testing* per il portafoglio 1, senza ponderazione
 $\beta=0,99$ $t=1$, 500 dati, 250 simulazioni, metodo *delta-normal*

³⁵ La procedura di calcolo ha contemplato anche la stima dei coefficienti di sensibilità, in questo caso i beta.

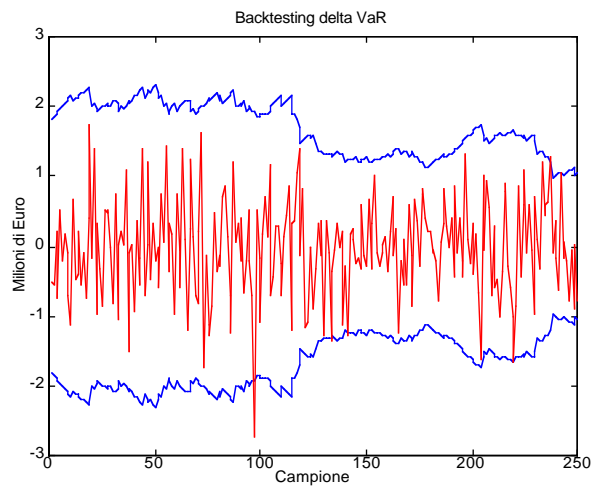


Grafico 3.2: *Back testing* per il portafoglio 1, ponderazione esponenziale $\lambda = 0,95$ $\beta=0,99$ $t=1$, 500 dati, 250 simulazioni, metodo *delta-normal*

Grafici analoghi sono stati individuati sia per il metodo Monte Carlo, sia per quello della simulazione storica³⁶. I tre metodi di calcolo, sui 250 giorni precedenti, sono raggruppati nel grafico seguente dove possiamo verificare il diverso andamento del *VaR* a seconda della stima utilizzata.

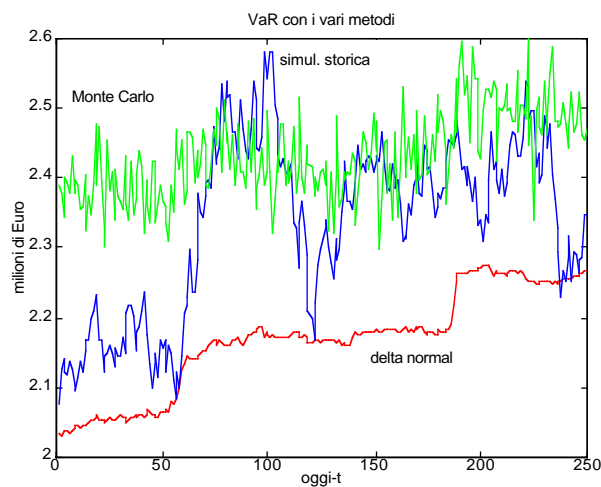


Grafico 3.3: Stima del *VaR* per il portafoglio 1 $\beta=0,99$ $t=1$, 500 dati

L'ultimo passo è quello di calcolare la media del *VaR* per i 60 giorni antecedenti applicando a ciascuna media il corrispondente fattore moltiplicativo³⁷.

³⁶ Per un approfondimento sulla procedura di *back testing* vedi Lucas (1998).

³⁷ Nel periodo considerato non si è mai verificato che il valore del *VaR* al tempo $t-1$ sia stato maggiore della media calcolata sui 60 giorni precedenti, moltiplicata per il fattore moltiplicativo.

Metodo di stima	VaR medio	$\delta \times VaR$ medio
Varianza-covarianza	6.507.100 €	19.521.300 €
Simulazione storica	6.810.100 €	20.430.300 €
Monte Carlo	7.500.800 €	22.502.300 €

Tabella 3.3: VaR medio (60 giorni) per il portafoglio 1
 $\beta=0,99$ $t=10$, 500 dati

Ora possiamo calcolare il requisito patrimoniale richiesto da Banca d'Italia per il portafoglio 1 i cui risultati sono in tabella.

Metodo di stima	Requisito patrimoniale
Varianza-covarianza	19.521.300 €
Simulazione storica	20.430.300 €
Monte Carlo	22.502.300 €

Tabella 3.4: Requisito patrimoniale per il portafoglio 1

I risultati ottenuti, che si basano sui requisiti tecnici minimi richiesti dalla normativa e non presentano, quindi, un approfondimento metodologico, non rivelano comunque eccessive differenze: tra i dati estremi esiste uno scostamento di poco superiore al 15%. La normativa fissa inoltre i requisiti minimi per l'individuazione dei fattori di rischio nei diversi comparti finanziari, cioè un minimo grado di dettaglio nella mappatura delle attività³⁸. Per il rischio di tasso d'interesse deve essere definita per ogni valuta la corrispondente struttura per scadenza dei tassi su almeno sei fasce di scadenza. Il rischio di cambio, oltre all'individuazione ovviamente di tutte le valute interessate, deve prevedere anche il prezzo dell'oro nella mappatura. Per i titoli di capitale deve essere presente un fattore di rischio per ogni mercato (solitamente un indice di borsa), e per le merci un fattore per ogni posizione in merci.

Accanto ai requisiti quantitativi sono previsti una serie di requisiti qualitativi che devono "accompagnare" l'introduzione dei modelli interni nelle banche. La filosofia di fondo di tali requisiti è quella di un'integrazione del modello interno nell'operatività tipica della banca, sia a livello di trading, sia a livello di indirizzo da parte della direzione generale. Come anche riportato nelle istruzioni di vigilanza della Banca d'Italia, per il benessere all'utilizzo dei modelli interni la banca³⁹ "... deve possedere un sistema di gestione del rischio concettualmente corretto ed applicato in maniera esaustiva ...", che viene raggiunto con il soddisfacimento delle seguenti condizioni:

- a) il modello deve essere integrato nel processo quotidiano di gestione del rischio;
- b) la banca deve individuare o creare un'unità di controllo del rischio che risponda direttamente alla direzione generale;
- c) il consiglio di amministrazione e la direzione generale devono partecipare attivamente al processo di controllo dei rischi;
- d) la banca disponga di personale specializzato nell'uso di tali modelli;

³⁸ Vedi paragrafo 2.1 di questo lavoro.

³⁹ Banca d'Italia (2000) pag. 111.

- e) vengano stilate procedure precise sul sistema di misurazione dei rischi;
- f) vengano effettuate prove di stress⁴⁰ del modello;
- g) la banca deve riesaminare almeno annualmente l'intero processo di gestione del rischio.

L'introduzione dei modelli interni per la misurazione del rischio deve essere quindi parte integrante dell'intero processo di gestione del rischio da parte della banca, e non un adempimento fine a sé stesso per la normativa di vigilanza.

Il modello interno così costruito deve poi essere sottoposto ad un programma di prove di stress, sia definite dalla Banca d'Italia, sia dalle stesse banche utilizzatrici⁴¹. Il portafoglio della banca deve essere calcolato in scenari particolarmente sfavorevoli su tutte le categorie di rischio e su tutti i fattori specifici. Alla Banca d'Italia devono essere comunicati sia il valore delle perdite più elevate nel periodo di segnalazione, sia le perdite potenziali derivanti dalla prove di stress condotte sui movimenti di prezzo e di volatilità. Nel caso dei prezzi vengono presi i valori relativi a periodi di forte perturbazione (come il crollo della borsa del 1987, la crisi valutaria del 1992, la crisi Russa del 1998, ecc.), mentre per le volatilità vengono utilizzati i valori estremi dell'intervallo relativo ai valori passati. Le banche devono inoltre individuare autonomamente specifiche situazioni di stress considerate particolarmente sfavorevoli ed applicare misure idonee nel caso in cui il portafoglio risulti vulnerabile a tali test.

3.1.3 Un approccio alternativo: il pre-commitment

Oltre alle critiche sulla modalità di calcolo del rischio utilizzando l'approccio basato sul *VaR* con le tre diverse metodologie, di cui si è specificatamente parlato nel secondo capitolo di questo lavoro, è stata mossa principalmente una osservazione alla parte operativa dell'emendamento. Negli Accordi di Basilea si nota una sostanziale "apertura" nella direzione di un sistema di controllo più orientato all'autodisciplina di mercato e meno dirigistico, che lasci l'onere del calcolo del rischio agli stessi controllati. La difficoltà oggettiva nel proporre un sistema di controllo che tenga conto delle varie diversità e che al tempo stesso non sia rigido alle trasformazioni del mercato, ha giocoforza spostato la filosofia di vigilanza in tale direzione. Il passaggio, però, almeno secondo alcuni autori⁴², è stato in parte mitigato, se non addirittura stravolto, dall'inserimento del fattore moltiplicativo minimo, e dalla mancanza di una logica incentivante nella procedura di *back testing*. L'eccessiva penalizzazione data ai risultati che si ottengono con i modelli interni, se da un lato è stata inserita per contemplare altri tipi di rischio non recepibili dai dati storici, e per limitare gli errori delle stesse procedure di calcolo del *VaR*, dall'altro potrebbe rilevarsi un incentivo per le banche a sottostimare il rischio effettivo. Una logica incentivante, con una riduzione del fattore tre per quelle banche che riescono a rendere più precisi i propri modelli, potrebbe rilevarsi premiante, anche nella direzione dello sviluppo scientifico dei modelli stessi. In quest'ottica si può inserire la proposta del cosiddetto "pre-commitment"⁴³, che ha avuto particolare attenzione all'interno della comunità bancaria statunitense⁴⁴. Pur rimanendo nella filosofia di fondo di demandare il calcolo alle banche stesse, tale approccio prevede che le banche debbano dichiarare preventivamente alle autorità di vigilanza quale sia il livello massimo di perdite complessive che si impegnano a non superare in un dato periodo di tempo. Se alla fine del periodo le perdite accumulate saranno superiori a quanto

⁴⁰ Confronta il paragrafo successivo.

⁴¹ Banca d'Italia (2000) pag. 119

⁴² Vedi ad esempio Danielsson, Hartmann e de Vries (1998).

⁴³ Kupiec e O'Brien (1995a e 1995 b).

⁴⁴ Si veda anche Daripa e Varotto (1998).

dichiarato precedentemente, scatterebbero le punizioni⁴⁵. Questo lascia ovviamente molta libertà alle banche di indicare in maniera autonoma il proprio patrimonio ai fini di vigilanza, e eliminerebbe tutti i problemi relativi al controllo sul corretto utilizzo dei modelli. Questo approccio è stato testato tra l'ottobre 1996 e il settembre 1997 dalla *New York Clearing House* riportando risultati soddisfacenti, specialmente nella sua effettiva implementazione operativa⁴⁶.

3.2 I principali utilizzi operativi

I modelli interni possono essere utilizzati, come visto nei paragrafi precedenti, per verificare l'adeguatezza patrimoniale della banca a fronte dei rischi di mercato secondo le direttive di vigilanza. Questo non è l'unico utilizzo possibile, in quanto la misura del rischio può essere usata per fissare dei limiti operativi all'interno della banca, e per allocare in maniera efficiente lo stesso capitale. In via generale questo è possibile sia per varie categorie di rischio – rischio di mercato, rischio di credito, ecc. – sia in aggregato sulla singola banca e, conseguentemente, in un'ottica più elevata, a livello di singole banche facenti parte di un gruppo bancario. Data la complessità dell'argomento la nostra analisi verterà solamente sul rischio di mercato, essendo questo l'oggetto del lavoro, e sulla singola banca, distinguendo all'interno di questa tra le varie aree e unità operative⁴⁷. Ci rendiamo inoltre conto dell'esistenza di una vasta letteratura sul *risk management* per cui la trattazione che verrà sviluppata nei prossimi paragrafi non pretende di essere esauriente. Il nostro scopo è principalmente quello di fornire un quadro riassuntivo dei problemi derivanti dall'utilizzo operativo della metodologia *VaR* per la costruzione di un sistema integrato di *risk management* nelle banche.

3.2.1 Misurazione e aggregazione del rischio

Fino ad ora la nostra analisi è stata costruita per il portafoglio complessivo della banca, senza distinguerlo per finalità, per orizzonte temporale o per unità operativa, valutandone quindi il rischio aggregato. Nell'operatività bancaria, a seconda della dimensione e della specializzazione dell'intermediario, il portafoglio è solitamente diviso nelle diverse unità operative, le quali a loro volta possono operare con finalità multiple. Si pensi per esempio ai titoli di Stato presenti nel portafoglio della banca, che vengono gestiti, almeno negli istituti di medie dimensioni, da un'unità specifica. Gli stessi titoli possono però appartenere al portafoglio cosiddetto "immobilizzato" o a quello di "negoiazione"⁴⁸, anche se la loro gestione è affidata ad un unico ufficio. I titoli presenti nel primo portafoglio vengono detenuti dalla banca per motivi di investimento fino a scadenza, quindi con un orizzonte di lungo termine, mentre quelli presenti nel secondo sono per motivi di investimento di tesoreria, di trading o di negoziazione con la clientela, con un orizzonte di breve periodo. In questo paragrafo cercheremo di evidenziare i problemi derivanti dall'aggregazione delle misure di *VaR* calcolate per le diverse unità operative della banca. Per facilitare la generalizzazione dei criteri di scelta tra i diversi metodi di aggregazione del *VaR*, dove non espressamente indicato il metodo di stima del *VaR* a cui faremo riferimento è quello di *varianza-covarianza*.

⁴⁵ Tale approccio è in parte recepito nel meccanismo di penalizzazione della procedura di backtesting, analizzata nel paragrafo precedente.

⁴⁶ Si veda Considine (1998) per ulteriori approfondimenti.

⁴⁷ Nel caso del rischio di mercato le diverse unità operative vengono anche chiamate *desk*.

⁴⁸ Tale distinzione è prevista dalla normativa di vigilanza della Banca d'Italia nella nota integrativa al bilancio bancario.

Metodologie alternative di misura e aggregazione del VaR tra unità organizzative

Per meglio comprendere le problematiche che verranno analizzate in questo paragrafo riprendiamo alcuni concetti già trattati nel secondo capitolo, in modo da individuare una chiave di lettura per classificare, anche operativamente, le varie scelte relative alla politica di *risk management* integrato. Per calcolare il VaR di un portafoglio composto da due attività finanziarie di cui conosciamo i valori individuali di VaR pari a VaR_a e VaR_b , rispettivamente, possiamo o meno tenere conto dell'effetto diversificazione. Nel primo caso utilizzeremo la $VaR_{Pd} = (\mathbf{v}^T \mathbf{C} \mathbf{v})^{\frac{1}{2}}$ dove \mathbf{C} è la matrice $\begin{bmatrix} 1 & \rho_{a,b} \\ \rho_{b,a} & 1 \end{bmatrix}$ con $\rho_{a,b}$ indice di correlazione tra le due attività e \mathbf{v} è il vettore $\begin{bmatrix} VaR_a \\ VaR_b \end{bmatrix}$. Nel secondo caso, possiamo ipotizzare l'assenza di correlazione tra le due attività, cioè $\rho_{a,b}=0$, e il VaR del portafoglio sarà pari a $VaR_{Pnd} = \sqrt{VaR_a^2 + VaR_b^2}$, oppure la perfetta correlazione, cioè $\rho_{a,b}=1$, con $VaR_{Pnd} = VaR_a + VaR_b$. Il tutto viene riassunto nella tabella successiva.

Metodo di calcolo	$\rho_{a,b}$	VaR aggregato
Con effetto diversificazione	stimato	$\sqrt{VaR_a^2 + VaR_b^2 + 2\rho_{a,b} \times VaR_a \times VaR_b}$
Senza effetto diversificazione	0	$\sqrt{VaR_a^2 + VaR_b^2}$
	1	$VaR_a + VaR_b$

Tabella 3.5: VaR aggregato secondo diversi metodi di calcolo.

Il ragionamento diventa più complesso se al posto dei titoli avessimo due portafogli A e B con VaR_A e VaR_B . Il caso non diversificato si risolve facilmente, $VaR_{Pnd} = \sqrt{VaR_A^2 + VaR_B^2}$ per l'assenza di correlazione e $VaR_{Pnd} = VaR_A + VaR_B$ nel caso di perfetta correlazione. Per tenere conto dell'effetto diversificazione dovremmo stimare la matrice di correlazione di tutti i titoli, sia quelli del portafoglio A che di quello B , individuare i valori di VaR per ognuno di essi e poi applicare la $VaR_{Pd} = (\mathbf{v}^T \mathbf{C} \mathbf{v})^{\frac{1}{2}}$. In alternativa è possibile calcolare la

correlazione $\rho_{A,B}$ tra i due portafogli e applicare la $VaR_{Pd} = \left(\begin{bmatrix} \mathbf{v}_A^T & \mathbf{v}_B^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \rho_{A,B} \\ \rho_{A,B} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_A \\ \mathbf{v}_B \end{bmatrix} \right)^{\frac{1}{2}}$

dove i vettori sono i VaR delle singole attività dei due portafogli. Si può dimostrare che la correlazione cercata è $\rho_{A,B} = \frac{\mathbf{v}_A^T \mathbf{C}_{AB} \mathbf{v}_B}{VaR_A \times VaR_B}$ dove la matrice \mathbf{C}_{AB} è formata dalle correlazioni

tra i titoli del primo portafoglio e quelli del secondo. Il coefficiente di correlazione può anche essere stimato utilizzando i rendimenti storici dei due portafogli nell'ipotesi che la loro composizione rimanga costante⁴⁹.

Vediamo ora il concetto di VaR incrementale che viene definito solo nel caso in cui si tenga conto dell'effetto diversificazione. In questo caso il VaR incrementale è semplicemente definito come $VaR_{I_a} = VaR_{Pd} - VaR_a$, cioè esprime l'apporto in termini di VaR della nuova

⁴⁹ Essendo questa una procedura di stima può anche portare a valori sensibilmente diversi da quelli che si ottengono utilizzando la matrice di correlazione tra le attività dei due portafogli.

attività a – o del portafoglio A . Tale valore può essere anche diverso da VaR_a , perché non dipende dal rischio assoluto dell'attività, ma dalla variazione in termini di rischio che questa può apportare al portafoglio complessivo. La stessa attività può quindi avere un VaR incrementale diverso a seconda del portafoglio con cui viene confrontata.

Mentre questa analisi non riveste particolari difficoltà in un'ottica di gestione di portafoglio, diversa e più complessa diventa se applicata nel contesto bancario, anche limitandosi alla sola area finanza. Esistono, infatti, problemi di organizzazione, di valutazione, di identificazione delle unità operative che rendono di fatto difficilmente utilizzabile tale tipo di approccio. Risulta comunque utile una sua analisi formale nella connotazione più semplice, quella di portafoglio, in quanto ci consente una più agevole identificazione dei problemi di applicazione operativa.

Il VaR della singola unità operativa

Il calcolo del VaR per singola unità operativa, una volta definito il portafoglio e i parametri per il calcolo – intervallo di confidenza, *holding period*, numero di dati e ponderazione – non presenta in sé particolari difficoltà. Scelto il modello per il calcolo⁵⁰ lo si applica al portafoglio dell'unità operativa e si calcola il VaR . I problemi sorgono nel definire le unità operative e i corrispondenti portafogli di attività finanziarie, sia per aziende bancarie che presentano già una suddivisione precisa dei compiti nell'area finanza, sia per quelle che sono in procinto di effettuarla. In linea generale, come d'altronde evidenziato nel secondo capitolo, la suddivisione più naturale sarebbe quella per fattori di rischio, più o meno approfondita a seconda dei volumi operativi della banca⁵¹. In questo modo ogni unità sarebbe individuabile con il fattore di rischio corrispondente e il calcolo del VaR risulterebbe più agevole, rendendo inoltre più semplice il controllo dell'esposizione al rischio, sia a livello di singola unità, che in aggregato. Questo approccio organizzativo, che può avere la sua indubbia utilità, deve però essere confrontato con l'effettiva organizzazione dell'area finanza delle diverse banche, la quale può discostarsi da esso, anche in maniera sensibile. Una suddivisione diversa da quella ipotizzata, oltre che per motivi di tradizione culturale⁵² e di efficienza organizzativa, è anche dettata dalle diverse finalità con cui vengono gestite le varie attività del portafoglio complessivo della banca. Questo può portare ad una struttura organizzativa che prevede unità separate, anche se i portafogli ad esse affidati sono esposti agli stessi fattori di rischio. Come visto sopra un esempio può essere la suddivisione del portafoglio obbligazionario tra componente immobilizzata e componente di negoziazione. Le finalità sono diverse e solitamente sono diverse anche le politiche di gestione e i responsabili delle stesse⁵³. In generale questo non provoca problemi nel calcolo del VaR , ma comporta difficoltà nella sua successiva aggregazione, dovuta sia all'armonizzazione dei valori delle variabili di controllo, sia all'individuazione del singolo fattore di rischio.

Il VaR aggregato

Definite le varie unità operative e calcolato il VaR per ciascuna di esse, due sono i principali problemi nel calcolo del VaR complessivo dell'area finanza⁵⁴: armonizzare i valori delle

⁵⁰ Tale scelta compete, solitamente, a organi quali il Comitato rischi finanziari nel caso di gruppi italiani, o l'unità di Risk Management, nei gruppi esteri (vedi paragrafo 4.1 di questo lavoro).

⁵¹ Per esempio una elevata operatività nel mercato azionario potrebbe portare ad una divisione operativa su varie unità, ognuna responsabile di un determinato mercato, o dei titoli appartenenti ad un particolare indice (Dow Jones, Nasdaq, ecc.).

⁵² Le quali, il più delle volte, derivano comunque da situazioni storiche di mercato che rendevano un certo profilo organizzativo più efficiente di altri.

⁵³ A volte, come in questo caso, la gestione può essere vincolata da direttive dell'autorità di vigilanza, che impediscono di fatto una gestione autonoma. Nella fattispecie per il portafoglio immobilizzato, date alcune facilitazioni fiscali e contabili, vengono previsti dei limiti precisi per la sua formazione, e limiti ancora più stringenti per il suo eventuale smobilizzo.

⁵⁴ L'estensione alla banca nel suo complesso, con l'aggregazione degli altri tipi di rischio – con quello di credito che diventa preponderante – comporta, in linea generale, gli stessi problemi relativi alla sola area

variabili e aggregare le esposizioni ai diversi fattori di rischio. Diversi valori dei parametri relativi al calcolo del *VaR* possono dipendere da obiettivi diversi delle singole unità operative – si pensi ad esempio al *desk* degli strumenti derivati per la propria attività di *trading* rispetto a quello di vendita degli stessi strumenti alla clientela –, dalla diversa struttura organizzativa, da diversi gradi di avversione al rischio⁵⁵, da diverse strutture dei mercati di riferimento.

L'armonizzazione dei parametri

Tre sono i parametri principali che necessitano di armonizzazione per l'aggregazione del *VaR*: il periodo di detenzione, l'intervallo di confidenza e la numerosità dei dati. La diversità nei valori di tali variabili per singole unità operative può dipendere da diversi fattori. La scelta del periodo di detenzione di una posizione può essere fatta, per esempio, in base al tempo necessario allo smobilizzo della stessa, o sulla base dell'obiettivo assegnato alla singola unità operativa, cioè sull'orizzonte temporale di riferimento⁵⁶ (Saita, 2000). L'intervallo di confidenza può variare a seconda della avversione al rischio del responsabile di ogni unità, o può essere stabilito a priori dalla Direzione, sulla base dell'avversione al rischio complessiva della banca. La numerosità dei dati può variare a seconda dell'obiettivo assegnato all'unità operativa, ma anche in base alle caratteristiche delle attività presenti nel portafoglio⁵⁷. Oltre all'armonizzazione dei parametri va anche evidenziata la possibilità di avere diversi metodi di calcolo del *VaR* nelle varie unità operative. Mentre per un portafoglio composto da sole azioni l'uso del metodo Monte Carlo potrebbe essere considerato eccessivo, rispetto ai costi di implementazione, per un'unità operativa sui titoli derivati il discorso sarebbe diverso. La necessità di tenere conto delle non linearità tra prezzi e fattori di rischio, giocoforza porterebbe alla scelta di tale metodo per il calcolo del *VaR*. Teniamo separata, almeno in prima analisi, questa possibile diversità ipotizzando che in tutte le unità operative si sia utilizzato lo stesso metodo di stima del *VaR*.

Due sono i principali problemi relativi all'individuazione di un periodo di detenzione comune: il criterio di scelta e il metodo per riportare i singoli valori di *VaR* a tale periodo. Rifacendosi al tempo necessario allo smobilizzo della posizione, una misura prudente potrebbe essere quella di utilizzare come periodo comune quello più elevato, così da individuare la situazione più avversa. Evidentemente questa scelta sarebbe poco rappresentativa dell'effettivo rischio dell'area finanza nel suo complesso, in quanto sovrastimerebbe il *VaR* reale. La scelta opposta, di utilizzare il periodo minore, porterebbe invece ad una sottostima del rischio complessivo. Si potrebbe, invece, utilizzare un valore medio, ponderato con dei pesi assegnati ad ogni unità operativa sulla base di un criterio stabilito. Un esempio coerente con l'obiettivo di aggregazione del rischio potrebbe basare la ponderazione sul *VaR* di ogni unità operativa, calcolato con periodo di detenzione pari all'effettivo tempo necessario allo smobilizzo completo della posizione. Il dato del *VaR* andrebbe calcolato come valore medio su un periodo di tempo comune, in modo da attenuare eventuali situazioni contingenti. Il periodo così individuato andrebbe poi sottoposto a revisione periodica per tenere conto sia delle modifiche nell'attribuzione del

finanza. La valutazione del rischio di credito secondo un'approccio *VaR* porta però a differenze più accentuate con il *VaR* "finanziario", di quanto lo siano tra *VaR* "finanziari" di diverse unità operative.

⁵⁵ Su questo punto è necessaria una precisazione. La scelta di un determinato valore di probabilità nel calcolo del *VaR* in qualche modo identifica il grado di avversione al rischio, anche se non può essere considerata una identificazione formalmente corretta, in quanto bisognerebbe identificare una famiglia di curve di indifferenza nel piano cartesiano rendimento-rischio. Ogni unità operativa può avere, quindi, un diverso grado di avversione al rischio, che può quindi non essere lo stesso della banca nel suo complesso, a livello di Consiglio di amministrazione.

⁵⁶ Nel mercato azionario, per esempio, possiamo distinguere tra attività di *trading*, essenzialmente con orizzonte giornaliero, e attività di gestione del portafoglio, con orizzonte di più lungo periodo.

⁵⁷ Se l'obiettivo è la stabilizzazione del rendimento nel medio-lungo periodo verranno utilizzate serie storiche più lunghe, rispetto ad un obiettivo di massimizzazione del rendimento su un periodo più breve. Si pensi per esempio al legame del rendimento di un'azione di una società della "old economy" con l'indice di borsa corrispondente, rispetto allo stesso legame di una società della "new economy".

capitale alle unità operative, sia delle diverse composizioni dei singoli portafogli. Nella tabella successiva viene riportato il calcolo del periodo comune di detenzione per l'Area finanza di una banca fittizia.

Dati	Unità operative		
	Obbligazionario	Azionario	Derivati
<i>VaR</i> medio	600.000 €	150.000 €	70.000 €
Periodo di smobilizzo gg.	4	2	1
Periodo ponderato	2.400.000	300.000	70.000

Tabella 3.6: Ipotesi di calcolo del periodo di detenzione medio.

Da dati esposti sopra deriva un periodo di detenzione medio pari a 3,4 giorni approssimato a 3 giorni. Questa impostazione, che ovviamente può essere successivamente migliorata, o sostituita con un'altra, presenta comunque alcune caratteristiche migliorative rispetto alla semplice scelta del periodo di detenzione minore o maggiore. Questo in quanto si riesce in qualche modo ad ottenere un valore più vicino alla effettiva perdita che la banca può subire nell'arco di tempo considerato. Per verificare questa affermazione proviamo a confrontare la perdita potenziale su tre e su quattro giorni della banca, confrontandola con la perdita tenendo conto degli effettivi giorni di smobilizzo di ogni unità operativa. Per semplicità ipotizziamo che il *VaR* di fine periodo sia uguale al *VaR* medio e utilizziamo la regola della radice di t per convertire i valori sul medesimo periodo di detenzione. Sempre per semplicità sommiamo direttamente i *VaR*, senza considerare, quindi, effetti di correlazione e ipotizziamo che le singole unità operative smobilizzino completamente la posizione nel tempo pari al periodo ipotizzato di smobilizzo.

Dati	Unità operative			Totale
	Obbligazionario	Azionario	Derivati	
<i>VaR</i> di fine periodo	600.000 €	150.000 €	70.000 €	
Periodo di smobilizzo gg.	4	2	1	
Perdita potenziale con 4 g.	600.000 €	212.132 €	140.000 €	952.132 €
Perdita potenziale con 3 g.	519.615 €	183.712 €	121.244 €	824.571 €
Perdita potenziale con 1 g.	300.000 €	106.066 €	70.000 €	476.066 €
Perdita effettiva	600.000 €	150.000 €	70.000 €	820.000 €

Tabella 3.7: Confronto tra *VaR* e perdita effettiva.

Come si nota dalla tabella utilizzare il tempo medio ponderato come periodo comune di detenzione porta ad una stima più precisa dell'effettivo *VaR* della banca. Una volta individuato il periodo di detenzione da utilizzare rimane il problema di convertire i valori del *VaR* delle singole unità operative a tale periodo. Se il calcolo del *VaR* fosse effettuato per tutte le unità con il metodo⁵⁸ della \sqrt{t} , sarebbe comunque ragionevole utilizzarlo anche per riportare tutti i valori ad un comune periodo temporale, come fatto nell'esempio

⁵⁸ Tale metodo, ricordiamo, consiste nel calcolare la volatilità su base giornaliera per trasformarla su un periodo più lungo con il prodotto della radice di t .

precedente⁵⁹. Ricordiamo comunque che tale metodo presenta l'indubbio vantaggio della semplicità, ma si basa sull'ipotesi forte di correlazione seriale nulla tra le perdite durante i t giorni di detenzione portando ad una valutazione complessiva del VaR che può risultare distorta da quella effettiva. Un metodo più preciso dal punto di vista formale dovrebbe tenere conto della possibile correlazione tra le perdite. In questo modo se, per esempio, le perdite avessero un indice di correlazione positivo il VaR aggregato così calcolato sarebbe superiore a quello precedente (Jorion, 2000).

Una volta individuato il comune periodo di detenzione si presenta il problema di identificare un intervallo di confidenza sui cui aggregare il VaR delle singole unità operative. La scelta del livello di probabilità su cui calcolare il VaR dovrebbe essere in qualche modo legata al grado di avversione al rischio della banca, individuato in ultima analisi dal Consiglio di amministrazione⁶⁰. Tale decisione potrebbe, come ricorda anche Saita (2000), basarsi sul *rating* della banca – attuale o scelto come obiettivo – in modo che ci sia coerenza tra i due valori. L'assegnazione di un *rating*, infatti, porta alla stima di una probabilità di insolvenza associata alla banca che può essere, previo complemento all'unità, ricondotta all'intervallo di confidenza su cui calcolare il VaR (Jorion, 2000; Sironi, 1996). Individuato tale valore comune risulta relativamente semplice⁶¹ ottenere il VaR aggregato, sempre nell'ipotesi che le varie unità utilizzino lo stesso metodo di calcolo. Rimangono comunque validi i problemi, specialmente per il metodo della simulazione storica, che comporta il passaggio da un determinato valore di probabilità ad un altro. Inoltre, la presenza non-linearità nel portafoglio – tra variazioni del fattore di rischio e variazioni del valore di mercato di una posizione – può portare a forti incrementi del VaR all'aumentare del grado di probabilità (Saita, 2000). Utilizzando il metodo delta-normal per il calcolo del VaR , senza correzioni per la non-linearità, di fatto aumenterebbe la sottostima del rischio effettivo.

Differenti unità operative possono utilizzare differenti numerosità dei dati, legate al tipo di attività presenti in portafoglio o agli stessi obiettivi determinati dalla Direzione della banca. Per esempio, in un portafoglio orientato al *trading* di breve periodo le informazioni più recenti incorporate nelle serie storiche dei rendimenti delle attività avrebbero un'importanza maggiore di quelle di più lungo periodo⁶². Potrebbero quindi presentarsi dei problemi nell'aggregare valori di VaR calcolati utilizzando serie storiche di diversa lunghezza? Dal punto di vista puramente formale, questo non comporta nessuna modifica nel procedimento di aggregazione, che presuppone la sola armonizzazione dei parametri relativi all'intervallo di confidenza e al periodo di detenzione. Dal punto di vista sostanziale riteniamo che la scelta della numerosità dei dati – a parità di metodo di calcolo utilizzato – non comporti problematiche a livello di aggregazione del VaR , tali da prevedere degli eventuali correttivi specifici. Nella fattispecie già la scelta di un comune periodo di detenzione tiene in qualche modo conto della differente numerosità dei dati utilizzati. Infatti è abbastanza ragionevole considerare una relazione diretta tra periodo di detenzione del portafoglio e numerosità dei dati utilizzati nel calcolo del VaR .

Più problematico può risultare il processo di aggregazione quando le diverse unità operative utilizzano un diverso metodo per il calcolo del VaR . Questo può accadere, per esempio, nel caso di posizioni in strumenti derivati, dove le non-linearità tra prezzi e fattori di rischio

⁵⁹ Per passare dal VaR calcolato su 5 giorni al VaR su 7 giorni, per esempio, si divide prima il VaR per la radice di 5, per poi moltiplicare il risultato per la radice di 7.

⁶⁰ Prescindiamo in questa valutazione dai criteri dettati dall'organo di vigilanza, che ricordiamo impone un livello di probabilità del 99% per utilizzare il modello interno ai fini del calcolo del requisito patrimoniale minimo.

⁶¹ Nel caso di utilizzo del modello *delta-normal*, basta infatti dividere il VaR per il "vecchio" α e poi moltiplicarlo per il "nuovo".

⁶² Ricordiamo che oltre alla numerosità dei dati riveste particolare importanza anche il fattore di ponderazione degli stessi. Infatti, utilizzare un coefficiente di ponderazione sensibilmente lontano dall'unità, diminuisce in modo drastico il peso delle informazioni presenti nei rendimenti più lontani, e di fatto riduce la numerosità degli stessi dati.

possono essere stimate in maniera migliore con il metodo Monte Carlo, piuttosto che con il metodo *delta-normal* o con la simulazione storica. Il problema principale si può ricondurre alle differenze concettuali, sia dal punto di vista teorico, sia da quello empirico, tra i tre diversi metodi di calcolo del *VaR*⁶³. Per esempio, a parità di numerosità dei dati, la scelta di un intervallo di confidenza elevato può portare a stime distorte con il metodo della simulazione storica, problema non presente nella metodologia *delta-normal* e, almeno in parte⁶⁴, neanche in quella Monte Carlo. Si possono verificare, inoltre, come anche trovato empiricamente nel corso di questo lavoro, periodi temporali in cui il *VaR* calcolato con un metodo risulta in media superiore a quello calcolato con un altro metodo. Siccome tale situazione non è strutturale, in quanto in periodi diversi il rapporto può anche invertirsi, si potrebbero ottenere stime distorte del *VaR* aggregato. La soluzione più corretta dal punto di vista formale sarebbe quella di uniformare anche il metodo di calcolo, ma questo porterebbe a delle complicazioni dal punto di vista strettamente operativo. Come già visto in questo stesso lavoro la metodologia Monte Carlo prevede, oltre a tempi di calcolo più elevati, una complessità maggiore del metodo *delta-normal*, che a sua volta risulta più complesso di quello della simulazione storica. Tale complessità comporta un aumento dei costi complessivi, che potrebbe essere di fatto superiore ai benefici derivanti dall'adozione di un modello comune. La scelta di non uniformare la metodologia di calcolo potrebbe essere accettabile in un'ottica di contenimento dei costi operativi.

L'aggregazione delle esposizioni ai fattori di rischio

L'aggregazione dei *VaR* delle diverse unità operative comporta essenzialmente due tipi di problemi: il primo riguarda i fattori di rischio, mentre il secondo tiene conto delle diverse posizioni nei portafogli.

Una volta uniformati i parametri utilizzati per il calcolo del *VaR* nelle diverse unità operative si deve procedere all'aggregazione dei valori sulla base dei fattori di rischio utilizzati. Nel nostro caso, limitato all'area finanza della banca, i fattori di rischio saranno le curve dei tassi di interesse dei vari paesi, i tassi di cambio, gli indici di borsa e, per certi titoli derivati, anche degli indici sulle materie prime. Se fosse possibile dividere ogni unità operativa in base ad un singolo fattore di rischio, o a fattori di rischio omogenei, il calcolo del *VaR* aggregato non comporterebbe problemi particolari. Infatti, una volta individuata la matrice **C** di correlazione tra i vari fattori di rischio, il *VaR* aggregato può essere calcolato

con la $VaR_{agg} = (\mathbf{v}^T \mathbf{C} \mathbf{v})^{\frac{1}{2}}$ dove **v** è il vettore dei *VaR* delle singole unità operative. Diverso si presenta il problema nel caso in cui i fattori di rischio non abbiano una divisione così netta, ma possano essere riferiti a diverse unità. Per aggregare in maniera corretta due sono le principali soluzioni possibili: evidenziare per ogni unità il *VaR* relativo ai diversi fattori di rischio, oppure calcolare la matrice di correlazione dei rendimenti delle unità operative. Per chiarire meglio le due diverse impostazioni utilizziamo l'esempio della nostra banca fittizia dove evidenziamo i fattori di rischio per ogni unità operativa con i corrispondenti valori del *VaR*.

⁶³ Confronta il paragrafo 2.5.4 in questo stesso lavoro.

⁶⁴ Infatti, utilizzando un numero elevato di simulazioni la scelta di elevati valori dell'intervallo di confidenza non comporta distorsioni nei valori del *VaR*.

Dati		Unità operative		
		Obbligazionario	Azionario	Derivati
VaR complessivo		600.000 €	150.000 €	70.000 €
VaR relativo	Tassi di interesse	550.000 €		30.000 €
	Indici di borsa	70.000 € ⁶⁵	150.000 €	50.000 €
	Materie prime			15.000 €

Tabella 3.8: Esempio di VaR aggregato.

Una matrice di correlazione dei rendimenti dei fattori di rischio coerente con i valori della tabella precedente è la seguente.

	Tassi di interesse	Indici di borsa	Materie prime
Tassi di interesse	1	0,6831	0,1396
Indici di borsa	0,6831	1	-0,6
Materie prime	0,1396	-0,6	1

Tabella 3.9: Matrice di correlazione dei fattori di rischio.

Se non tenessimo conto che l'unità operativa obbligazionaria è esposta anche al fattore di rischio derivante dagli indici di borsa e ipotizzassimo che quella sui derivati abbia come fattore di rischio le sole materie prime, il VaR aggregato dell'area finanza diventerebbe

$$\sqrt{\begin{bmatrix} 600.000 & 150.000 & 70.000 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0,6831 & 0,1396 \\ 0,6831 & 1 & -0,6 \\ 0,1396 & -0,6 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 600.000 \\ 150.000 \\ 70.000 \end{bmatrix}} \text{ pari a } 713.780 \text{ €}.$$

Con i VaR relativi, invece, si sommano i valori che fanno riferimento allo stesso fattore di

$$\text{rischio, } \sqrt{\begin{bmatrix} 580.000 & 270.000 & 15.000 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0,6831 & 0,1396 \\ 0,6831 & 1 & -0,6 \\ 0,1396 & -0,6 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 580.000 \\ 270.000 \\ 15.000 \end{bmatrix}}$$

che da come risultato un VaR aggregato di 788.060 €, leggermente superiore a quello precedente e più corretto dal punto di vista formale. Due sono le possibilità per evitare questi calcoli: ipotizzare perfetta correlazione tra i fattori di rischio o assenza di correlazione, nel primo caso il VaR sarebbe pari alla somma algebrica dei VaR di ogni unità, cioè 820.000 €, nel secondo, usando la radice della somma dei quadrati, otteniamo 622.415 €. Le quattro diverse opzioni vengono riassunte nella tabella successiva dove il termine totale indica che sono stati utilizzati tutti i fattori di rischio di ogni unità operativa, mentre con parziale si ipotizza che ogni unità sia sottoposta ad un solo fattore di rischio.

⁶⁵ L'unità operativa obbligazionaria potrebbe essere esposta al fattore di rischio "indici di borsa" dalla presenza in portafoglio di titoli *equity linked*, in cui parte dei flussi – di capitale e/o interessi – è legato a titoli azionari.

Metodo di calcolo		VaR aggregato
Con effetto diversificazione	Parziale	713.780 €
	Totale	788.060 €
Senza effetto diversificazione	Correlazione nulla	622.415 €
	Correlazione perfetta	820.000 €

Tabella 3.10: VaR aggregato secondo diversi metodi di calcolo.

Mentre gli ultimi due metodi risultano di facile applicazione operativa, i primi due comportano alcuni problemi che riguardano entrambi la corretta individuazione dei fattori di rischio. Nel caso del calcolo parziale risulta cruciale la scelta dell'unico fattore di rischio per ogni unità operativa, infatti, se avessimo deciso che il fattore per l'unità sui derivati fosse l'indice di borsa, il VaR aggregato sarebbe pari a

$$\sqrt{\begin{bmatrix} 600.000 & 220.000 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0,6831 \\ 0,6831 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 600.000 \\ 220.000 \end{bmatrix}} \text{ cioè } 767.293 \text{ €}.$$

Se invece volessimo utilizzare tutti i fattori di rischio per tenere conto in maniera completa dell'effetto diversificazione, potrebbe essere operativamente complicato individuare in maniera corretta i valori di VaR di ogni unità e per ogni fattore di rischio. Una soluzione potrebbe essere quella di stimare direttamente le correlazioni tra le varie unità operative, per poi calcolare il VaR aggregato utilizzando tali valori nella matrice al posto delle correlazioni tra i fattori di rischio. Per stimare i valori della matrice si potrebbe pensare di calcolare la correlazione tra i rendimenti dei portafogli delle due unità, con la composizione fissata alla data di calcolo, utilizzando cioè lo stesso procedimento su cui si basa il metodo della simulazione storica. In questo modo, però, si stimerebbe la correlazione tra due portafogli statici ad una certa data – nel caso azionario si potrebbe immaginarli come due differenti indici di borsa con composizione costante – che potrebbe non essere significativa dell'effettiva correlazione tra le due unità operative. Calcolare la correlazione sulla serie storica dei rendimenti effettivamente ottenuti, che in qualche modo sarebbe più significativa, può portare comunque a stime distorte data l'elevata variabilità di tali rendimenti.

Due possono essere sostanzialmente le scelte possibili per ottenere una misura di VaR per l'area finanza: calcolare il VaR considerando l'intera area come un singolo portafoglio, oppure aggregare, secondo un particolare metodo, i VaR di ogni singola unità operativa. In quest'ultimo caso bisogna essere consapevoli dei limiti di ogni metodo in modo da sceglierlo coerentemente con le esigenze informative che si vuole assegnare al risultato, cioè al VaR aggregato dell'area finanza. Tutte queste considerazioni trovano ulteriori approfondimenti e complicazioni quando si passa ad un livello più elevato di aggregazione – per esempio con aree di affari fra loro eterogenee come l'area finanza e l'area crediti. Se poi saliamo ancora di livello e vogliamo aggregare fra di loro le grandi classi di rischio – rischi di mercato, rischi di credito, rischio operativo, rischio sui margini delle attività di servizio – risulta ancora più importante la scelta del metodo di calcolo delle correlazioni tra tali classi. È presumibile che la posizione intermedia tra l'ipotesi più prudentiale, di perfetta correlazione, e quella più ottimistica di assenza di correlazione, sia la preferibile, anche se comporta indubbi problemi nella stima delle diverse correlazioni. La proposta più semplice e anche quella concretamente percorribile è quella di stimare il legame statistico tra i flussi di reddito delle macro-aree di affari: mercato, credito, servizi (Saita, 2000; Sironi, 1996). A tal riguardo, in un ottica più generale, Matten, 2000 reputa più corretto utilizzare quest'ultima proposta – chiamata *top-down* – per allocare il capitale della banca, e solo successivamente applicare i metodi basati sulla volatilità dei fattori di rischio per allocare il capitale all'interno di ogni macro-area. Questa soluzione si è dimostrata più stabile e con meno problemi operativi, sempre che la banca abbia al suo interno un sistema di contabilità analitica in grado di evidenziare in maniera accurata i costi di ogni unità. La contabilità di questo tipo prevede,

infatti, l'individuazione di una serie di costi e ricavi di trasferimento tra chi produce un servizio e chi effettivamente lo utilizza – in parte o tutto. La difficoltà nel determinare in maniera precisa i valori di contabilità, e i costi organizzativi e reali della sua implementazione, di fatto ne impediscono l'utilizzo a bassi livelli di disaggregazione, limitandosi ad unità operative di medie dimensioni o alle singole aree d'affari. Sussiste comunque il problema della numerosità, in quanto i dati di contabilità integrata difficilmente vengono rilevati con frequenza superiore al mese.

Esiste un altro problema altrettanto complesso che riguarda le posizioni opposte che si possono venire a formare tra diverse unità operative. Per esempio, se l'unità obbligazionaria avesse in portafoglio una posizione lunga pari a 100.000 € di nominale su un titolo obbligazionario tedesco decennale, e l'unità sui derivati avesse un contratto *future* sul Bund aperto⁶⁶, la posizione complessiva di rischio sarebbe ovviamente minima, se non addirittura nulla. I valori di *VaR* delle due unità operative separate sarebbero comunque positivi come la loro aggregazione, evidenziando un rischio complessivo che di fatto non sussiste (Saita, 2000). Per risolvere tale problema e giungere ad un valore del *VaR* aggregato più vicino a quello effettivo della banca, si potrebbero eliminare dal portafoglio le posizioni che si neutralizzano a vicenda, ma questo creerebbe un problema successivo, che potrebbe essere più pericoloso della sopravvalutazione del *VaR* aggregato. Riprendendo l'esempio precedente, e ricordando che i calcoli vengono fatti su un *holding period* comune, se una delle due unità operative decidesse di chiudere la posizione entro tale periodo, il *VaR* aggregato effettivo diventerebbe più elevato di quello calcolato escludendo le due posizioni. In questo modo il *VaR* non sarebbe più coerente con il suo scopo: identificare la massima perdita potenziale *dato* un certo orizzonte temporale. Per questo motivo si ritiene più coerente con la stessa definizione di *VaR* non eliminare dai portafogli eventuali posizioni coperte tra unità operative diverse nel momento del calcolo del *VaR* aggregato. Tali posizioni, infatti, conservano comunque un rischio potenziale che permane durante tutto l'orizzonte temporale preso come riferimento. Ritornando all'esempio precedente ed estremizzando, si pensi come si modificherebbe il rischio se l'operatore in derivati obbligazionari invece di chiudere l'operazione effettuasse quello che in gergo si chiama *stop and reverse*, cioè chiuda l'operazione corta per aprirne allo stesso prezzo una lunga⁶⁷. Il rischio complessivo in termini di *VaR* passerebbe da zero a quello di una posizione lunga in titoli pari ad un nominale di 200.000 €.

3.2.2 Fissazione di limiti operativi in base al rischio

La procedura fin qui vista ci permette di passare, non senza problemi, dai *VaR* delle singole unità operative alla formulazione di un *VaR* aggregato per l'area finanza, cioè di un valore che rappresenta l'esposizione complessiva al rischio di una parte dell'attività bancaria. La stessa procedura può essere applicata, con procedimenti diversi, ma simili nella sostanza, anche alle altre aree di attività della banca, tra cui l'intermediazione creditizia. I valori così ottenuti possono poi essere ulteriormente aggregati per arrivare all'individuazione del *VaR* complessivo della banca che stima, quindi, il rischio complessivo della banca nella sua interezza. Tale valore, oltre ad avere indubbe qualità di tipo informativo, può essere utilizzato anche a fini di controllo. Infatti, una volta individuato il massimo *VaR* che la banca è disposta a sopportare – che può anche essere individuato a partire dal patrimonio di vigilanza – a cascata possono essere individuati i massimi *VaR* per ogni area operativa, e quelli per ogni unità operativa, che diventano di fatto dei limiti sul rischio. Questo approccio presenta degli indubbi vantaggi, specialmente se confrontato con le procedure di controllo del rischio basate su valori quantitativi, che individuano dei valori massimi di

⁶⁶ Una posizione è aperta, in gergo *short*, quando si specula sul ribasso del prezzo del *future*. Tale posizione deve essere chiusa con un'operazione di segno opposto prima della scadenza del contratto, a meno di consegnare il sottostante, pari ad un Bund di 100.000 euro di nominale.

⁶⁷ L'operazione in pratica consiste nell'acquisto contemporaneo di due contratti *future*.

determinate attività nel portafoglio. Si può, per esempio, facilmente dimostrare⁶⁸ che la massimizzazione di portafoglio⁶⁹ sottoposta a vincoli sulle quantità nominali può portare, in determinate condizioni, a portafogli inefficienti oltre ad esserci la possibilità, specialmente in un ottica multiperiodale, che vengano scelte composizioni più rischiose di quelle che si sceglierebbero in mancanza di vincoli⁷⁰. Viceversa un vincolo sul rischio – in questo caso sulla varianza del portafoglio – determina portafogli efficienti.

Esistono diversi modi con cui rendere effettivamente operativo un limite basato sul *VaR*. Supponiamo per esempio, che al responsabile dell'area finanza sia stato imposto un limite mensile ex-ante di *VaR* per tutta l'area. Calcolate le covarianze tra i portafogli delle singole unità operative, il responsabile fissa i limiti di *VaR* in modo che il valore complessivo, tenendo conto quindi delle correlazioni tra le varie unità, sia rispettato. Tra i vari metodi possibili per fissare tale limite, ne analizziamo due che possono in qualche modo essere considerati "estremi": obbligare giornalmente al rispetto dell'equivalente limite di *VaR* giornaliero, oppure vincolare le unità al rispetto di un valore medio. Nel primo il responsabile dell'area limita in maniera precisa l'operatività del gestore, ma è sicuro che il rischio potenziale non potrà essere superiore a quanto imposto. Nel secondo caso, invece, si dà più libertà al gestore, che è libero di sfruttare in maniera migliore le opportunità del mercato, ma in questo caso il rischio potrebbe potenzialmente anche superare il limite di *VaR* mensile. Molto dipende dal modo in cui viene calcolata la media per il vincolo: se la

media viene fissata contando tutti i giorni dall'inizio, $\frac{1}{t} \sum_{j=1}^t VaR_j \leq K$, gli ultimi giorni il

gestore potrebbe incrementare in maniera abbastanza elevata il *VaR*, senza per questo superare il vincolo imposto. Se invece la media venisse calcolata sugli n giorni precedenti,

cioè $\frac{1}{n} \sum_{j=t-n}^t VaR_j \leq K$, più n è piccolo, più si è sicuri che il limite mensile di *VaR* verrà

rispettato. Tali limiti possono essere modificati mensilmente in base al valore effettivo di *VaR* che ogni operatore ha ottenuto, rendendo più stringente il vincolo a quegli operatori che si sono comportati in maniera più rischiosa, ed eventualmente ampliandolo per quelli che sono rimasti al di sotto del limite. Essendo però il responsabile dell'area vincolato ad un valore di *VaR* complessivo, eventuali allargamenti del limite sono possibili solo a scapito di riduzioni di altri operatori appartenenti all'area finanza. Lo stesso ragionamento può ovviamente essere rifatto a livello di area, dove il responsabile diventa la direzione stessa della banca che può aumentare i limiti solo a scapito di altre aree. La differenza tra vincoli rigidi e vincoli flessibili si è riflessa anche operativamente nel sistema bancario, dove sono state utilizzate diverse soluzioni. La Swiss Bank, per esempio, ha deciso per limiti rigidi, mentre Goldman Sachs consente ai propri operatori di rinegoziare i limiti imposti, scegliendo quindi un approccio più flessibile. Quest'ultima ipotesi sembra preferibile in un'ottica di ottimizzazione del profilo di rischio-rendimento della banca (Jorion, 2000).

Esiste quindi un *trade-off* tra flessibilità nella scelta del metodo per implementare i vincoli basati sul *VaR* ed effettivo rischio potenziale che la banca sta assumendo. Nell'ipotesi, per esempio di scelta della media calcolata su tutti i giorni passati, la singola unità operativa può esporsi al rischio in maniera sempre più elevata in quanto l'ultimo valore aggiunto alla media pesa sempre relativamente meno. Al limite, se un operatore avesse mantenuto nel portafoglio titoli a bassissimo rischio per 19 giorni⁷¹, l'ultimo giorno potrebbe assumere una posizione ad alto contenuto di rischio – per esempio in derivati – con un valore del *VaR* giornaliero molto vicino al limite mensile. In questo modo la banca sarebbe esposta ad un rischio maggiore di quello voluto per due motivi: il primo è legato allo smobilizzo della

⁶⁸ Confronta Bazzana (1999).

⁶⁹ Markowitz (1952).

⁷⁰ Confronta per questo aspetto, applicato al vincolo di portafoglio introdotto dalla Banca d'Italia negli anni '70, il lavoro di Bazzana (1996).

⁷¹ In un mese i giorni lavorativi sono 20.

posizione, il secondo alla correlazione delle perdite. Fissare un limite di *VaR* implica anche fissare un intervallo temporale legato in qualche modo ai tempi di smobilizzo delle varie posizioni. Se nell'ipotesi precedente il tempo di smobilizzo dell'operatore fosse di tre giorni il *VaR* dovrebbe essere moltiplicato per la radice di tre, superando quindi il limite mensile. Quando si utilizza la radice di t per passare da limiti giornalieri a limiti più lunghi e viceversa si ipotizza che le perdite non siano fra loro correlate, ci si mette, quindi, nel caso peggiore, che potrebbe accadere solo in eventi estremi. La scelta dell'operatore renderebbe però effettiva questa ipotesi estrema, in quanto l'ultimo giorno si caricherebbe di tutto il rischio non sopportato i 19 giorni precedenti. La banca si troverebbe di nuovo in una posizione di rischio non voluta.

Un altro problema che può manifestarsi utilizzando limiti disaggregati di *VaR* come vincoli di rischio è relativo alla correlazione tra le diverse unità operative, o – a livello di banca nel suo complesso – tra le diverse aree. Le correlazioni sono calcolate tra i rendimenti delle unità e quindi, nel caso dell'area finanza, tra i rendimenti dei corrispondenti portafogli, sulla base dei dati storici. Questo consente di suddividere il rischio in maniera non-additiva, cioè la somma algebrica del *VaR* di ogni unità può essere maggiore del *VaR* complessivo dell'area. Facciamo un esempio: ipotizziamo che l'area finanza di una banca abbia nel suo complesso un vincolo di *VaR* pari a 140.000 € e che ci siano solo due unità operative, una sul mercato obbligazionario e una su quello azionario con un indice di correlazione calcolato su dati storici pari a 0,5. Il responsabile di area decide di vincolare l'unità obbligazionaria a 100.000 € e quella azionaria a 60.000 €, rispettando così il vincolo, infatti, il *VaR* complessivo è

dato da $\sqrt{\begin{bmatrix} 100.000 & 60.000 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0,5 \\ 0,5 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 100.000 \\ 60.000 \end{bmatrix}} = 140.000$ €. Le correlazioni tra i

portafogli variano però nel tempo, di solito in maniera lenta, ma nel caso di elevata volatilità dei mercati possono modificarsi più rapidamente, e spesso con un aumento della correlazione⁷². Per esempio se in un periodo di instabilità finanziaria la correlazione dovesse aumentare allo 0,8 il *VaR* complessivo diventerebbe di 152.316 € e quindi al di sopra del limite iniziale, con un incremento del rischio potenziale per la banca.

Tali problemi si riconducono in buona parte alle considerazioni viste nel paragrafo precedente anche se l'ottica in questo caso è opposta, in quanto la fissazione a cascata dei limiti operativi al rischio determina un processo di disaggregazione del *VaR*. Risulta cruciale, quindi, la scelta del metodo con cui scomporre il *VaR* per fissare i limiti per le diverse unità operative. La scelta più semplice è chiaramente quella di ignorare l'effetto diversificazione e "distribuire" i vincoli al rischio in modo che la loro somma algebrica non sia superiore al valore a cui è vincolata tutta l'area finanza, accettando di fatto l'ipotesi conservativa di perfetta correlazione. In questo modo si annullerebbe di fatto il rischio di variazioni nei coefficienti di correlazione visto sopra, scegliendo di porsi in un ottica prudenziale⁷³. Il costo di questa scelta, nel caso di correlazioni inferiori all'unità, si traduce in una situazione di non completo utilizzo delle potenzialità reddituali a disposizione dell'area finanza, in quanto, tenendo conto delle possibilità concesse dall'effetto diversificazione si potrebbero aumentare i limiti di una o più unità operative. In questo modo si potrebbe ottenere un incremento degli utili attesi senza per questo aumentare il rischio complessivo assegnato all'area. Resta aperto il problema di come calcolare operativamente la correlazione per sfruttare l'effetto diversificazione, in quanto mentre può essere relativamente semplice a livello di portafoglio, diversa è la situazione quando si prendono in considerazioni singole

⁷² Nei casi di elevata volatilità dei mercati, per esempio durante una caduta repentina dei corsi azionari, gli investitori tendono a chiudere tutte le posizioni, indipendentemente dal tipo di titolo posseduto per cui le correlazioni tendono più facilmente verso l'unità. Tale considerazione trova ulteriore approfondimento nel caso del calcolo del *VaR* con il metodo *CrashMetrics* sviluppato dalla Wilmott & Co (Hua e Wilmott, 1998 e 1999).

⁷³ Di fatto questo non è sempre vero. Infatti, se avessimo due sole unità operative con un coefficiente di correlazione superiore all'unità, una suddivisione "algebrica" dei limiti porterebbe ad una sottostima del limite di *VaR* complessivo dell'area.

unità operative di una banca. Come visto nel paragrafo sull'aggregazione del *VaR*, due sono le principali alternative a disposizione: calcolare le correlazioni sulla base dei fattori di rischio oppure sulla base delle diverse unità. La suddivisione delle unità operative sulla base dei fattori di rischio risulta una soluzione difficilmente percorribile sia sotto l'aspetto operativo, sia sotto quello organizzativo (Saita, 2000). Se volessimo, per esempio, dividere le unità sulla base dei fattori di rischio "tasso di interesse" e "indici azionari", determinati titoli, come le obbligazioni convertibili, sarebbero di difficile collocazione. Dal punto di vista organizzativo sarebbe poi difficile modificare configurazioni ormai consolidate per clientela – *retail* e *corporate*, per esempio – verso configurazioni per fattore di rischio. D'altro canto disaggregare il limite di *VaR* di area sulla base delle correlazioni tra unità operative si scontra con i già menzionati problemi visti nel paragrafo precedente. Una soluzione intermedia potrebbe essere quella di utilizzare le correlazioni tra il fattore di rischio più importante per ogni unità operativa. Ma anche in questo caso, oltre alla debolezza formale di tale approccio, si dovrebbe trovare un criterio per individuare il fattore più importante.

A dispetto di una teoria di portafoglio che non comporta particolari problemi nel processo di aggregazione del rischio, come nella sua disaggregazione per fissare i limiti operativi, la sua applicazione operativa in una banca, anche limitandosi alla sola area finanza, determina una serie di problematiche di non facile soluzione. A livello analitico, individuato il modello migliore per la banca, bisogna tenere presente i costi di implementazione nelle varie unità operative, dati principalmente dalla integrazione nel sistema informativo della banca. Esiste un secondo livello, quello organizzativo, che presenta una serie di costi diversificati e non sempre di facile quantificazione. Infatti, mentre la soluzione analitica è solitamente unitaria, quella organizzativa è tipicamente molteplice e strettamente legata al contesto in cui viene applicata e può differire, oltre che tra banche diverse, anche tra unità operative della stessa banca (Saita, 2000; Matten, 2000; Sironi, 1996). Non esiste, quindi, una soluzione unica al problema dell'aggregazione e disaggregazione del rischio, ma una serie di ipotesi di lavoro i cui costi e benefici vanno calcolati e confrontati in maniera precisa per individuare, volta per volta, la soluzione migliore.

3.2.3 La misurazione della performance corretta per il rischio

La misurazione della *performance* di una singola unità operativa, cioè del portafoglio detenuto dalla stessa, è il passaggio logico successivo nel processo di gestione del rischio all'interno di una banca. Fino a questo punto siamo infatti in grado di valutare il rischio di ogni unità operativa e di aggregarlo per determinare il rischio complessivo dell'area di attività e della banca nel suo complesso. Possiamo inoltre controllare il rischio, vincolando così in maniera più efficiente il comportamento delle aree di attività e delle singole unità operative. Il passo successivo nel processo di gestione del rischio ci impone l'individuazione di un metodo per misurare i risultati che tenga conto sia del rendimento effettivo, sia del rischio sostenuto, e questo in un'ottica *ex-ante*, prima di effettuare le scelte di investimento, ed *ex-post* per confrontare i risultati. L'ottica è evidentemente diversa, nel primo caso la banca, o l'area o l'unità operativa, è interessata, date determinate previsioni di rendimento, a scegliere tra due o più investimenti, cioè tra diverse composizioni di portafoglio. Il secondo caso è differente in quanto, sulla base di scelte già effettuate si tratta di verificare due aspetti: la correttezza delle previsioni effettuate, sia sul rendimento che sul rischio, e i risultati ottenuti dalle diverse unità o aree operative. La sola valutazione sulla base del rendimento, cioè dell'apporto all'utile della banca delle singole aree, può risultare fuorviante non tenendo conto del rischio sostenuto. In una visione più generale una misura della *performance* consente di segnalare eventuali problemi, risolverli – eventualmente scegliendo fra diverse alternative – e valutarne i risultati (Saita, 2000).

In letteratura viene utilizzato generalmente il termine RAPM (*risk-adjusted performance measurement*) per descrivere le varie tecniche di misurazione della *performance* corretta per il rischio. Le metodologie più utilizzate sono principalmente quattro che si dividono a loro volta in due gruppi, il primo basato sulle attività, che deriva dall'indice di bilancio ROA

(*return on asset*) e il secondo, più generico, sul capitale netto, che deriva dal ROC (*return on capital*)⁷⁴. Possiamo inoltre distinguerle in base al valore che viene corretto per il rischio: il numeratore, cioè il risultato netto dell'investimento, o il denominatore, per cui il capitale o l'attività utilizzata. L'aggiustamento del numeratore per il rischio viene effettuato sottraendo a questo la percentuale di perdita attesa del denominatore, per cui, per esempio se la previsione di fallimento di un'azienda è del 2% entro l'anno, alla cedola annuale di un prestito obbligazionario sottoscritto dalla banca per 100.000 €, dovremmo sottrarre 2.000 €. L'aggiustamento del denominatore viene effettuato pesando per il rischio i vari titoli del portafoglio nel caso del ROA, utilizzando una misura di capitale a rischio (CaR, equivalente al *VaR*), nel caso del ROC. Le quattro diverse metodologie possono riassumersi nella tabella seguente⁷⁵.

		Variabile corretta per il rischio	
		Rendimento	Capitale, attività
Indice di bilancio	ROA	RAROA <i>risk-adjusted return on asset</i>	RORAA <i>return on risk-adjusted asset</i>
	ROC	RAROC <i>risk-adjusted return on capital</i>	RORAC <i>return on risk-adjusted capital</i>

Tabella 3.11: Classificazione delle metodologie RAPM.

Se guardiamo solo alle due metodologie che prevedono l'aggiustamento del denominatore possiamo trovare una forte analogia con quanto visto nel paragrafo 3.1 riguardante la normativa per il controllo del rischio. Il RORAA risulta simile nel metodo alla procedura standard per il calcolo del patrimonio minimo di vigilanza come previsto nell'accordo di Basilea del 1988. Le varie attività del portafoglio (crediti e titoli) vengono infatti pesate secondo una serie di valori che tengono conto in qualche modo del rischio associato. Mentre il RORAC risulta simile alla metodologia dei modelli interni in quanto viene associato ad una misura del rischio che può essere il *VaR* (Matten, 2000).

I metodi di misurazione "standard"

Uno dei primi e più utilizzati metodi di misurazione del rendimento corretto per il rischio è l'indice di Sharpe che deriva come applicazione del modello di mercato del CAPM dello stesso autore⁷⁶. Tale indice è di tipo differenziale in quanto viene calcolato confrontando un'attività o un portafoglio con un'attività o un portafoglio di riferimento. L'idea di base di questo tipo di approccio, come anche ricordato dallo stesso Sharpe⁷⁷, è quella di pensare alla gestione complessiva di un portafoglio, considerando anche il costo del finanziamento della nuova posizione. Fatta questa premessa definiamo indice di Sharpe il rapporto tra il differenziale dei rendimenti e il differenziale delle deviazioni standard dei due portafogli, che può essere calcolato sia *ex-ante*, sia *ex-post*⁷⁸. Dato un portafoglio P e un portafoglio di

riferimento P_r , l'indice di Sharpe è pari al rapporto
$$IS_p = \frac{E(r_p - r_{p_r})}{\sigma^e(r_p - r_{p_r})}$$
 dove E rappresenta il

⁷⁴ Matten (2000).

⁷⁵ La classificazione dei diversi metodi di misurazione del rendimento corretto per il rischio, esplicitati nella tabella, è ripresa da Matten (2000).

⁷⁶ Nel *Capital Asset Pricing Model*, introdotto da Sharpe (1964) nel filone di studio della moderna teoria di portafoglio (Markowitz, 1952), tutti i portafogli efficienti devono avere lo stesso valore dell'indice di Sharpe.

⁷⁷ Si fa riferimento a Sharpe (1994), che è una rivisitazione approfondita di Sharpe (1964) dove l'indice omonimo veniva calcolato semplicemente rispetto ad un titolo *risk-free*.

⁷⁸ Nel prosieguo del paragrafo seguiremo l'approccio di Dowd (1998a).

valore atteso della differenza dei rendimenti dei due portafogli e σ^e la deviazione standard attesa, questo nel caso ex-ante. L'indice calcolato ai fini di valutazione dei risultati, cioè nel

caso ex-post, diventa $IS_p = \frac{r_p - r_{p_r}}{\sigma(r_p - r_{p_r})}$ con σ la deviazione standard effettiva.

L'interpretazione e l'uso dell'indice è abbastanza semplice, si preferiranno investimenti con indice di Sharpe maggiore e verranno considerate migliori le unità operative che avranno ottenuto valori dell'indice più elevati. Se come portafoglio di riferimento utilizziamo il costo di finanziamento dell'operazione – il tasso con cui l'unità operativa si finanzia sul mercato⁷⁹ – che possiamo considerare una variabile non casuale, l'indice di Sharpe ex-ante

diventerà $IS_p = \frac{E(r_p) - r_{p_r}}{\sigma^e(r_p)}$. È importante notare che la scelta del corretto portafoglio di

riferimento non è un'operazione neutra nell'ordinamento di investimenti alternativi secondo l'indice di Sharpe, come fatto notare dallo stesso autore⁸⁰. Ipotizziamo, per semplicità di avere due portafogli di riferimento il primo composto solo da moneta e il secondo da un titolo *risk-free*, e due investimenti alternativi *a* e *b*. Supponiamo che utilizzando come paragone il portafoglio di sola moneta l'investimento *a* abbia indice di

Sharpe maggiore di *b*, cioè valga la $\frac{r_a^e}{\sigma_a^e} > \frac{r_b^e}{\sigma_b^e}$. Ipotizziamo che anche usando il secondo

portafoglio di riferimento l'investimento *a* sia preferito a quello *b*, cioè valga la $\frac{r_a^e - r}{\sigma_a^e} > \frac{r_b^e - r}{\sigma_b^e}$, dove *r* è il rendimento del titolo *risk-free*. Con alcuni semplici passaggi si

può vedere che tale relazione è vera solo per valori di *r* che soddisfano la $r < \frac{r_a^e}{\sigma_a^e} - \frac{r_b^e}{\sigma_b^e}$ e

quindi non in assoluto, risultando così dimostrata la non invarianza dell'indice di Sharpe al variare del portafoglio di riferimento. Questo risultato pone un accento particolare sulla corretta individuazione del costo del finanziamento dell'operazione in quanto, a parità di aspettative, aree finanza di banche diverse possono effettuare scelte diverse tra le stesse opzioni di investimento. Una banca con un basso *rating* pagherà un tasso di finanziamento, per esempio sul mercato dei depositi, più elevato di una banca con un *rating* più alto. Se entrambe utilizzassero tale tasso come portafoglio di riferimento, la prima potrebbe decidere di non scegliere un determinato investimento, che invece, a parità di altre condizioni, sarebbe appetibile per la seconda banca.

Un indice alternativo a quello di Sharpe è il RORAC, calcolato utilizzando il *VaR* del portafoglio o dell'attività al posto della deviazione standard al denominatore, senza però esplicitare direttamente un portafoglio di riferimento, che nel caso di una banca sarebbe il costo del capitale o del finanziamento dell'operazione. Tale limite viene comunque in qualche modo corretto in quanto il rendimento utilizzato al numeratore è solitamente calcolato al netto dei costi variabili e fissi specifici di quella determinata operazione o unità operativa. È importante sottolineare che sarebbe più corretto esplicitare in maniera più evidente che l'indice è calcolato come raffronto con un altro portafoglio. Anche perché se parte dei costi, e questo vale sia per l'indice calcolato ex-ante, sia ex-post, fossero variabili casuali il denominatore dovrebbe essere corretto per tenerne conto, cioè il *VaR* dovrebbe essere calcolato non sulla sola distribuzione dei rendimenti, ma sulla distribuzione della variabile "rendimenti – costi". Comunque, almeno per quanto riguarda le banche, i costi di finanziamento sono solitamente conosciuti con certezza, o almeno presentano una variabilità molto contenuta rispetto a quella dei rendimenti, per cui tale approssimazione non dovrebbe comportare particolari problemi. Confronti di *performance* fra diverse unità

⁷⁹ Nel caso in cui l'unità si finanziasse all'interno della banca si dovrebbe utilizzare il tasso di trasferimento interno calcolato sulla base della contabilità analitica interna.

⁸⁰ In Sharpe (1994) è proposto un esempio numerico.

operative, per esempio dell'area finanza, sono quindi possibili con questo tipo di indice, utilizzando come portafoglio di riferimento il costo di finanziamento dell'operazione. Tale metodologia è stata seguita in *Bank of America*, dove l'obiettivo principale era quello di ridurre il costo del finanziamento esterno, valutando però l'apporto di ogni unità operativa al rischio della banca⁸¹, individuato nella variabilità del *cash-flow* (James, 1996). Formalmente, detto c tale costo in termini percentuali e r il rendimento ottenuto, sempre in termini percentuali, la *performance* attesa corretta per il rischio della i -esima unità

operativa sarà pari a $pc_i^e = \frac{K \times (r^e - c)}{VaR_K^e} = k^e \times (r^e - c)$ dove K è il capitale utilizzato

dall'unità e k è il rapporto tra questo e il suo VaR . La valutazione *ex-post*, cioè quella effettivamente ottenuta dall'unità operativa, sarà ovviamente $pc_i = \frac{K \times (r - c)}{VaR_K} = k \times (r - c)$.

I due valori possono differire, anche in maniera sensibile, sia per quanto riguarda le previsioni di rendimento, ma anche per quelle sul rischio, cioè sul VaR . L'ottica di utilizzo è diversa tra i due indici: il primo viene utilizzato in fase di scelta, cioè per identificare le unità operative che hanno le maggiori potenzialità di rendimento corretto per il rischio. Il secondo può avere un duplice uso: quello di misura della *performance* effettiva per l'assegnazione di incentivi, ma anche quello di *test* della bontà delle previsioni delle unità. Grosse differenze continuative tra i due indici possono essere sintomo di una scarsa capacità di previsione da parte dell'unità operativa, sia nel caso di sottostima, che di sovrastima. Questo può portare a scelte di allocazione distorte e non efficienti, per cui risulta importante che le previsioni siano il più possibile vicine, in media, ai risultati effettivamente ottenuti. L'introduzione di un eventuale meccanismo di penalizzazione potrebbe rivelarsi un'opzione percorribile per raggiungere tale scopo.

I metodi di misurazione "di portafoglio"

I due metodi di misurazione visti nel paragrafo precedente sono validi per comparare investimenti alternativi solo se il loro rendimento non è correlato con il rendimento del portafoglio. Infatti quello che è più importante nella scelta tra diverse attività è il loro contributo al rapporto rischio/rendimento del portafoglio, più che il loro rapporto preso singolarmente. Per esempio, se l'investimento a fosse preferito a b sulla base dell'indice di Sharpe, ma il primo risultasse positivamente correlato al portafoglio ed il secondo negativamente, potrebbe risultare che l'indice di Sharpe del nuovo portafoglio con l'attività a risulti inferiore al nuovo con l'attività b . Esprimendo tale ragionamento in termini formali e usando per semplicità come portafoglio di riferimento la moneta e ipotizzando lo stesso rendimento atteso per le due attività, la nostra ipotesi di partenza sarà $\frac{r^e}{\sigma_a^e} > \frac{r^e}{\sigma_b^e}$. Il

valore dell'indice di Sharpe per il portafoglio iniziale è $IS_p = \frac{r_p^e}{\sigma_p^e}$ che diventa con la scelta di

a $IS_{pa} = \frac{r_{pa}^e}{\sigma_{pa}^e}$ e analogamente per b . Ipotizzando che la quantità acquistata sia la stessa per

entrambe le attività e pari ad α , con alcune semplici regole di statistica si può ottenere il valore dell'indice di Sharpe della somma dei due portafogli in base alle variabili iniziali, cioè

$IS_{pa} = \frac{r_p + \alpha r}{\sqrt{\sigma_p^2 + \alpha^2 \sigma_a^2 + 2\alpha \sigma_{p,a}}}$ dove è stato eliminato l'apice e per semplicità di lettura e il

termine $\sigma_{p,a}$ è la covarianza tra il portafoglio e l'attività a che può assumere valori molto piccoli e anche negativi. Usando l'indice di Sharpe "standard" si vede facilmente che la nostra ipotesi rimane valida anche a livello di portafoglio finale, infatti essendo i due

⁸¹ Tale approccio è simile nel metodo a quello del VaR incrementale.

numeratori uguali basta verificare la $\sqrt{\sigma_p^2 + \alpha^2 \sigma_a^2} < \sqrt{\sigma_p^2 + \alpha^2 \sigma_b^2}$ il che è banale. Tenendo però conto anche della covarianza esisterà una regione dello spazio $(\sigma_{P,a}, \sigma_{P,b}, \sigma_a^2, \sigma_b^2)$ dove

sarà valida sia la $IS_{Pa} = \frac{r_p + \alpha r}{\sqrt{\sigma_p^2 + \alpha^2 \sigma_a^2 + 2\alpha \sigma_{P,a}}} < \frac{r_p + \alpha r}{\sqrt{\sigma_p^2 + \alpha^2 \sigma_b^2 + 2\alpha \sigma_{P,b}}} = IS_{Pb}$ sia la nostra

ipotesi di partenza, che semplificata si può anche scrivere come $\sigma_a^e < \sigma_b^e$. Senza appesantire troppo la trattazione lo si può vedere ipotizzando che la covarianza dell'attività b con il portafoglio sia nulla, cioè che $\sigma_{P,b} = 0$. In questo caso basta che la covarianza di a sia

sufficientemente grande, cioè che valga la $\sigma_{P,a} > \frac{\alpha}{2}(\sigma_b^2 - \sigma_a^2) > 0$ per rispettare entrambe le

disuguaglianze. La scelta tra due attività alternative viene quindi vista in un'ottica più generale legata al portafoglio, per cui aree finanza di banche diverse, anche con lo stesso costo di finanziamento – il portafoglio di riferimento – potranno razionalmente effettuare scelte diverse tra due identiche alternative. Questo può essere facilmente formalizzato

dicendo che l'attività a verrà preferita a b se vale la $IS_{Pa} = \frac{r_{Pa}^e}{\sigma_{Pa}^e} > \frac{r_{Pb}^e}{\sigma_{Pb}^e} = IS_{Pb}$, cioè se l'indice

di Sharpe del nuovo portafoglio con l'attività a è maggiore del nuovo con b . Il tutto può essere facilmente trasformato in termini di VaR , utilizzando il concetto di VaR incrementale, che calcola l'incremento del rischio di portafoglio aggiungendo una nuova attività. Anche in questo caso valgono le stesse considerazioni viste poc'anzi che diventano

le $\frac{r_{Pa}^e}{VaR_{Pa}^e} > \frac{r_{Pb}^e}{VaR_{Pb}^e}$. La performance corretta per il rischio della i -esima unità nel caso ex-

post è, $pc_i = \frac{K_{P,a} \times (r_{P,a}^e - c)}{VaR_{K_{P,a}}^e} - \frac{K_P \times (r_P^e - c)}{VaR_{K_P}^e} = k_{P,a}^e \times (r_{P,a}^e - c) - k_P^e \times (r_P^e - c)$, mentre nel caso

ex-ante i calcoli vengono fatti su rendimenti e VaR effettivi. Per cui se si volessero valutare i risultati di due unità operative dell'area finanza bisognerebbe individuare prima il portafoglio iniziale dell'area finanza, poi calcolare separatamente la *performance* corretta per le due unità e confrontarle.

Come nel caso dei limiti operativi sul rischio tale procedimento risulta nella pratica abbastanza complicato, in quanto il calcolo del VaR incrementale di fatto passa per la stima della correlazione tra l'area finanza nel suo complesso con le singole unità operative, evidenziando quindi i medesimi problemi già visti nei paragrafi precedenti. Le soluzioni, con le stesse critiche già analizzate, sono di nuovo due: non tenere conto dell'effetto diversificazione e calcolare l'indice di Sharpe per la singola unità operativa, oppure individuare un metodo organizzativo e analitico per identificare le correlazioni tra le singole unità e l'area finanza nel suo complesso, con tutti i problemi che ne derivano. La soluzione più semplice – e anche quella maggiormente utilizzata nella realtà – di calcolare la performance senza valutare l'apporto dell'unità all'area finanza, riesce a raggiungere un soddisfacente compromesso tra facilità di implementazione operativa e organizzativa, e assunzioni formali.

Rendimento di portafoglio e incentivi

In un'ottica generale che guarda alla composizione complessiva del portafoglio il secondo tipo di indice di *performance* è più corretto in quanto consente di verificare in maniera più precisa l'effettivo apporto di ogni attività. Esiste però un problema di fondo oggettivo difficilmente superabile per quanto riguarda eventuali meccanismi di incentivazione basati su tali indici. Supponiamo che il responsabile dell'area finanza di una banca voglia misurare la performance di due diverse unità operative, per esempio il gestore dei titoli italiani e il gestore dei titoli giapponesi⁸², e voglia fissare un incentivo basato sull'indice di performance

⁸² Per semplicità supponiamo che quest'ultimo sia coperto dal rischio di cambio.

utilizzato. Il responsabile distribuisce ad entrambi i gestori la stessa quantità di capitale e decide di usare l'indice di Sharpe standard con il *VaR* assegnando come incentivo un certo premio a chi ottiene l'indice più elevato. Viene premiato il gestore che ha ottenuto il migliore risultato tenendo conto sia della componente rendimento che del rischio. La decisione è corretta in quanto si incentiva chi ha lavorato – in un'ottica prettamente finanziaria – in maniera migliore. Utilizzando l'indice di portafoglio si premia invece chi ha dato il migliore contributo finanziario al portafoglio complessivo dell'area finanza, per cui l'incentivo spingerà i due gestori a cercare quelle attività con più bassa correlazione con tale portafoglio. Se questo fosse, per esempio, composto solo da titoli europei ovviamente il gestore sul mercato italiano si troverebbe in seria difficoltà non trovando titoli con bassa correlazione, se non quelli a basso flottante. Viceversa il collega del mercato giapponese avrebbe meno difficoltà, essendo attualmente le due economie in fasi differenti del ciclo. Chiaramente ci si trova davanti ad un *trade-off* tra corretta gestione del portafoglio dell'area finanza e corretta incentivazione delle unità operative a svolgere bene il compito specifico loro assegnato. È quindi corretta l'affermazione di Saita, 2000 che ribadisce la necessità dell'approfondimento dei problemi metodologici nell'individuazione delle misure di rendimento corrette per il rischio, ma anche dell'analisi delle implicazioni gestionali e organizzative⁸³.

Si ribadisce in questo frangente l'opportunità di mantenere separata la fase di valutazione della *performance* da quella, che verrà meglio analizzata nel prossimo paragrafo, di allocazione del capitale. La prima, infatti, verte a verificare ed incentivare l'efficienza e la redditività, intesa in senso lato, di ogni unità operativa, mentre la seconda deve tendere all'ottimizzazione della redditività della banca nel suo complesso. Il piano decisionale è quindi duplice e interconnesso: la destinazione del capitale alle varie unità viene fatta sulla base dell'apporto di ognuna alla *performance* corretta per il rischio complessiva della banca, con il controllo della singola unità che prescinde da questo primo livello decisionale. L'unità operativa il cui apporto viene considerato poco rilevante riceverà minor capitale – e, probabilmente, anche minore risorse –, ma la sua capacità di gestione deve essere valutata prescindendo dal capitale a disposizione, e prendendo quindi in considerazione la sua *performance* corretta per il rischio.

3.2.4 L'allocazione del capitale a rischio

L'ultimo passo logico nel processo di gestione del rischio prevede l'individuazione di un metodo per allocare il *VaR* complessivo della banca, cioè per determinare i limiti di rischio per aree e unità operative. In generale la banca dispone di capitale scarso costituito dal capitale proprio – di proprietà degli azionisti – e dal capitale di debito – di proprietà di altri soggetti, che viene investito in varie attività fruttifere. Il processo di gestione di tale capitale è inoltre vincolato sul rischio dall'autorità di vigilanza sul profilo di rischio e rendimento dagli azionisti. La prima richiede la presenza di un quantitativo minimo di capitale a fronte del rischio complessivo che la banca decide di sopportare, mentre i secondi chiedono la massimizzazione del rendimento del loro investimento dato il profilo di rischio. Una politica di allocazione del rischio – nel nostro caso del *VaR* – sulla base dei rendimenti corretti riesce a rispettare entrambi i vincoli: quello dell'autorità di vigilanza in quanto il *VaR* complessivo sarà comunque inferiore al corrispondente livello minimo di capitale, e quello degli azionisti che riceveranno il massimo rendimento dato il livello di rischio. Inoltre l'allocazione del rischio risulta più corretta rispetto alla sola allocazione del capitale; si pensi per esempio ad una posizione *long* su un *future* che con un basso apporto di capitale, il margine di garanzia, consente tramite l'effetto leva di ottenere elevati rendimenti, a scapito di elevati rischi. È bene a questo punto sottolineare la differenza esistente tra capitale a rischio e capitale investito, o meglio, tra le diverse definizioni di capitale investito. La misura di *VaR* di fatto si traduce in una equivalente misura di capitale a rischio e dal *VaR* aggregato si determina il capitale a rischio complessivo della banca. Questo deve poi essere

⁸³ Si veda anche Enria e Laviola (1997).

confrontato, sulla base degli obiettivi che la banca vuole raggiungere, con una appropriata misura di capitale⁸⁴ in modo da valutare l'adeguatezza patrimoniale della banca ed eventualmente apportare i necessari correttivi (Saita, 2000 pag. 200 e segg.).

Date queste premesse il problema della direzione della banca sarà simile a quello di un gestore di portafoglio: scegliere il livello di rischio per poi distribuirlo tra le attività fruttifere sulla base dei rendimenti corretti in modo da massimizzare il rendimento complessivo. Come il gestore di portafoglio può decidere di investire direttamente nei singoli titoli o in fondi comuni di investimento, così la direzione della banca può scegliere di distribuire il *VaR* alle singole unità operative, o delegare e distribuire il *VaR* alle diverse aree di attività. In questo caso saranno i responsabili di area che dovranno distribuire il *VaR* ottenuto dalla direzione nelle diverse unità operative, e così via se all'interno delle unità ci fossero ulteriori suddivisioni. Vediamo ora come si può scrivere in maniera più formale tale problema: massimizzare il rendimento della banca dato un livello di *VaR* distribuendo quest'ultimo tra le varie aree o unità operative.

Un modello formale

Come già ribadito nei paragrafi precedenti un simile approccio, anche se formalmente corretto, presenta dei limiti applicativi nel contesto organizzativo e reale di una banca che non sono presenti, almeno a questo livello, in una semplice gestione di portafoglio. Il primo problema, discusso precedentemente in maniera più approfondita, riguarda l'individuazione delle correlazioni tra le diverse unità operative. Anche ammesso che si riesca ad individuare un metodo soddisfacente, sia a livello formale, che organizzativo, per ottenere i valori di tali correlazioni, di fatto la distribuzione del capitale tra le diverse unità segue delle logiche che si discostano in maniera più o meno sensibile dalle indicazioni derivanti da un modello di portafoglio. Esistono, infatti, politiche di indirizzo e di sviluppo in settori di attività che difficilmente si riescono ad introdurre in un modello formale. Per esempio potrebbe essere comunque conveniente per una banca aprire un'unità operativa in perdita, se i servizi di questa garantissero un ritorno positivo in termini di immagine, o di visibilità commerciale. Le logiche di decisione sono quindi molteplici e interconnesse, e non possono limitarsi ad una mera decisione di massimizzazione di portafoglio. Rimane comunque interessante sviluppare un modello formale che ci permetta di individuare le scelte ottimali di distribuzione del capitale, così da avere un termine preciso di paragone.

Ipotizziamo che una banca debba allocare un valore V di *VaR* tra le n aree di attività, ciascuna delle quali abbia una performance corretta per il rischio a livello storico pari a $p_i = \frac{R_i}{VaR_i}$,

dove R_i è il rendimento in termini assoluti dell'area i . La direzione della banca si aspetta quindi che assegnato un determinato *VaR* v_i all'area i , questa ottenga un rendimento atteso pari a $R_i^e = p_i \times v_i$. L'obiettivo sarà quello di massimizzare la somma di tali rendimenti

attesi, cioè la $R^e = \sum_{i=1}^n p_i \times v_i = \mathbf{p}^T \mathbf{v}$. Il vincolo, che potrebbe essere anche pari a quello

imposto dall'autorità di vigilanza, è che il *VaR* complessivo sia inferiore a V , per cui definita \mathbf{C} la matrice di correlazione dei rendimenti tra le varie aree, tale vincolo sarà espresso con $\sqrt{\mathbf{v}^T \mathbf{C} \mathbf{v}} \leq V$. Bisogna inoltre tenere conto dei vincoli di non-negatività del *VaR* allocato, cioè deve valere $v_i \geq 0$ per ogni i . Complessivamente il problema si presenta nella seguente

forma $\max_{\mathbf{v}} \mathbf{p}^T \mathbf{v} \quad s.t. \quad \sqrt{\mathbf{v}^T \mathbf{C} \mathbf{v}} \leq V, \mathbf{v} \geq 0$ che per essere risolto in maniera corretta necessita del teorema di Kuhn-Tucker. Questo ci consente di trovare la soluzione anche con valori ai margini, cioè con valori di v_i uguali a zero. Per semplicità ipotizziamo una soluzione senza

⁸⁴ Tra le varie definizioni di capitale ricordiamo il patrimonio netto contabile, il patrimonio di vigilanza, la capitalizzazione di mercato, il valore economico del patrimonio (Saita, 2000 pag. 200).

valori al margine che, dopo alcuni semplici passaggi, si può scrivere come $v^* = V \frac{C^{-1}p}{\sqrt{p^T C^{-1} p}}$.

Un esempio numerico chiarirà meglio il problema. Supponiamo che il responsabile dell'area finanza abbia ricevuto dalla direzione un limite di VaR pari a 100.000 € da suddividere in tre diverse unità operative: obbligazionario, azionario e derivati. Storicamente le tre unità hanno ottenuto in media una *performance* corretta per il rischio di 4, 4,2 e 3,9 rispettivamente. Supponiamo che la matrice storica di correlazione tra i rendimenti delle tre unità – con tutte le problematiche di calcolo già analizzate nei paragrafi precedenti – sia

pari a $\begin{bmatrix} 1 & 0,8 & 0,7 \\ 0,8 & 1 & 0,9 \\ 0,7 & 0,9 & 1 \end{bmatrix}$, l'allocazione ottimale del VaR diventa $\begin{bmatrix} 41.939 \\ 45.997 \\ 18.940 \end{bmatrix}$ €. Il risultato risulta

intuitivamente coerente con le ipotesi di partenza, infatti il valore più piccolo del VaR è stato assegnato all'unità con più bassa performance storica, il valore più grande a quella con performance più elevata. Il ruolo più importante nel problema viene svolto dalla matrice C , infatti, più la correlazione tra le unità operative diminuisce – passa da 1 a -1 – più aumenta l'effetto diversificazione e più VaR , in termini assoluti, è possibile allocare tra le unità. Un altro esempio numerico ci può aiutare per capire meglio questo passaggio. Il solito responsabile dell'area finanza deve allocare 100.000 € di VaR in due unità operative che presentano un coefficiente di correlazione pari a ρ , quale sarà il luogo dei punti nel piano (v_a, v_b) con VaR complessivo uguale al limite imposto dalla direzione? Sarà quell'insieme di

punti tali per cui $\sqrt{\begin{bmatrix} v_a & v_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \end{bmatrix}} = 100.000$ € che è stato disegnato nel grafico seguente con ρ pari a 1, 0,1 e -0,5 rispettivamente.

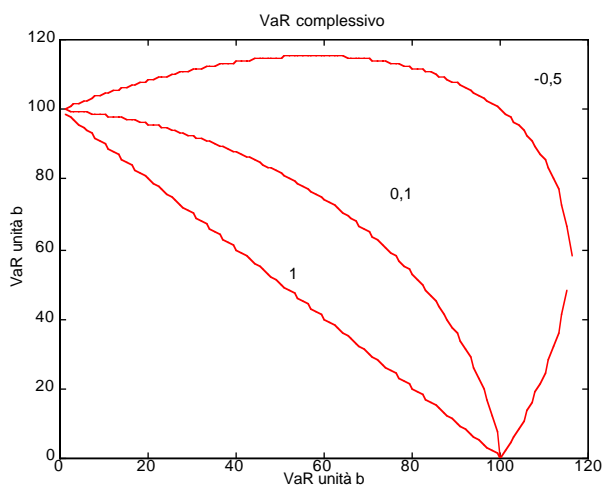


Grafico 3.4: VaR totale ed effetto diversificazione

Il modello qui proposto presenta degli indubbi vantaggi in quanto, una volta calcolate le performance corrette per il rischio a livello storico per tutte le unità operative dell'area finanza, l'allocazione del VaR è immediata. Questo nel caso di una soluzione non ai margini, in caso contrario, cioè quando almeno una unità ricevesse un'allocazione ottimale di VaR pari a zero, la situazione diventerebbe più complicata. Fissare un limite di VaR di questo genere implica di fatto bloccare l'operatività dell'unità che potrebbe solo investire in titoli a

rischio nullo⁸⁵. Operazione che è praticamente senza costi per la gestione di un normale portafoglio titoli, ma per una banca presenta ovvie difficoltà. Ogni unità operativa ha dei costi fissi da sopportare – personale, struttura, ecc. –, inoltre lo smobilizzo delle posizioni derivante dal limite nullo di *VaR* può portare ad una serie di perdite che la banca può non essere disposta ad accettare. Esistono poi motivi di organizzazione e gestione del personale all'interno delle politiche di indirizzo della banca che non contemplano la possibilità di una chiusura e riapertura di unità operativa a seconda dei risultati ottenuti, almeno in un lasso temporale particolarmente breve. Quale potrebbe essere allora l'utilizzo di tale modello? La prima indicazione sarebbe di usarlo come guida della effettiva allocazione del *VaR*, riducendo ed aumentando il *VaR* allocato alle unità operative nella stessa direzione indicata dal modello. Il risultato sarebbe non ottimale rispetto alla massimizzazione del rendimento, ma terrebbe conto degli ulteriori vincoli interni, che inseriti in un nuovo modello numerico porterebbero a risultati migliori per la banca. Inserire dei vincoli di variazione del *VaR* attualmente allocato alle unità operative – per esempio limitarne la riduzione solo ad una determinata percentuale – potrebbe essere una prima ipotesi per irrobustire il modello.

Alcune considerazioni conclusive

Come visto all'inizio di questo paragrafo, i risultati del modello analitico presentato, anche con l'eventuale modifica vincolata per irrobustirlo, sono di difficile implementazione in un contesto operativo ed organizzativo reale. Il problema è infatti de-strutturato e richiede una serie di soluzioni che spaziano su diversi livelli, non solo quello analitico, ma anche quello operativo e organizzativo – comprendente le politiche di sviluppo della banca –, nonché la parte di creazione del valore. Le scelte che vengono prese in tale processo possono determinare non solo modifiche nel profilo complessivo di rischio/rendimento della banca, ma anche scelte strategiche non intenzionali⁸⁶, causa proprio la forte integrazione dei vari livelli. La complessità dell'implementazione del processo di gestione del rischio nella banca ha determinato di fatto l'assenza di una *best practice* comunemente accettata, venendosi a formare strutture analitico-organizzative diverse non solo tra banche, ma anche all'interno di una stessa banca tra diverse aree d'affari o unità operative⁸⁷. Inoltre, l'assenza di una soluzione specifica al problema dell'aggregazione del rischio, ha ulteriormente spinto le banche verso l'uso di metodologie diverse⁸⁸. In un ottica più generale i sistemi di gestione del rischio devono in qualche modo adattarsi alle diverse necessità operative della banca, mantenendo un certo grado di flessibilità come risposta ai possibili cambiamenti, organizzativi e/o finanziari, dell'ambiente⁸⁹. Questo tipo di impostazione trova una parziale conferma nello studio di Santomero, 1997 per quanto riguarda le banche commerciali statunitensi.

Quali possono essere i principali motivi che hanno gradualmente spinto le banche verso l'utilizzo dei modelli di *risk management*? Secondo Kimball, 1997 la decentralizzazione progressiva del processo di produzione delle banche ha comportato la ricerca di nuovi metodi per allocare il capitale e per calcolare i tassi di trasferimento tra le diverse unità operative. A questo si è aggiunta, oltre alle spinte derivanti dalle autorità di vigilanza, l'operatività in nuove attività finanziarie che ha reso di fatto scarso il capitale da allocare. Per Conti e Maccarinelli, 1997 i motivi vanno ricercati nella nascita di nuovi fattori di rischio per le banche, ma anche nella pressione da parte degli azionisti per creare valore⁹⁰. Infatti, il calcolo di una misura di rischio è un pre-requisito per allocare in maniera efficiente il capitale scarso, e creare valore per gli azionisti. In alcuni modelli formali si è tentato di

⁸⁵ Esiste un problema non affrontato nel paragrafo della valutazione della *performance* che riguarda i metodi standard. Se un'unità decidesse di investire solo in titoli a rischio il *VaR* sarebbe zero e quindi il rapporto tra rendimento e *VaR*, cioè la *performance* corretta, sarebbe infinito.

⁸⁶ Barone-Adesi (1997).

⁸⁷ Saita (1999).

⁸⁸ Kimball (1997).

⁸⁹ Barone-Adesi (1997).

⁹⁰ Confronta anche con Scardovi (1997).

individuare quale sarebbe la decisione razionale di allocazione del capitale di una banca, con determinate ipotesi di partenza. Froot e Stein, 1998 partono dall'idea che la massimizzazione del valore della banca è legata alla gestione del rischio, e che non tutti i rischi sono assicurabili dal mercato. Sulla base di tali condizioni si arriva a concludere che la banca detiene capitale per coprirsi dai rischi non assicurabili, che vengono valutati in base al loro apporto al rischio complessivo di portafoglio, in un'ottica, quindi, di *VaR* incrementale. Hughes, Lang, Moon e Pagano, 1998 hanno trovato un legame tra allocazione del capitale, efficienza della banca e valore di mercato delle azioni, nel senso che il primo influenza gli altri due. La conclusione più interessante del loro modello è che il valore di mercato delle banche non è influenzato dalla loro efficienza, ma dal capitale, nel senso che tra due banche inefficienti quella con capitale più elevato avrà un valore di mercato maggiore. Questo in quanto il mercato interpreta come un segnale positivo l'ammontare del capitale.

Il processo complessivo di gestione del rischio all'interno di una banca – misurazione e aggregazione, fissazione di limiti operativi, calcolo della *performance*, allocazione del capitale – è un procedimento complesso, non solo per l'aspetto analitico, ma soprattutto per la sua implementazione operativa e organizzativa nelle banche (Saita, 1996). Tale processo, una volta inserito in un sistema decisionale, deve avere delle caratteristiche dinamiche, sia in termini di *feedback*, sia di flessibilità (Saita, 2000; Matten, 2000; Sironi, 1996). Tutta la catena del processo deve diventare circolare: l'allocazione determina dei risultati che vanno valutati in termini di *performance* corretta, per fissare i nuovi limiti operativi e la successiva riallocazione del capitale. Il sistema deve poi essere flessibile ai cambiamenti della struttura organizzativa e del mercato, in modo da non vincolare le scelte di indirizzo da parte della banca. Un aspetto importante, che non sempre viene messo in luce, riguarda le possibili “resistenze” da parte del personale di una banca nell'implementazione di un processo di gestione del rischio (Matten, 2000). Per ridurre tale atteggiamento è necessario che il personale sia a conoscenza di cosa si può ottenere utilizzandolo, che ci sia completa trasparenza sul metodo di implementazione, e che venga sponsorizzato senza riserve da parte del *management* della banca (Conti e Macarinelli, 1997; Matten, 2000). Ma è anche importante che l'introduzione avvenga gradualmente, partendo da modelli più semplici e comprensibili al personale della banca per poi, una volta “digerito” tale approccio, passare ai modelli più complessi (Matten, 2000). Anche la parte relativa alla calibrazione del processo viene spesso trascurata in letteratura, confondendola a volte con il *feedback*. Quest'ultimo presuppone un modello funzionante in una struttura organizzativa coerente, situazione che può essere raggiunta solo con calibrazioni successive. Il processo di gestione del rischio è di fatto un modello analitico che viene applicato nel mondo reale, e pertanto necessita di tutti quegli aggiustamenti per ottenere un risultato complessivo soddisfacente (Matten, 2000).

4. Banche e modelli interni: rassegna di alcune esperienze

In questo capitolo analizzeremo la posizione dei principali gruppi bancari italiani sull'uso dei modelli interni per la valutazione del rischio di mercato, mettendo a confronto le informazioni desumibili dalla relazione sulla gestione dei bilanci al 31.12.1999, eventualmente integrate con quelle della semestrale al 30 giugno 2000. Sempre con lo stesso metodo verranno analizzate le informazioni presenti nei bilanci di alcuni gruppi bancari europei, come termine di confronto con la situazione italiana. L'analisi non intende essere esaustiva, specialmente per i gruppi bancari europei, ma vuole essere solo uno spunto per alcune considerazioni riguardo alla diversa impostazione nella redazione del bilancio nella parte relativa ai rischi di mercato, tra i principali gruppi italiani e alcuni di quelli europei. Inoltre servirà per confrontare i diversi gradi di implementazione della metodologia *Var* per la misurazione di tali rischi, anche alla luce delle diverse politiche degli organi di vigilanza nei vari paesi.

4.1 L'informativa di bilancio sui sistemi di controllo dei rischi

Mentre gli schemi di bilancio dell'impresa bancaria, stato patrimoniale e conto economico, insieme alla nota integrativa sono definiti nei contenuti in maniera precisa e dettagliata dal decreto legislativo n. 87 del 27 gennaio 1992 e dalle regole di compilazione emanate dalla Banca d'Italia¹, il contenuto della relazione sulla gestione, non essendo elemento costitutivo del bilancio, ma un documento obbligatorio di corredo, deve attenersi soltanto ad alcune linee guida. Le finalità informative assegnate dal legislatore si possono comunque desumere dal comma 1 dell'articolo 3 del decreto citato dove viene specificato che la relazione sulla gestione deve illustrare la situazione della società e descrivere l'andamento della gestione. La ratio dovrebbe essere quella di permettere al lettore di risalire alle cause che hanno determinato il formarsi del risultato d'esercizio, e di comprendere le prospettive e i programmi futuri dell'azienda. Specialmente per il primo motivo – la corretta valutazione del risultato d'esercizio – i principali gruppi bancari italiani hanno inserito nella relazione sulla gestione una specifica parte relativa alla gestione dei rischi generali, con particolare riguardo ai rischi finanziari e a quelli creditizi. Viene poi descritto il profilo organizzativo interno di misurazione e controllo di tali rischi. Tali informazioni diventano così utili per avere un quadro omogeneo dei progressi attuati dalle banche italiane, nell'uso dei modelli interni per la valutazione del rischio di mercato. Il confronto fra le varie banche si limiterà al solo comparto relativo ai rischi di mercato, oggetto di questo lavoro, tralasciando le altre categorie di rischi, a meno che per queste siano stati adottati metodi quantitativi affini a quelli descritti nel capitolo secondo.

¹ Circolare n. 166 del 30 luglio 1992, e successivi aggiornamenti (1° del 17 gennaio 1995 e 2° dell'11 agosto 1998).

4.1.1 I principali gruppi bancari italiani

Gruppo San Paolo – IMI

La struttura organizzativa per la gestione dei rischi prevede, accanto agli organi statutari della capogruppo, un Comitato rischi finanziari con attività di consulenza, l'unità di *Risk management*, alle dirette dipendenze di un amministratore delegato e un'Unità di controllo rischi, collocata nella Direzione bilancio e programmazione. Il Consiglio di amministrazione definisce gli orientamenti strategici riguardo all'assunzione dei rischi di mercato, il Comitato rischi finanziari definisce i criteri e le metodologie per la misurazione dei rischi, mentre l'unità di *Risk management* è responsabile del loro monitoraggio, infine, la misurazione dei rischi è demandata all'Unità Controllo rischi. Le metodologie utilizzate per la misurazione dei rischi sono: il *VaR*, la *Sensitivity analysis* e il *Worst case scenario*, ma solo la prima e l'ultima vengono utilizzate nella misurazione dei rischi di mercato. Il *VaR* viene calcolato con 250 dati per la stima della volatilità, ma non è evidenziato il metodo utilizzato. La terza metodologia, praticamente equivalente a quella di *stress testing*, è calcolata su un periodo di detenzione giornaliero. La banca ha effettuato anche la procedura di *backtesting* per tutto il 1999, non evidenziando nessuna eccezione, sia in termini di *VaR*, che di massima perdita potenziale derivante dalla metodologia di *Worst case scenario*. A fini informativi si segnala che la banca calcola il rischio evento utilizzando la *EVT*.

Gruppo BNL

Dalla Relazione sulla gestione non è desumibile il profilo organizzativo derivante dal completamento a novembre 1999 del progetto di *Risk management*, ma sono individuabili le principali caratteristiche quantitative del modello. La metodologia utilizzata si basa sulla stima Monte Carlo su 5.000 simulazioni, affiancata dall'approccio parametrico con finalità di analisi e confronto con il mercato. Nei primi sei mesi del 2000 sono state aggiunte le procedure di *backtesting* e di *stress testing*, secondo le indicazioni previste dalle istruzioni di vigilanza della Banca d'Italia. E' in fase di sperimentazione una struttura di limiti operativi basata sul *VaR* per i portafogli della Direzione Finanza e un modello di gestione basato sugli indicatori di performance corretti per il rischio (RAPM)².

Gruppo Intesa

La struttura organizzativa del Gruppo Intesa prevede che il processo di controllo dei rischi coinvolga tutta la struttura di gruppo, ogni componente per le proprie competenze. Il Consiglio di amministrazione e l'Alta direzione sono responsabili delle strategie, delle politiche e degli obiettivi di controllo relativamente ai vari tipi di rischi. Misurazione, rilevazione e controllo di questi sono affidati alla struttura autonoma del Servizio *Risk management*, che è inserito in staff al Direttore generale. La misurazione del *VaR* viene effettuata con il metodo parametrico partendo direttamente dai dati di "*front office*" consentendo diversi livelli di aggregazioni per unità operative. Il software a disposizione consente di utilizzare anche il metodo della simulazione storica e il Monte Carlo. Il Servizio *Risk management* produce giornalmente un rapporto sul rischio secondo la metodologia *VaR*, affiancando a questa anche analisi di tipo tradizionale. Presso Caboto Holding è stata distaccata una unità di controllo rischi per il controllo dei limiti della sala operativa, e per l'implementazione su tutti i *desk* del calcolo del *VaR*, sia con il metodo parametrico, sia con la simulazione storica, in modo da allocare il capitale sulla base del RAPM. Con la ridefinizione, a partire dal febbraio 2000, del modello operativo di Finanza bancaria, il Servizio di *Risk management* ha creato un nuovo sistema di limiti operativi basati anche sul *VaR*.

Gruppo MontePaschi

L'Unità di *Risk management*, collocata all'interno dell'Ufficio pianificazione controllo di gestione e studi, di staff al Direttore generale, è responsabile della definizione dei sistemi di

² Vedi il paragrafo 3.3.4 in questo stesso lavoro.

misurazione, monitoraggio e controllo dei rischi. Ha anche la responsabilità funzionale delle varie Unità di controllo rischi dislocate presso le società del Gruppo. La direzione strategica in materia di rischi compete al Consiglio di amministrazione, mentre il Comitato gestione dei rischi di mercato valuta periodicamente il profilo di rischio/rendimento della Banca attuando le eventuali azioni correttive. A livello informatico è stata costruita una base dati unica a livello di gruppo al fine di valutare il rischio giornaliero secondo la metodologia *VaR*, non ancora rilasciata alla data del 30 giugno 2000. Per tale motivo i valori del *VaR* espressi nel bilancio sono ancora a livello informativo, con indice di confidenza al 95%.

Gruppo Comit

La banca utilizza dal 1998 un proprio modello per la misurazione dei rischi di mercato, e aggiorna quotidianamente un documento che fissa i principi e le norme da rispettare per tale gestione. Dal 1999 è stato creato l'Ufficio di *Risk management*, responsabile della quantificazione, oltre che dei rischi di mercato, anche di quelli di credito e operativi. Dalle informazioni di bilancio non si è in grado di risalire alla sua collocazione in seno alla struttura organizzativa della banca. A Londra e a New York, principali piazze operative estere della banca, sono state create delle unità di *Risk management* locali. Il *VaR* relativo ai rischi di mercato viene calcolato con il metodo parametrico, limitando l'approccio Monte Carlo al solo portafoglio opzioni, e le procedure di *stress testing* sono eseguite settimanalmente. Il *back testing* calcolato su tutto il 1999 ha comportato quattro sconfinamenti delle perdite effettive sul *VaR* stimato. Dal 1998 la banca adotta limiti operativi di fine giornata in termini di *VaR*.

Gruppo Unicredito

Dalla relazione sulla gestione non sono emerse informazioni atte a determinare la struttura organizzativa del gruppo per quanto riguarda la gestione dei rischi di mercato. Nel corso del 1999 la Direzione finanza della capogruppo ha introdotto il *VaR* basato sulla simulazione storica, con orizzonte giornaliero di detenzione del portafoglio, periodo di osservazione pari ad un anno di dati con aggiornamento giornaliero degli stessi. L'intervallo di confidenza è stato fissato tra il 98% e il 99%. Il Consiglio di amministrazione della capogruppo ha il compito, inoltre, di assegnare limiti operativi in termini di *VaR* e di *stop-loss* alle singole linee operative delle società del gruppo. Nel corso del 2000 tutte le entità del gruppo con esposizione ai rischi di mercato hanno iniziato a calcolare il *VaR* giornaliero delle singole posizioni.

Gruppo BancaRoma

Nei primi mesi del 2000 è stata disegnata la nuova struttura organizzativa dell'Area Finanza per dare più attenzione alla gestione dei rischi di mercato e all'utilizzo del capitale. Tale riorganizzazione ha comportato una decisa divisione tra portafoglio immobilizzato e portafoglio di *trading*, sia in termini di operatività, sia di gestione del rischio introducendo, per il secondo, un modello interno per la misura del rischio basato sul *VaR*. La metodologia di calcolo utilizzata è quella parametrica con un campione di osservazioni pari a 260 giorni, periodo di detenzione di un giorno e livello di confidenza fissato al 99%. È stata inoltre introdotta la procedura di *back-testing*. Il livello di rischio in termini di *VaR* al 31.12.1999 viene indicato separatamente per il portafoglio di negoziazione, per la posizione complessiva in cambi e per quella in derivati.

Gruppo Credem e Banca Popolare di Verona

Entrambe le istituzioni hanno al proprio interno un'Unità e un Comitato di *Risk management*, Credem calcola anche il *VaR* del portafoglio titoli, senza però evidenziare i parametri di calcolo e senza effetto diversificazione.

4.1.2 Alcuni gruppi europei

A testimonianza di una più lunga esperienza nell'applicazione dei sistemi di *risk management*, i gruppi bancari europei qui esaminati pubblicano nel bilancio d'esercizio un corposo *Risk report*, dove vengono analizzati in maniera sistematica i vari tipi di rischio a cui la banca è soggetta, con le corrispettive contromisure adottate per fronteggiarli.

Gruppo Deutsche Bank

La gestione del rischio da parte della Deutsche Bank è vista come competenza centrale all'interno dell'Istituto, in un'ottica di ottimizzazione dell'uso del capitale degli azionisti. Dal punto di vista organizzativo tre sono le sezioni addette alla gestione del rischio: il *Controlling*, l'Unità di *Risk management* e la *Group division*. La prima è responsabile della misurazione del rischio e della preparazione dei rapporti che verranno utilizzati dai vari organi decisionali, inoltre, insieme all'Unità di *Risk management*, della qualità dei modelli utilizzati (verifica la qualità statistica con la procedura di *back testing*, ed analizza regolarmente tutto il processo relativo al rischio). La seconda sezione sviluppa il sistema di limiti di rischio, e controlla, anche attivamente, il loro rispetto, inoltre è responsabile del mantenimento di procedure e metodi uniformi nel gestione complessiva del rischio. La *Group division* ha il compito di assumere il rischio nella creazione delle varie posizioni sul mercato e di ottimizzare il profilo di rischio/rendimento complessivo. Il Gruppo Deutsche Bank ha avuto l'autorizzazione all'utilizzo del proprio modello interno per la copertura dei requisiti patrimoniali reattivamente al rischio di posizione. Il modello utilizzato si basa sul *VaR*, con parametri standard, calcolato probabilmente con il metodo della simulazione storica. La procedura di *back testing* non ha determinato eccezioni nel corso del 1999, inoltre, sempre nello stesso periodo, solo nell'1% dei giorni il *trading* ha chiuso in perdita. Le prove di stress vengono condotte settimanalmente. A livello di rischio di mercato la banca ha fissato i propri limiti operativi sulla base del *VaR*.

Gruppo Dresdner Bank

L'idea di fondo che ha indirizzato l'organizzazione nella gestione del rischio nel gruppo è la divisione e indipendenza tra controllo e gestione del rischio. Il Gruppo di controllo è responsabile dell'identificazione e della valutazione dei rischi, oltre che del monitoraggio della politica di rischio decisa a livello di Direzione. Il Gruppo di gestione del rischio svolge, invece, la parte operativa, è cioè responsabile dei rischi e dei risultati delle singole attività di creazione di valore della banca. La distinzione fra i due gruppi viene perseguita anche a livello direzionale. Per quanto riguarda i rischi di mercato il Gruppo Dresdner opera con un proprio modello interno autorizzato dalla Banca centrale nel 1998. Il metodo di stima del *VaR* non è indicato nel *report*, la procedura di *backtesting* non ha determinato eccezioni nel corso del 1999, e la banca ha chiuso in perdita il 31% dei giorni sempre nello stesso periodo. La procedura di *stress testing* viene condotta settimanalmente. Limiti basati sulla stima del *VaR* sono imposti su tutti i portafogli di *trading*, per ogni segmento d'affari e unità, oltre che a livello globale.

Gruppo Commerz Bank

Il Gruppo ha come scopo l'incremento di valore della banca nel lungo termine, e per il raggiungimento di tale obiettivo si avvale anche di un efficiente controllo del rischio. La struttura organizzativa prevede due dipartimenti autonomi per il controllo e la gestione del rischio. Il primo è responsabile della definizione dei metodi e della misurazione del rischio, mentre il secondo si occupa della gestione operativa dello stesso, secondo indicatori di rischio basati su *ratios*, non identificabili dalle informazioni contenute nel bilancio. Il dipartimento del controllo rischi è suddiviso in settori per tipo di rischio e per metodi di misurazione, nella fattispecie è il settore "metodi e politiche" che stima il *VaR* per i rischi di mercato. La banca non è autorizzata all'uso del proprio modello interno ai fini di vigilanza, ma viene comunque utilizzato il *VaR* secondo il metodo della simulazione storica per la quantificazione e il controllo del rischio. La probabilità è fissata al 97,5% con periodo di detenzione di un giorno, vengono effettuate sia la procedura di *backtesting* sia quella di *stress*

testing. Limiti al rischio di mercato sono espressi, oltre che con la stima del *VaR*, anche con lo *stress test* e con l'individuazione di opportuni *stop-loss*.

Gruppo WestLB

Anche nel gruppo WestLB è netta la separazione tra misura e monitoraggio del rischio rispetto al controllo. L'unità di *Central Credit Management* è responsabile del monitoraggio del rischio di credito e paese, mentre la *Risk Management Support & Control* è responsabile del monitoraggio dei rischi di mercato e di controparte. L'unità di *auditing* controlla la correttezza nell'implementazione di tutta la procedura di gestione del rischio ed informa direttamente la direzione delle analisi effettuate. Il gruppo utilizza il *VaR* per la misurazione dei rischi di mercato al 95% con detenzione di un giorno, ma non è autorizzato all'uso per i limiti patrimoniali. Il metodo di stima non è evidenziato, si segnala che le non-linearità relative a prodotti complessi vengono implementate sia nella stima del *VaR*, che nelle procedure di *backtesting* e nelle prove di *stress*. Il gruppo utilizza l'approccio RORAC³ per la distribuzione del capitale tra le varie unità operative, che vengono limitate nella loro operatività, oltre che per tramite del *VaR*, anche con l'ausilio dell'analisi di scenario e dello *stress testing*.

Gruppo Bank of Austria

La politica di rischio del Gruppo viene decisa a livello di Direzione generale con il supporto di comitati responsabili delle singole posizioni di rischio e dalla Divisione di gestione del rischio. Quest'ultima è indipendente e responsabile della misurazione dei vari tipi di rischio, oltre al mantenimento della procedura interna utilizzata allo scopo. I singoli comitati sono invece responsabili del controllo del rischio. Il gruppo utilizza la metodologia varianza-covarianza per la stima del *VaR* e il modello è stato autorizzato dalla banca centrale per il calcolo del patrimonio di vigilanza. Il *backtesting* ha individuato due eccezioni nel corso del 1999 e le prove di stress sono state effettuate con diversi scenari, divisi tra paesi industrializzati e in via di sviluppo, e tra tre fattori di rischio: tassi di interesse, di cambio e indici di borsa. Oltre ai limiti operativi basati sul *VaR* il gruppo utilizza, a seconda dei casi, limiti sulle greche delle opzioni, sui volumi e *stop loss*.

Gruppo Credit Suisse – First Boston

L'obiettivo principale del gruppo è quello di integrare nella cultura aziendale la cultura del rischio e del suo controllo. Per il raggiungimento di tale scopo nei primi mesi del 2000 è stato introdotto in azienda un codice di comportamento per il personale fondato sul concetto di disciplina che si esplica in una serie di controlli, responsabilità e divisione dei compiti, sempre con riferimento al concetto generale di rischio. A livello organizzativo la scelta strategica sulla politica del rischio è demandata alla Direzione generale, mentre per il solo rischio di mercato, oggetto di questo lavoro, nel 1999 sono state create l'unità di gestione strategica del rischio, l'unità di gestione del rischio a livello di gruppo e l'unità di gestione e misura del rischio. Mentre quest'ultima è responsabile della misurazione e della stesura su base giornaliera di *report* sul rischio, sia di mercato, che di credito, le prime due sono state istituite per il controllo e l'eventuale correzione del rischio, sia a livello strategico, che di intero gruppo. La metodologia utilizzata è una combinazione del metodo della simulazione storica e di quello varianza-covarianza che è stato approvato come modello interno dalla *Eidgenössische Bankenkommision*, l'autorità responsabile della vigilanza per la Svizzera. La procedura di *backtesting* non ha determinato eccezioni nel corso del 1999 e nei due anni precedenti; l'analisi di scenario viene prodotta su base mensile e tiene conto, oltre ad elevate variazioni nei prezzi dei fattori di rischio, anche nelle volatilità e nelle correlazioni. I limiti operativi vengono individuati sui vari livelli di *trading*, dal semplice *desk*, fino alla singola unità d'affari.

³ Vedi il paragrafo 3.3.4 in questo stesso lavoro.

Gruppo BNP – Paribas

Dopo la fusione tra le due banche sono state unificate le procedure e le unità relative al controllo del rischio, dove riveste un ruolo centrale l'unità globale di gestione del rischio, indipendente e separata da tutte le sezioni operative del gruppo. Tale unità riveste numerosi compiti tra i quali i più importanti sono quello della misurazione del rischio, del suo monitoraggio e controllo, connesso al rispetto dei limiti per ogni unità d'affari e a livello di gruppo. L'unità è poi divisa in specifici gruppi per i vari tipi di rischio con le integrazioni del caso (il gruppo legato al rischio di controparte, per esempio, collabora anche con altri gruppi). A livello di gruppo quattro comitati sono responsabili del sistema di gestione del rischio: il comitato della politica di rischio, oltre a quelli della gestione del debito, del credito, e dei rischi di mercato. Quest'ultimo deve pubblicare mensilmente un *report* sui rischi di mercato dell'intero gruppo e semestralmente un'analisi della posizione di rischio di mercato del gruppo rispetto ai limiti prefissati. Il gruppo alla data di chiusura del bilancio 1999 aveva iniziato uno studio di miglioramento del calcolo del *VaR* delle opzioni su titoli azionari utilizzando l'approccio Monte Carlo. Il modello di stima del rischio con la metodologia *VaR* non è stato ancora approvato dall'autorità di vigilanza, comunque la procedura di *backtesting* ha prodotto nel corso del 1998 e del 1999 una sola eccezione, in capo alla sola Paribas. Dal bilancio non si desume se per fissare i limiti operativi viene utilizzata la metodologia *VaR*.

Gruppo Banco Santander

La gestione del rischio è un elemento strategico e competitivo per il gruppo nell'ottica di massimizzazione del valore degli azionisti. Il comitato del rischio, che risponde direttamente alla Direzione generale, è responsabile autonomo della sua gestione e definisce, insieme al Comitato esecutivo di direzione, la politica del rischio per l'intero gruppo e la fissazione dei limiti operativi. Il comitato del rischio si riunisce almeno due volte alla settimana per controllare che l'esposizione complessiva di gruppo sia coerente con i limiti operativi prefissati. Il gruppo utilizza la metodologia *VaR* per la stima dei rischi di mercato ed effettua quotidianamente procedure di *stress testing*, anche se il modello non viene utilizzato ai fini di vigilanza. Limiti operativi vengono fissati sulla base della metodologia RORAC.

4.1.3 Tabelle di riepilogo

La tabella seguente riassume le informazioni quantitative delle sole banche italiane tra quelle esaminate che abbiano descritto nella relazione sulla gestione la metodologia *VaR* per misurare i rischi di mercato.

Gruppo	VaR	Test		Metodo VaR	Dati 1999	
		Stress	Backtest		Eccezioni backtest	VaR 31.12 (parametri)
S. Paolo IMI	SI	SI	SI	n.d.	0	28,1 md. L. (99%, 10 giorni)
BNL	SI	SI	SI	MonteCarlo 5000 sim.	n.d.	18,0 md. L. (99%, 1 giorno)
Intesa	SI	NO	NO	parametrico		120 + 40 md. L.° (99%, 10 giorni)
MPS	SI	NO	NO	n.d.		22 + 14 md. L.° (95%, 1 giorno)
Comit	SI	SI	SI	parametrico MonteCarlo	4	29,1 md. L. (99%, 1 giorno)
Unicredito	SI	NO	SI	parametrico	n.d.	10+5,7+4 md. L.* (99%, 1 giorni)
BancaRoma	SI	NO	NO	simulazione		n.d.

° tassi e azioni come fattore di rischio, rispettivamente.

* portafoglio di negoziazione, cambi e derivati, rispettivamente.

Tabella 4.1: Riepilogo dei dati relativi ai modelli VaR delle banche italiane (fonte: bilanci al 31.12.1999)

Nella tabella successiva per le banche europee analizzate, viene evidenziato anche se il modello interno è stato o meno accettato dalla corrispondente autorità di vigilanza come metodo per il calcolo del patrimonio di vigilanza ai fini della copertura dei rischi di mercato.

Gruppo	Modello accett.	VaR	Test		Metodo VaR	Dati 1999		
			Stress	Backtest		Perdita trading*	Eccezioni backtest	VaR 31.12 (param.)
Deutsche Bank	SI	SI	SI settiman.	SI	simulazione storica	1%	0	61,25 ml. € (99%, 1 g.)
Dresdner Bank	SI	SI	SI settiman.	SI	n.d.	31%	0	55,6 ml. € (99%, 1 g.)
Commerz Bank	NO	SI	SI	SI	simulazione storica	13%	n.d.	36,2 ml. € (97,5%, 1 g.)
WestLB	NO	SI	SI	SI	n.d.	n.d.	n.d.	n.d.
Bank of Austria	SI	SI	SI	SI	parametrico	n.d.	2	n.d.
Credit Suisse-FB	SI	SI	SI	SI	parametrico sim. storica	5%	0	387,4 ml. € (99%, 1 g.)
BNP – Paribas	NO	SI	NO	SI	n.d. MC options	n.d.	0	n.d.
Banco Santander	NO	SI	SI	NO	n.d.	31%		41,1 ml. € (99,9%, 1 g.)

* giorni in cui la banca ha chiuso in perdita (alcuni dati elaborati dall'autore).

Tabella 4.2: Riepilogo dei dati relativi ai modelli VaR delle banche europee (fonte: bilanci al 31.12.1999)

Esistono delle differenze tra i dati delle due tabelle, che emergono anche dal confronto delle relazioni sulla gestione delle banche analizzate. In Italia ancora nessun gruppo bancario, alla

data di redazione del bilancio 1999⁴, aveva il proprio modello interno accettato come metodo di calcolo del patrimonio di vigilanza per i rischi di mercato, mentre alcuni dei più grossi gruppi bancari di lingua tedesca, sempre alla stessa data, erano già operativi su questo fronte. La relazione sulla gestione allegata al bilancio, per per la parte della gestione dei rischi, presenta anch'essa sensibili differenze tra le banche italiane e quelle di lingua tedesca analizzate. In queste ultime, infatti, il *Risk report* consente di apprezzare in maniera puntuale il profilo organizzativo, la procedura gestionale e il profilo di rischio del gruppo, sia nel corso dell'anno, sia alla chiusura dell'esercizio. Valutazioni che non si riescono ancora ad esprimere in maniera esaustiva per quanto riguarda i principali gruppi bancari italiani.

Riteniamo che tali differenze possano in qualche modo dipendere dai tempi coi quali le autorità di vigilanza dei vari paesi hanno emanato le istruzioni applicative riguardanti i modelli interni. Esiste un legame diretto tra la data di pubblicazione della direttiva specifica, e l'enfasi che è stata data a tale provvedimento, con il recepimento dello stesso da parte del sistema bancario. Nel prossimo paragrafo valuteremo come è stata introdotta nei paesi di provenienza delle banche europee analizzate la normativa sui modelli interni, per il calcolo dei coefficienti patrimoniali a fronte dei rischi di mercato.

4.2 Le istruzioni di vigilanza in materia di modelli interni in alcuni paesi europei

Come visto nel paragrafo 3.2 l'emendamento del Comitato di Basilea per incorporare i rischi di mercato nell'accordo sul patrimonio di vigilanza, è stato definitivamente pubblicato nel gennaio 1996, insieme ad una serie di documenti accompagnatori di approfondimento. Veniva poi demandata alle Autorità di vigilanza dei singoli paesi l'effettiva applicazione a livello regolamentare dei principi dell'emendamento, oltre all'attivazione delle procedure operative per la validazione dei vari modelli presentati dalle banche. La libertà così concessa alle Autorità di vigilanza è stata interpretata in maniera diversa, anche in relazione alla struttura del sistema bancario nei vari paesi e alla diversa esperienza delle singole banche. Il profilo di vigilanza che è stato scelto in ogni paese ha probabilmente determinato comportamenti differenziati da parte degli Istituti di credito, come evidenziato nelle tabelle precedenti. Un approfondimento di tale affermazione è lo scopo principale di questo paragrafo.

I documenti utilizzati provengono dai siti internet ufficiali delle rispettive Banche centrali⁵ competenti in materia per i gruppi bancari analizzati precedentemente.

Germania

Il 29 ottobre 1997 in Germania è stata emendato⁶ il *Gesetz über das Kreditwesen*, l'equivalente del nostro testo unico in materia bancaria, che diventerà effettivamente operante un anno più tardi, il 1° ottobre 1998, per inserire le risultanze degli Accordi di Basilea sull'utilizzo dei modelli interni per il calcolo dei rischi di mercato. Nel dicembre 1997 il *Bundesaufsichtsamt für das Kreditwesen* ha poi emanato una circolare⁷ indirizzata alle banche tedesche, in cui sono stati definiti i criteri formali per presentare la domanda al fine dell'utilizzo dei modelli interni. Successivamente sono seguiti due documenti divulgativi pubblicati dalla *Bundesbank*, il primo del maggio 1998 in cui veniva commentato l'emendamento ponendo l'accento sulle differenze tra il metodo *standard* e quello basato sui

⁴ Anche alla data di redazione della semestrale 2000 tale affermazione non si era modificata.

⁵ Tranne per la Svizzera, dove la competenza è affidata alla *Bundesgesetz über die Banken und Sparkassen*, per la Germania dove la competenza è del *Bundesaufsichtsamt für das Kreditwesen* e dell'Austria con il *Bundesministerium für Finanzen*.

⁶ Nella fattispecie è stato modificato il primo principio, *der neue Grundsatz I*.

⁷ *Bundesaufsichtsamt für das Kreditwesen* (1997).

modelli interni per il calcolo del rischio di mercato⁸. Il secondo documento⁹, dell'ottobre 1998, è invece focalizzato in maniera più approfondita solo sui modelli interni, dove viene anche presentato un esempio concreto sviluppato su un portafoglio simulato, utilizzando tutti e tre i metodi per il calcolo del *VaR* visti nel paragrafo 2.5. Sia l'emendamento al *Gesetz über das Kreditwesen*, sia il primo documento informativo pubblicato dal *Bundesaufsichtsamt für das Kreditwesen* risultano molto precisi e completi. Il secondo evidenzia tutti i necessari documenti accompagnatori alla domanda che le banche dovranno presentare, lo stile da usare e l'utilizzo delle formule matematiche per descrivere il metodo di calcolo del *VaR* utilizzato. L'approccio di vigilanza risulta quindi tempestivo e molto preciso, mettendo a disposizione delle banche tutte le informazioni necessarie per compilare una domanda formale di utilizzo dei modelli interni per il calcolo del patrimonio di vigilanza a fronte dei rischi di mercato.

Austria

La competenza sulla vigilanza bancaria in Austria è demandata al Ministero delle Finanze, il *Bundesministerium für Finanzen*, i cui compiti sono precisati nella legge bancaria, la *Bankwesengesetz (BWG)*, che è stata emendata nel 1997 per inserire gli accordi di Basilea sul rischio di mercato, e la possibilità delle banche di utilizzare i modelli interni per calcolarlo. L'emendamento, *der zweiter BWG Allende*, che è entrato in vigore il 1° gennaio 1998, prevede un preciso articolo, il 26b, dove vengono fissate le caratteristiche minime che devono avere tali modelli. La procedura di convalida prevede un giudizio complessivo della Banca centrale austriaca sul modello e la sua integrazione all'interno della banca, per passare all'approvazione da parte del Ministro delle Finanze. Per questo motivo, sulla base dell'esperienza acquisita, nel settembre 1999 la *Österreichische Nationalbank* ha pubblicato una serie di volumi sul rischio di mercato e sulla procedura – operativa e teorica – per l'implementazione dei modelli interni. In particolar modo il volume 3 e il 5 analizzano in maniera specifica i modelli *VaR* e la procedura di *stress testing*, approfondendo le procedure per una corretta implementazione all'interno delle banche¹⁰.

Svizzera

In Svizzera non è stata emendata la legge federale bancaria, la *Bundesgesetz über die Banken und Sparkassen*, per tenere conto dei modelli interni, ma una specifica ordinanza, la *BankV*¹¹, nel dicembre 1997. Tale emendamento ha inserito due articoli per prevedere la possibilità per le banche svizzere di utilizzare i propri modelli interni per calcolare il rischio di mercato ai fini della valutazione del patrimonio di vigilanza. Un mese prima, verso la fine di ottobre 1997, l'autorità svizzera responsabile della vigilanza sul sistema bancario, la *Eidgenössische Bankenkommision*, ha pubblicato una circolare¹² dove venivano spiegati i principi da rispettare per l'utilizzo dei modelli interni. Diversamente dall'approccio tedesco e austriaco tale la circolare non si addentra nei particolari dell'uso dei modelli interni, riportando solamente le caratteristiche fondamentali come previste dagli Accordi di Basilea.

Francia

L'approccio di vigilanza francese ai modelli interni è molto simile a quello adottato dalla Banca d'Italia. La modifica delle direttive di vigilanza è stata fatta relativamente tardi rispetto ai paesi di lingua tedesca, solo nel settembre 1999 la *Banque de France* ha pubblicato sul proprio bollettino ufficiale i criteri per l'utilizzo dei modelli interni¹³. Anche nello stile si possono identificare tratti comuni con l'approccio italiano, infatti la direttiva

⁸ Bundesbank (1998a).

⁹ Bundesbank (1998b).

¹⁰ Oesterreichische Nationalbank (1999a e 1999b).

¹¹ La traduzione in inglese, anche se non ufficiale, è stata fatta dalla KPMG (2000).

¹² Eidgenössische Bankenkommision (1997).

¹³ Banque de France (1999).

descrive solo le caratteristiche essenziali che deve avere il modello, la struttura dei controlli e le varie prove di *stress* e di *backtesting* senza entrare in dettagli operativi o formali.

Spagna

La Banca di Spagna, responsabile della vigilanza sul sistema bancario spagnolo, non ha ancora integrato alla data di dicembre 2000 la *Circular 5/93* inserendo la possibilità di utilizzare i modelli interni per il calcolo del rischio di mercato.

Tabella di riepilogo

L'analisi comparata tra i principali gruppi bancari italiani ed alcuni dei più grossi gruppi europei ha evidenziato sensibili differenze, che possono essere attribuite in gran parte alla diversa politica di vigilanza seguita dalle autorità competenti riguardo all'utilizzo dei modelli interni per il calcolo del rischio di mercato. Come si evince dalla tabella seguente, dove abbiamo riassunto le considerazioni viste nel paragrafo precedente, esiste una stretta correlazione tra tempi di implementazione normativa dei modelli interni e la banche che hanno avuto l'autorizzazione al loro utilizzo ai fini di vigilanza. Tale relazione ha determinato probabilmente anche le differenze tra le diverse impostazioni della relazione sulla gestione dei gruppi bancari analizzati¹⁴, per quanto riguarda la descrizione dei rischi bancari, e in particolar modo dei rischi di mercato.

Paese	Introduzione dei modelli interni nella normativa	Contenuto qualitativo della normativa
Germania	novembre 1997	approfondito
Austria	1997	approfondito
Svizzera	dicembre 1997	essenziale
Francia	settembre 1999	essenziale
Spagna	non introdotto	/
Italia	febbraio 2000	essenziale

Tabella 4.3: Riepilogo dei dati di vigilanza per i modelli interni

Che conclusioni si possono trarre da questo confronto, ovviamente non esaustivo, sull'implementazione dei modelli interni nei maggiori gruppi bancari italiani ed europei? A questo livello di approfondimento e analisi, possiamo solamente evidenziare le differenze nella "politica" di vigilanza seguita dai vari paesi, e la sua diretta conseguenza a livello di sistema bancario. Tra i gruppi analizzati, quelli facenti parte dei paesi in cui la disciplina dei modelli interni è stata introdotta rapidamente, hanno generalmente il proprio modello interno convalidato dalle autorità di vigilanza, e operativo per il calcolo del patrimonio minimo di vigilanza. Gli altri gruppi, compresi i maggiori gruppi italiani, non evidenziano, almeno alla data di redazione del bilancio 1999, la convalidazione dei propri modelli¹⁵.

Quali potrebbero essere le possibili cause di questa situazione, dove si assiste ad un maggior utilizzo della metodologia *VaR* da parte dei gruppi bancari di origine tedesca, rispetto agli altri? A nostro parere se ne possono identificare principalmente quattro che in qualche modo hanno contribuito a tale differenziazione.

¹⁴ Per confermare tale supposizione sarebbe necessario un confronto tra le normative in tema di bilancio, che non rientra però nello scopo di questo lavoro.

¹⁵ Ci risulta che a dicembre 2000 in Banca d'Italia non è stata ancora presentata nessuna domanda ufficiale per il riconoscimento del proprio modello interno sui rischi di mercato ai fini di vigilanza

- 1) Lo sviluppo dell'attività in mercati finanziari internazionali, specialmente statunitensi, causa anche una politica di acquisizioni e fusioni, ha di fatto "importato" in alcuni gruppi bancari europei il *risk management* basato sul metodo *VaR*.
- 2) Diretta conseguenza del punto precedente è anche diverso livello della cultura finanziaria tra il personale e il *management* della banca, più *risk oriented* nei gruppi bancari di origine tedesca.
- 3) Il peso diverso dell'attività di *trading* verso quella tradizionale di *banking* nei vari gruppi bancari ha probabilmente dato una spinta differenziata nello sviluppo della politica di *risk management*.
- 4) Infine, lo sviluppo dei sistemi informativi a supporto dell'attività di *trading* ha reso possibile una più facile implementazione del *VaR* per la misurazione dei rischi di mercato.

5. Conclusioni

Il processo di gestione del rischio nelle banche ha assunto caratteristiche sempre più rilevanti sia nell'ottica di vigilanza, sia in quella strettamente operativa. La metodologia di misurazione del rischio basata sul valore a rischio – *VaR* – è diventata lo standard *de facto* per un sempre maggior numero di gruppi bancari, almeno per quanto riguarda il rischio di mercato, tale da essere adottata anche dagli organi di vigilanza come metodo alternativo per la verifica dell'adeguatezza patrimoniale delle banche. Questa situazione di sostanziale omogeneità nell'uso di una comune metodologia pone alcuni interrogativi sulle possibili problematiche a livello aggregato, sia dal punto di vista delle stesse banche, sia da quello del mercato e, in seconda battuta, della vigilanza¹. Due riteniamo essere i punti da approfondire in questa parte conclusiva: i problemi organizzativi per le banche derivanti dall'integrazione del processo di gestione del rischio, e l'impatto a livello sistemico, specialmente per quanto riguarda la liquidità, di un generalizzato utilizzo della metodologia *VaR*.

5.1 L'impatto sull'organizzazione

L'introduzione nella banca di una politica del rischio ha determinato, come anche evidenziato nei maggiori gruppi bancari europei, una profonda riflessione sulla struttura organizzativa e sugli stessi obiettivi² di una banca. Questo ha portato ad una serie di modifiche operative ed organizzative che sono, a nostro parere, tutte diretta conseguenza di alcune caratteristiche che contraddistinguono la metodologia *VaR* rispetto ad altre tecniche di gestione del rischio:

1) La confrontabilità del *VaR* tra diverse unità operative e tra diverse aree di attività della banca ha eliminato molti problemi di comunicazione e ha reso possibile l'inizio di una sorta di "concorrenza interna". La possibilità di confronto dei risultati per mezzo di indicatori di *performance* corretti per il rischio, che possono essere calcolati con la stessa metodologia – il *VaR* – ha di fatto eliminato, almeno come strumento di confronto, tutta una serie di indicatori che potevano essere utilizzati il più delle volte solo all'interno della stessa unità operativa. In questo modo il responsabile di area è in grado di valutare correttamente l'operato di ogni unità, potendo inoltre costruire una struttura di incentivi e di correttivi valida per tutti gli operatori dell'area. Di fatto tale sistema può potenzialmente essere individuato per tutta la banca nel suo complesso, ma una serie di limitazioni lo rende più efficace se applicato singolarmente ad ogni area.

2) L'aggregabilità dei valori del *VaR*, pur con i limiti evidenziati nel corso del lavoro, ha reso più semplice la politica del rischio a livello di direzione. Infatti, una volta individuato il livello di rischio accettabile dalla banca³, dato il capitale a disposizione, la direzione può suddividere tale rischio sulle diverse aree e unità operative e può successivamente monitorarlo in maniera efficiente.

¹ In un recente articolo di Rime, 2001 è stato evidenziato empiricamente che la risposta da parte delle banche svizzere alla pressione regolamentativa è stata di incrementare il capitale, ma non di ridurre il rischio. Vedi anche Blum (1999) sullo stesso argomento.

² Il gruppo *Deutsche Bank*, per esempio da un'importanza fondamentale alla gestione del rischio nell'ottica di ottimizzazione del capitale prestato dagli azionisti.

³ Che può anche coincidere con quanto previsto dalle autorità di vigilanza.

3) La relativa omogeneità dei sistemi di calcolo del *VaR* e il loro possibile utilizzo nelle diverse aree ha reso possibile la creazione di un'unica unità di gestione del rischio all'interno della banca. Questo, oltre alle ovvie economie di scala, rende di fatto più efficiente ed omogenea sia la misurazione del rischio, sia il suo controllo. L'indipendenza di tale struttura⁴ garantisce la trasparenza e la correttezza dei vari indicatori che vengono presentati alla direzione.

4) Infine la possibilità di imporre limiti operativi basati sul *VaR*, e quindi sul rischio, ha modificato il comportamento delle unità e delle aree in un'ottica di gestione di portafoglio più "libera", ma anche più responsabile essendo confrontabili in maniera più precisa i risultati ottenuti. Vincoli sul rischio, in contrapposizioni a vincoli sulle quantità, portano comunque a portafogli efficienti, con maggior libertà per il gestore che può scegliere liberamente le attività da inserire nel portafoglio, rimanendo al di sotto del limite di *VaR* imposto. Questo consente di inserire anche posizioni altamente rischiose – come per esempio un *future* sull'indice di borsa – a condizione che siano controbilanciate da attività con un livello di rischio più basso.

5.2 L'impatto sistemico

La metodologia *VaR* per la misurazione e la gestione del rischio è ormai molto diffusa e utilizzata nel sistema bancario internazionale, tanto da portare ad alcune riflessioni sui possibili impatti a livello sistemico⁵. Il metodo di calcolo – in tutte e tre le accezioni analizzate in questo lavoro – utilizza come dati di *input* le serie storiche dei rendimenti per determinare la distribuzione del rendimento del portafoglio di cui si vuole calcolare il *VaR*. In estrema sintesi, ovviamente con le dovute differenze a seconda dei metodi, il valore del *VaR* dipende strettamente ed in maniera diretta dalla volatilità storica delle attività presenti nel portafoglio. È molto probabile, quindi, che la maggior parte dei portafogli delle banche abbia una relazione di questo genere con la volatilità delle attività e, quindi, del mercato nel suo complesso. Questo tipo di legame non comporterebbe problemi particolari a livello sistemico⁶ se non fosse vincolato da due aspetti determinanti: la scelta da parte delle banche di modificare i propri limiti operativi definendoli in termini di *VaR* e la possibilità di utilizzare i modelli interni basati sul *VaR* per il calcolo del patrimonio minimo di vigilanza. Solitamente i limiti operativi vincolano il gestore al non superamento di un particolare valore di *VaR*, con alcune possibilità di sfioramento, comunque limitato. In una situazione di aumento della volatilità del mercato il *VaR* del portafoglio di alcuni gestori supererà i vincoli imposti obbligando quest'ultimi alla riduzione di tale valore. A parità di capitale smobilizzato, cioè di attività vendute, si ottiene una più consistente riduzione del *VaR* del portafoglio vendendo quei titoli che presentano elevata volatilità. Questo però non fa che aumentare la volatilità del mercato spingendo altri portafogli oltre ai limiti imposti e quindi altri gestori a vendere le attività più volatili. Tale comportamento a catena può indubbiamente portare a crisi a livello sistemico⁷. Lo stesso discorso può essere fatto a

⁴ L'indipendenza della struttura di controllo del rischio, oltre ad essere imposta dalle autorità di vigilanza, è comunque la scelta più efficiente.

⁵ All'interno della letteratura sull'argomento citiamo Jackson, Maude e Perraudin (1998); Jackson (1999); Danielsson, De Vries e Jorgensen (1998).

⁶ L'aumento della volatilità del mercato porta, in un modo governato dalla teoria delle scelte di portafoglio di Markowitz, ad una ricomposizione del portafoglio per ritrovare la combinazione di rischio-rendimento compatibile con le preferenze del gestore. Gestori diversi presentano ovviamente diversi profili di preferenze che portano generalmente a diverse ricomposizioni di portafoglio, senza che questo determini vendite cospicue sullo stesso titolo. La scelta di composizione avviene infatti non solo sulla base del rischio, ma anche del rendimento atteso, a differenza del *VaR* dove si privilegia il rischio, specialmente dal punto di vista del controllo.

⁷ In un contesto multiperiodale con decisioni anche di consumo, cioè sulla parte del reddito non destinata ad investimenti, è stato dimostrato che gli investitori con vincoli nella gestione di portafoglio basati sul *VaR*, possono scegliere razionalmente posizioni più rischiose di quelli non vincolati. Questo diventa più probabile

livello di singola banca dove il vincolo non è più in termini di *VaR*, ma di patrimonio di vigilanza. Anche in questo caso in situazioni di aumento della volatilità del mercato alcune banche potrebbero trovarsi con scarso patrimonio di vigilanza rispetto a quello minimo calcolato utilizzando il *VaR*. La banca avrebbe, a differenza del singolo gestore, due possibili scelte: incrementare il patrimonio o ridurre il *VaR* complessivo. La prima presenta però diversi inconvenienti⁸ e spesso non risulta attuabile velocemente, per cui la scelta di smobilizzare componenti a più alta volatilità dal portafoglio complessivo della banca è una scelta quasi obbligata. In un'ottica di liquidità verranno ovviamente vendute le attività più liquide, per cui l'area finanza sarà la più toccata, rispetto a quella dei crediti. Il responsabile dell'area finanza non farà altro che ridurre i vincoli di *VaR* alle singole unità operative innescando così il comportamento a catena visto poc'anzi. In un contesto multiperiodale con decisioni anche di consumo, cioè sulla parte del reddito non destinata ad investimenti, è stato però dimostrato che gli investitori con vincoli nella gestione di portafoglio basati sul *VaR*, possono scegliere razionalmente posizioni più rischiose di quelli non vincolati. Questo diventa più probabile nelle situazioni di alta volatilità, contribuendo così di fatto ad un ulteriore aumento di quest'ultima (Basak e Shapiro, 1999).

5.3 Alcune considerazioni conclusive

La metodologia *VaR* per la gestione del rischio ha avuto un impatto importante nel sistema bancario internazionale portando anche ad una vasta fioritura della letteratura accademica sull'argomento. Molti sforzi si sono indirizzati sull'affinamento delle tecniche di calcolo e sull'impostazione statistica di base, per ottenere misure del rischio più precise e omogenee tra le diverse banche. A livello di vigilanza si è cercato di uniformare il più possibile le varie metodologie in modo da ottenere risultati più o meno simili anche se calcolati da banche diverse sullo stesso portafoglio. Sono invece relativamente pochi i lavori che analizzano i possibili problemi derivanti dall'uso generalizzato della metodologia *VaR* in un sistema con vincoli sul rischio, interni ed esterni alle banche. Le tendenze in atto nella vigilanza bancaria internazionale – la piena operatività dei modelli interni per il rischio di mercato e lo studio avanzato sui sistemi di *rating* per il rischio di credito⁹ – stanno indubbiamente spingendo il sistema in una direzione definita dove la maggior parte del capitale bancario aggregato sarà probabilmente vincolato – o dalle stesse banche con i limiti interni, o dall'Autorità di vigilanza – in termini di *VaR*. Tale situazione, nei momenti di elevata volatilità, potrebbe realmente accentuare le possibili crisi sistemiche con conseguenze opposte rispetto a quelle desiderate dall'autorità di vigilanza. Sarebbe quindi auspicabile uno studio più approfondito, sia dal punto di vista teorico con un'accurata modellizzazione di tale struttura¹⁰, sia da un punto di vista empirico per meglio comprendere l'effettiva direzione in cui si sta muovendo il sistema finanziario.

nelle situazioni di alta volatilità, contribuendo così di fatto ad un ulteriore aumento di quest'ultima (Basak e Shapiro, 1999).

⁸ Si pensi solo alle procedure per la richiesta di un aumento di capitale o per la sola emissione di un prestito obbligazionario convertibile.

⁹ Comitato di Basilea per la vigilanza bancaria (1999 e 2001).

¹⁰ Ciò potrebbe essere rappresentato mediante modelli con agenti eterogenei che tengano quindi conto delle possibili differenze di comportamento tra le diverse banche.

6. Appendice

6.1 Programmi in *Matlab*[®]

Per il calcolo del *VaR*, per gli esempi e per le simulazioni effettuate in questo lavoro sono stati sviluppati una serie di programmi specifici per il software di analisi numerica *Matlab*[®] prodotto e distribuito dalla *The MathWorks Inc.* Tale software consente di sviluppare programmi personali che si appoggiano al motore di calcolo rendendo così molto flessibile e duttile il suo utilizzo. Questo si coniuga con una potente velocità di calcolo ed una facilità nell'uso dell'algebra matriciale nella programmazione, tale da renderlo uno strumento particolarmente adatto al calcolo numerico.

Tutti i programmi sviluppati dall'autore sono stati testati per la versione 4.0 di *Student Edition of Matlab*[®] e sono stati scritti secondo lo standard di tale linguaggio consentendo così l'help in linea sia sul singolo programma che sulla descrizione del gruppo (*toolbox*). I programmi sono utilizzabili anche sulla versione professionale di *Matlab*[®] con la quale si possono superare i limiti nel numero di variabili e di prezzi presenti nella versione *Student*. Due sono i gruppi sviluppati: *statistic* per la parte di statistica inferenziale e *var* per quella relativa al calcolo e alle simulazioni sul *VaR*.

6.1.1 *Stima del modello distributivo*

Scopo principale di questi programmi è quello di aiutare nella ricerca del miglior modello distributivo di un determinato campione statistico, nella fattispecie relativo ai rendimenti di attività o portafogli finanziari. Il metodo di ricerca comporta l'individuazione degli indici di simmetria e curtosi del campione e l'individuazione del punto corrispondente in una mappa, che ci consente una prima sommaria identificazione dei modelli distributivi più probabili. Successivamente si effettua la stima dei parametri della distribuzione utilizzando il metodo della anamorfosi di linearizzazione che, rispetto ai modelli di stima non-lineare, risulta di più facile implementazione e non necessita dei valori sommari degli stessi parametri per iniziare la procedura di stima. La procedura di anamorfosi prevede la trasformazione dei dati relativi alla distribuzione integrale di frequenza del campione al fine di giungere a coppie di valori disposti secondo un profilo lineare in modo da utilizzare una semplice regressione lineare come metodo di stima. Dopo avere diviso in n classi i dati del campione X , eventualmente utilizzando la regola di Sturges¹ per determinarne il numero, si calcolano le frequenze e la relativa distribuzione integrale di frequenza $F(x)$ ottenendo n coppie di valori $(x_i, F(x_i))$. La procedura di anamorfosi non fa altro che applicare agli n punti due funzioni f e g tale che i nuovi punti $(f(x_i), g(F(x_i)))$ vengano a trovarsi il più possibile su una linea retta. Molti modelli distributivi² possono essere anamorfizzati linearmente, per cui si tratta di applicare le coppie di funzioni (f_j, g_j) di ogni modello j alle coppie di valori $(x_i, F(x_i))$ fino a trovare

¹ Tale regola prevede che il numero di classi, data la numerosità n del campione, sia pari a $k=1+3,3*\log_{10}n$

² Ma non tutti. La distribuzione normale, per esempio, non ha una propria anamorfosi di linearizzazione analitica per cui per applicare comunque tale procedura si ricorre ad un particolare reticolo, detto carta normale di probabilità.

una relazione il più possibile lineare. I programmi sviluppati seguono questo metodo di indagine statistico.

I programmi sono stati divisi in due gruppi: un gruppo descrittivo di prima indagine ed un secondo gruppo di stima dei parametri delle varie distribuzioni.

Parte descrittiva

curtosi calcola la curtosi di un campione.

mappa calcola la coppia di valori (β_1, β_2) pari rispettivamente a $\left(\left(\frac{\bar{\mu}_3}{\sigma^3} \right)^2, \frac{\bar{\mu}_4}{\sigma^4} \right)$ di un campione per individuare il punto sulla mappa di identificazione.

distribuzione dato un campione x estratto da una popolazione X calcola, anche secondo la regola di Sturges, le n coppie $(x_i, F(x_i))$.

campestremi estrae da un campione n campionature casuali di ampiezza m e individua le coppie del valore massimo e minimo di tali campionature. Questa procedura serve per l'individuazione delle distribuzioni estremali (v. parag. 7.2).

Procedura di stima

stimafunzione stima i parametri della funzione di densità di probabilità prescelta mediante la procedura di anamorfosi di linearizzazione.

funzione le funzioni di densità di probabilità inserite sono la logistica, la *Rayleigh*, la secante iperbolica, le classi dei minimi e dei massimi *Gumbel* e *Weibull* (v. parag. 7.2).

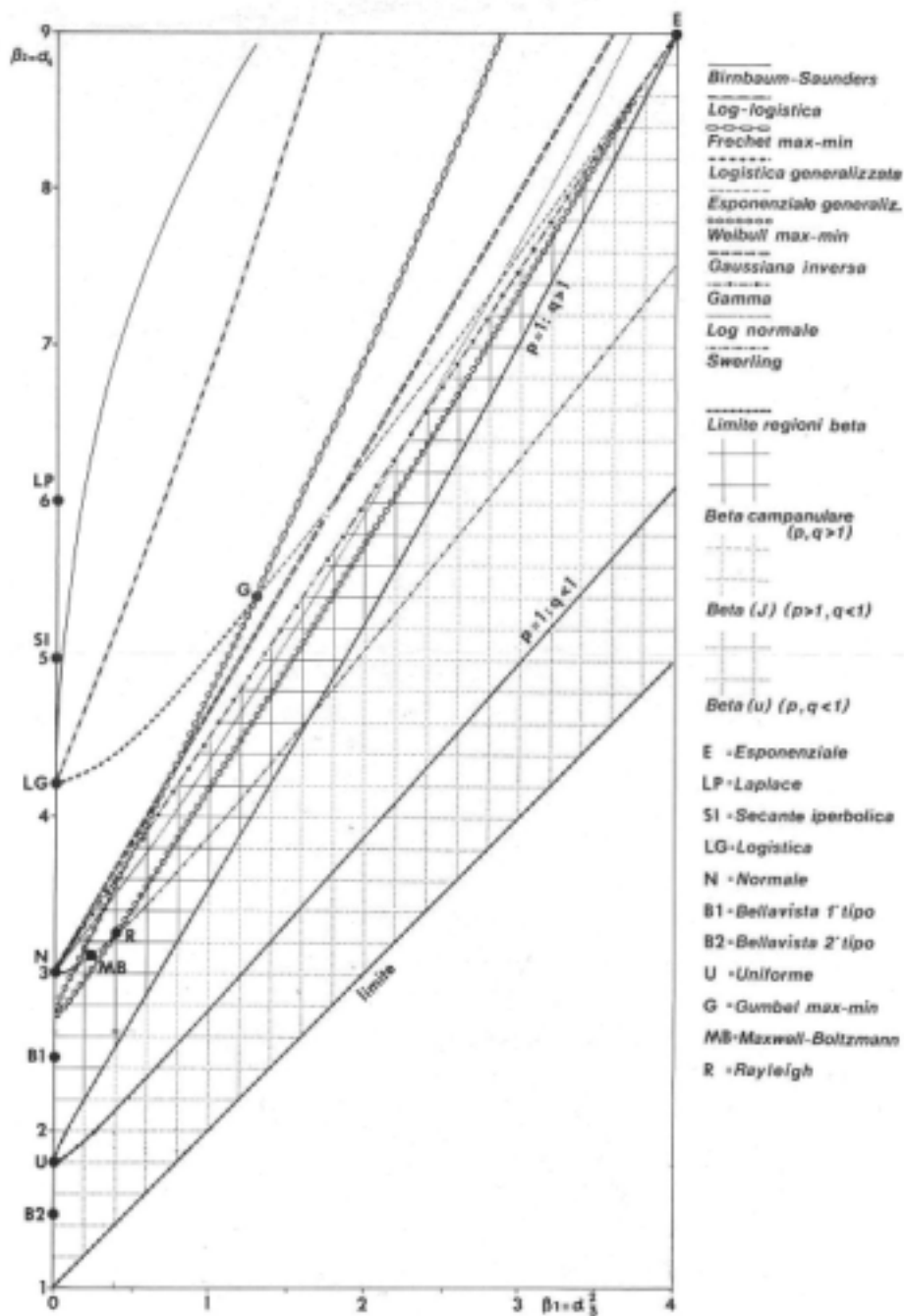


Grafico 6.1: Mappa di identificazione modelli di probabilità

6.1.2 Stima del VaR

I programmi calcolano il *VaR* di un portafoglio azionario internazionale tenendo conto, quindi, anche del rischio di cambio. Non ci sono limiti al numero di azioni, di mercati e di valute, né al numero di valori per ogni variabile (tranne quelli relativi alla versione di *Matlab*[®] che si utilizza) la cui frequenza di campionamento deve essere giornaliera. I dati essenziali di input sono le serie storiche di prezzi, cambi ed indici, la composizione del portafoglio in ogni valuta oltre a due vettori che identificano i legami di ogni azione con l'indice di borsa e il cambio corrispondente. Il calcolo, tranne che per la simulazione storica dove può essere effettuato direttamente sui prezzi, viene effettuato sui fattori di rischio, indici di borsa e tassi di cambio, per poi essere spostato sui prezzi delle azioni via il coefficiente di sensibilità. I programmi sono divisi in cinque gruppi: pretrattamento dati dove vengono calcolati rendimenti e correlazioni degli stessi, calcolo del *VaR* secondo le tre accezioni attualmente in uso, simulazioni al variare dei parametri, altre funzioni di supporto e interfaccia *user friendly* per tutte le operazioni relative al *VaR*.

Pretrattamento dati

rendimenti trasforma i prezzi in rendimenti, sia con il metodo normale che con quello logaritmico, estrae inoltre i prezzi correnti delle azioni e i valori correnti di cambi e indici di borsa.

semplincecorr calcola la matrice di varianza-covarianza dei rendimenti e i beta di ogni azione sul rispettivo indice di borsa, il tutto con ponderazione unitaria dei dati.

ewmacecorr come sopra solo con ponderazione esponenziale dei dati richiedendo il fattore di decadimento λ .

Calcolo del VaR

deltavar calcola il *VaR* del portafoglio e il *VaR* relativo ad ogni fattore di rischio con il metodo Delta-normal, dato il tempo t di detenzione del portafoglio e la probabilità p di perdita ammessa.

simulvar calcola il *VaR* del portafoglio con il metodo della simulazione storica sia direttamente dai prezzi delle azioni, sia utilizzando i coefficienti di sensibilità rispetto ai fattori di rischio, dato il tempo t di detenzione del portafoglio e la probabilità p di perdita ammessa.

montevar calcola il *VaR* del portafoglio con il metodo Monte Carlo utilizzando il generatore di numeri casuali di *Matlab*[®] per i tassi di cambio e gli indici di borsa. Utilizza sia il modello di generazione dei prezzi normale, sia quello logaritmico, dato il tempo t di detenzione del portafoglio, la probabilità p di perdita ammessa e il numero l di simulazioni.

Simulazioni

deltaparametri calcola il *VaR* del portafoglio con il metodo *Delta-normal* al variare del tempo t di detenzione del portafoglio e della probabilità p di perdita ammessa e ne disegna il grafico tridimensionale.

deltadati calcola il *VaR* del portafoglio con il metodo *Delta-normal* al variare della numerosità dei dati, sia con ponderazione unitaria, sia esponenziale degli stessi.

simulparametri calcola il *VaR* del portafoglio con il metodo della simulazione storica al variare del tempo t di detenzione del portafoglio e della probabilità p di perdita ammessa e ne disegna il grafico tridimensionale.

simuldati calcola il *VaR* del portafoglio con il metodo della simulazione storica al variare della numerosità dei dati.

`simuldatip` calcola il *VaR* del portafoglio con il metodo della simulazione storica al variare della numerosità dei dati e della probabilità p di perdita ammessa e ne disegna il grafico tridimensionale.

Back testing

`deltaback` calcola il numero di eccezioni in una procedura di *back testing* con la stima del *VaR* secondo il metodo *delta normal*.

`simulback` calcola il numero di eccezioni in una procedura di *back testing* con la stima del *VaR* secondo il metodo della simulazione storica.

`monteback` calcola il numero di eccezioni in una procedura di *back testing* con la stima del *VaR* secondo il metodo Monte Carlo.

`deltamedia` calcola la media su n giorni del *VaR* stimato con il metodo *delta normal*.

`simulmedia` calcola la media su n giorni del *VaR* stimato con il metodo della simulazione storica.

`montemedial` calcola la media su n giorni del *VaR* stimato con il metodo Monte Carlo.

Altre funzioni

`normalestd` la funzione normale standardizzata.

`alfauna` trova il valore critico della normale standardizzata dato il livello p di probabilità.

Interfaccia

`calcvar` interfaccia a terminale per tutte le operazioni sul *VaR*.

6.2 Dati utilizzati nell'analisi

Le serie storiche dei prezzi delle azioni, dei cambi e degli indici di borsa sono state estratte dalla banca dati *Datastream*[®]. La scelta dei mercati e delle azioni è puramente casuale e non rappresenta ovviamente un'indicazione di investimento.

6.2.1 Serie storiche e portafogli simulati

Le serie storiche utilizzate negli esempi e nelle simulazioni sono divise in tre gruppi corrispondenti ai tre portafogli simulati, ognuno con un diverso orizzonte temporale. Le tabelle seguenti evidenziano per ogni portafoglio la composizione, gli indici di borsa e il numero di dati utilizzati. Tutti i dati sono giornalieri.

Composizione (in mln.)	Azioni	Indici di borsa	Tassi di cambio
10 €	Fiat	Mib 30	
20 €	Generali		
5 €	Alleanza Assic.		
10 €	Olivetti		
5 \$	Apple Computer	Nasdaq computer	\$ / €
10 €	BMW	Dax 30	

Tabella 6.1: Portafoglio 1, valore 60,24 milioni di Euro, 1045 dati dal 14.06.1996 al 15.06.2000.

Il primo portafoglio presenta un limitato rischio di cambio e una bassa diversificazione internazionale, ma la lunghezza delle serie storiche ben si presta alle simulazioni che riducono gradualmente il numero di dati utilizzati.

Composizione (in mln.)	Azioni	Indici di borsa	Tassi di cambio
30 €	Fiat	Mib 30	
10 €	Olivetti		
20 \$	Apple Computer	Nasdaq computer	\$ / €
30 \$	Ford	Dow Jones	
50 €	BMW	Dax 30	
300 ¥	Sony	Nikkei 225	¥ / €

Tabella 6.2: Portafoglio 2, valore 145,86 milioni di Euro, 263 dati dal 28.06.1999 al 28.06.2000.

Il secondo portafoglio, data la relativa limitatezza delle serie storiche, si pone al livello minimo imposto dalle direttive di Basilea per l'uso dei modelli interni. Si possono così analizzare in quest'ottica i valori del *VaR* calcolati con i tre modelli.

Composizione (in mln.)	Azioni	Indici di borsa	Tassi di cambio
100 €	Generali	Mib 30	
50 €	Telecom Italia		
50 \$	Ford	Dow Jones	\$ / €
190 \$	Caterpillar		
400 ¥	Sony	Nikkei 225	¥ / €
500 ¥	Honda		
100 £	Royal Bank of Scot.	Ftse 100	£ / €
150 £	Natwest		

Tabella 6.3: Portafoglio 3, valore 808,78 milioni di Euro, 522 dati dal 03.07.1998 al 03.07.2000.

L'ultimo portafoglio presenta un'elevata diversificazione internazionale con un alto rischio di cambio, e un numero sufficiente di dati per analizzare i valori del *VaR* al diminuire di quest'ultimi.

6.3 Le distribuzioni estremali

Le distribuzioni estremali sono funzioni di densità che “derivano” da altri modelli distributivi come, per esempio, la normale, la log-normale, la logistica. Infatti esse non sono altro che la distribuzione dei valori massimi o minimi di n campioni, per n molto grande, estratti in modo casuale da una popolazione governata dai modelli “primitivi”. Supponiamo di dovere determinare la resistenza alla rottura di un moschettone di sicurezza mediante una serie di test di trazione oltre il massimo carico consentito. Siamo cioè interessati a individuare il tempo di sicurezza del moschettone per scrivere sulla confezione una affermazione del tipo: “sottoposto ad un peso di 1.000 kg. questo moschettone ha una probabilità di rottura del 95% dopo 10 secondi”. Per affermare questo dobbiamo identificare la distribuzione di probabilità del tempo di rottura procedendo con una serie di prove su vari campioni. In maniera casuale estraiamo da una popolazione abbastanza ampia di moschettoni un campione di m elementi che sottoponiamo a trazione con un peso di 1.000 kg. e registriamo il tempo dopo quando si spezza il primo moschettone e l'ultimo. Ripetiamo questa operazione per n volte ed otteniamo così n coppie di valori appartenenti rispettivamente ad una distribuzione estrema dei minimi e dei massimi. Numerose sono state le applicazioni di queste particolari distribuzioni nell'ambito statistico: la descrizione della durata della vita umana, nei fenomeni relativi alle emissioni radioattive, per determinare il carico massimo sopportabile dagli aerei, nello studio della mortalità infantile per citare alcuni dei più importanti. Tre sono le famiglie di distribuzioni estremali più importanti: la classe di *Gumbel*, di *Weibull* e di *Frechet*, di cui le prime due sono quelle più utilizzate. Entrambe derivano analiticamente, per n che tende ad infinito, da distribuzioni “primitive” tra cui le più importanti sono la normale, la log-normale, la logistica e la beta. Per tale motivo trovano vasto utilizzo in vari campi di analisi, tra cui anche i rendimenti delle attività finanziarie la cui distribuzione viene di solito supposta normale o log-normale. Delle tre classi più importanti evidenziamo la distribuzione integrale di frequenza (detta anche funzione di ripartizione), l'anamorfo di linearizzazione e il dominio della variabile e dei parametri.

6.3.1 Gumbel

La funzione di ripartizione della *Gumbel* dei massimi è la $F(x) = e^{-e^{-\left(\frac{x-\lambda}{\delta}\right)}}$ con dominio $\{\delta > 0, \lambda \in \mathfrak{R}, x \in \mathfrak{R}\}$, mentre l'anamorfosi di linearizzazione porta alla seguente funzione lineare $-\log[-\log F(x)] = \frac{1}{\delta}x - \frac{\lambda}{\delta}$.

La funzione di ripartizione della *Gumbel* dei minimi è la $F(x) = 1 - e^{-e^{\left(\frac{x-\lambda}{\delta}\right)}}$ con dominio $\{\delta > 0, \lambda \in \mathfrak{R}, x \in \mathfrak{R}\}$, mentre l'anamorfosi di linearizzazione porta alla seguente funzione lineare $\log\log \frac{1}{1-F(x)} = \frac{1}{\delta}x - \frac{\lambda}{\delta}$.

6.3.2 Weibull

La funzione di ripartizione della *Weibull* dei massimi è la $F(x) = e^{-\left(\frac{x-\lambda}{\delta}\right)^k}$ con dominio $\{\delta > 0, k > 0, \lambda \in \mathfrak{R}, -\infty < x \leq \lambda\}$, mentre l'anamorfosi di linearizzazione porta alla seguente funzione lineare $\log\log \frac{1}{F(x)} = k\log(\lambda - x) - k\log\delta$ che viene risolta a tentativi fissando il valore iniziale di λ .

La funzione di ripartizione della *Weibull* dei minimi è la $F(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x-\lambda}{\delta}\right)^k}$ con dominio $\{\delta > 0, k > 0, \lambda \in \mathfrak{R}, \lambda \leq x < \infty\}$, mentre l'anamorfosi di linearizzazione porta alla seguente funzione lineare $\log\log \frac{1}{1-F(x)} = k\log(\lambda - x) - k\log\delta$ che viene risolta a tentativi fissando il valore iniziale di λ .

6.3.3 Frechet

La funzione di ripartizione *Frechet* dei massimi è la $F(x) = e^{-e^{-\left(\frac{x-\lambda}{\delta}\right)^k}}$ con dominio $\{\delta > 0, k > 0, \lambda \in \mathfrak{R}, \lambda \leq x < \infty\}$, mentre l'anamorfosi di linearizzazione porta alla seguente funzione lineare $\log\log \frac{1}{F(x)} = -k\log(x - \lambda) + k\log\delta$ che viene risolta a tentativi fissando il valore iniziale di λ .

La funzione di ripartizione *Frechet* dei minimi è la $F(x) = 1 - e^{-e^{\left(\frac{x-\lambda}{\delta}\right)^k}}$ con dominio $\{\delta > 0, k > 0, \lambda \in \mathfrak{R}, -\infty < x \leq \lambda\}$, mentre l'anamorfosi di linearizzazione porta alla seguente funzione lineare $\log\log \frac{1}{1-F(x)} = -k\log(\lambda - x) + k\log\delta$ che viene risolta a tentativi fissando il valore iniziale di λ .

7. Bibliografia

- BANCA D'ITALIA (2000), Circolare n. 229 del 21 aprile 1999 (Fascicolo "Istruzioni di vigilanza per le banche") – 3° agg.to dell'11 febbraio 2000. Modifica della normativa sui requisiti patrimoniali di vigilanza, *Bollettino di Vigilanza*, **2**, 14-156.
- BANK OF INTERNATIONAL SETTLEMENT (2000), *Profile*, Bank of International Settlement, Basilea.
- BANQUE DE FRANCE (1999), Annexe II au règlement n° 99-01, *Bulletin Officiel de la Banque de France*, **9**, 1-13.
- BARONE-ADESI G. (1997), La gestione ALM nelle banche, *Bancaria*, **10**.
- BASAK, S. e SHAPIRO A. (1999), Value at risk based risk management: optimal policies and asset prices, *mimeo*, Stern School of Business, New York.
- BAZZANA F. (1996), Regolamentazione prudenziale degli intermediari finanziari. Il caso del vincolo di portafoglio in Italia, *Economia e Banca*, **2**, 227-241.
- BAZZANA F. (1999), Efficienza nella scelta vincolata di portafoglio, *Il Risparmio*, **5-6**, 807-819.
- BEBER, A. e ERZEGOVESI, L. (1999), Distribuzioni di probabilità implicite nei prezzi delle opzioni, *Università di Trento ALEA Tech Report*, **8**.
- BERKOWITZ J. (1999), *Evaluating the Forecasts of Risk Models*, mimeo, Federal Reserve Board, Washington.
- BLUM J. (1999), Do capital adequacy requirements reduce risks in banking?, *Journal of Banking and Finance*, **23**.
- BOLLERSLEV, T. (1986), Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity, *Journal of Econometrics*, **31**, 307-327.
- BUNDESAUFSICHTSAMT FÜR DAS KREDITWESEN (1997), *Notice on the submission of the documents for assessing the suitability of internal risk models*, Berlino, **dicembre**.
- BUNDESBANK (1998a), *Der neue Grundsatz I*, Francoforte, **maggio**.
- BUNDESBANK (1998b), *Bankinterne Risikosteuerungsmodelle und deren bankaufsichtliche Eignung*, Francoforte, **ottobre**.
- CHRISTOFFERSEN F. P., DIEBOLD X. F. e SCHUERMAN T. (1998a), Value at risk: uses and abuses, *Journal of Applied Corporate Finance*, **10**, **4**.
- CHRISTOFFERSEN, P. F., DIEBOLD F. X. e SCHUERMAN T. (1998b), Horizon problems and extreme events in financial risk management, *Federal Bank of New York Economic Policy Review*, **ottobre**, 109-118.
- COMITATO DI BASILEA PER LA VIGILANZA BANCARIA (1988), *Accordo internazionale sulla valutazione del patrimonio e sui coefficienti patrimoniali*, Basilea, **luglio**.
- COMITATO DI BASILEA PER LA VIGILANZA BANCARIA (1995a), *Progetto di supplemento all'accordo sui requisiti patrimoniali per incorporare i rischi di mercato*, Basilea, **aprile**.

- COMITATO DI BASILEA PER LA VIGILANZA BANCARIA (1995b), *Proposta di pubblicazione di un supplemento all'accordo di Basilea sui requisiti patrimoniali per contemplare i rischi di mercato*, Basilea, **aprile**.
- COMITATO DI BASILEA PER LA VIGILANZA BANCARIA (1995c), *Un approccio basato sui modelli interni per l'applicazione dei requisiti patrimoniali a fronte dei rischi di mercato*, Basilea, **aprile**.
- COMITATO DI BASILEA PER LA VIGILANZA BANCARIA (1996a), *Amendment to the capital accord to incorporate market risks*, Basilea, **gennaio**.
- COMITATO DI BASILEA PER LA VIGILANZA BANCARIA (1996b), *Overview of the amendment to the capital accord to incorporate market risks*, Basilea, **gennaio**.
- COMITATO DI BASILEA PER LA VIGILANZA BANCARIA (1996c), *Supervisory framework for the use of "backtesting" in conjunction with the internal models approach to market risk capital requirements*, Basilea, **gennaio**.
- COMITATO DI BASILEA PER LA VIGILANZA BANCARIA (1998a), *Framework for the evaluation of internal control system*, Basilea, **gennaio**.
- COMITATO DI BASILEA PER LA VIGILANZA BANCARIA (1998b), *Framework for internal control system in banking organisations*, Basilea, **settembre**.
- COMITATO DI BASILEA PER LA VIGILANZA BANCARIA (1999), *A new capital adequacy framework*, Basilea, **giugno**.
- COMITATO DI BASILEA PER LA VIGILANZA BANCARIA (2001), *The new Basel capital accord*, Basilea, **gennaio**.
- COMMITTEE ON THE GLOBAL FINANCIAL SYSTEM (2000), *Stress testing by large financial institutions: current practice and aggregation issues*, Basilea, **aprile**.
- CONSIDINE, J. (1998), Pilot exercise – pre-commitment approach to market risk, *Federal Bank of New York Economic Policy Review*, **ottobre**, 131-136.
- CONTI, V. e MACCARINELLI, M. (1997), Redditività, allocazione del capitale e gestione del rischio, *Rivista Bancaria*, **2**.
- CORRADO, C. e MILLER, T. (1996), Volatility without tears, *Risk*, **luglio**, 49-51.
- CULP C. L., MILLER M. H. e NEVES A. M. P. (1998), Horizon Problems and Extreme Events in Financial Risk Management, *FRBNY Economic Policy Review*, New York, **ottobre**.
- DANIELSSON J. e DE VRIES G. C. (1997), Value-at-Risk and Extreme Returns, *London School of Economics Working Papers*, Londra, **settembre**.
- DANIELSSON J., DE VRIES G. C. e JORGENSEN N. B. (1998), The Value of Value at Risk: Statistical, Financial, and Regulatory Considerations, *FRBNY Economic Policy Review*, New York, **ottobre**.
- DANIELSSON, J., HARTMANN, P. e DE VRIES, C. G. (1998), The cost of conservatism: extreme returns, Value-at-Risk, and the Basle 'multiplication factor', *Risk*, **gennaio**, 49-51.
- DARIPA, A. e VAROTTO S. (1998), Value at Risk and precommitment: approaches to market risk regulation, *Federal Bank of New York Economic Policy Review*, **ottobre**, 137-143.
- DAVE, R. D. e STAHL G. (1997), A comparison of Value at Risk approaches and their implications for regulators, *Osterreichische National Bank Focus on Austria*, **4**, 57-71.
- DE RAAJ, G. e RAUNIG B. (1998), On the accuracy of VaR estimates based on the variance-covariance approach, *mimeo*, Olsen & Associates, Zurigo.

- DOWD, K. (1998a), *Beyond Value at Risk: the new science of risk management*, John Wiley & Sons, England.
- DOWD K. (1998b), VaR: Theoretical Issues and Practical Applications, *mimeo*, University of Sheffield, Sheffield.
- EFRON, B. (1979), Bootstrap methods: another look at the jackknife, *Annal of Statistics*, **7**, 1-26.
- EIDGENÖSSISCHE BANKENKOMMISSION (1997), *Richtlinien zur Eigenmittelunterlegung von Marktrisiken*, Berna, **RS 97/1**.
- EMBRECHTS, P. (2000), Extreme value theory: potential and limitations as an integrated risk management tool, *mimeo*, ETH Zentrum, Zurigo.
- EMBRECHTS, P., RESNICK S. I. e SAMORODNITSKY G. (1997), Living on the edge, *mimeo*, ETH, Zurigo.
- EMBRECHTS, P., RESNICK S. I. e SAMORODNITSKY G. (1999), Extreme value theory as risk management tool, *North American Actuarial Journal*, **26**, 30-41.
- ENGLE, R. (1982), Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation, *Econometrica*, **50**, 987-1007.
- ENRIA A. e LAVIOLA S. (1997), Requisiti patrimoniali, incentivi e controllo del rischio, *Rivista Bancaria*, **1**.
- FAMA, E. F. (1965), The behaviour of stock prices, *Journal of Business*, **38**, 34-105.
- FROOT K. A. e STEIN J. C. (1998), Risk management, capital budgeting and capital structure policy for financial institutions: an integrated approach, *Journal of Financial Economics*, **47**, 55-82.
- FRYE, J. (1996), *Principals of Risk: finding value-at-risk through factor-based interest rate scenarios*, mimeo, NationsBank, Chicago.
- GAVIN, J. (2000), Extreme value theory – an empirical analysis of equity risk, in Embrechts P. (edito da), *Extremes and Integrated Risk Management*, Risk Publications.
- HAAS, M. (2000), Backtesting – an overview, *mimeo*, CAESAR Research Center, Bonn.
- HENDRICKS, D. e HIRTLE B. (1997), Bank capital requirements for market risk: the internal models approach, *Federal Bank of New York Economic Policy Review*, **dicembre**, 1-12.
- HILL, B. M. (1975), A simple general approach to inference about the tail of a distribution, *Annals of Statistics*, **35**, 1163-1173.
- HUA P. e WILMOTT P. (1998), CrashMetrics, *Wilmott & Co. Technical Report*, **1**, 1-16.
- HUA P. e WILMOTT P. (1999), Value-at-Risk and market crashes, *mimeo*, Imperial College, Londra.
- HUGES J. P., LANG W., MOON C. e PAGANO M. S. (1998), Measuring the efficiency of capital allocation in commercial banking, *Federal Reserve Bank of Philadelphia Working Paper*, Philadelphia, **98-2**.
- J. P. MORGAN e REUTERS (1996), *RiskMetrics™ – Technical documents*, IV ed. J.P. Morgan, New York.
- JACKSON P. (1999), a cura di, Capital requirements and bank behaviour: the impact of the Basle Accord, *Basle Committee on Banking Supervision Working Papers*, Basilea, **1**.

- JACKSON, P., MAUDE J. D. e PERRAUDIN W. (1998), Bank capital and value at risk, *Bank of England Working Paper*.
- JAMES C. (1996), RAROC based capital budgeting and performance evaluation: a case study on bank capital allocation, *The Wharton Financial Institution Center Working Paper*, Wharto, **95-40**.
- JORION, P. (2000), *Value at Risk – second edition*, McGraw Hill, USA.
- KIMBALL R. C. (1997), Innovations in performance measurements in banking, *New England Economic Review*, **maggio/giugno**, 23-38
- KOUTSOYIANNIS, A. (1997), *Theory of econometrics: an introductory exposition of econometric methods*, II ed. MacMillan, Londra.
- KPMG (2000), Implementing ordinance on banks and savings banks, *KPMG Publications*, Berna.
- KUPIEC P. e O'BRIEN J. (1995a), A Pre-commitment approach to capital requirement for market risk, *FRBNY Reserach Paper*, New York, **95, 36**.
- KUPIEC P. e O'BRIEN J. (1995b), Recente developments in bank capital regulation of market risks, *FRBNY Reserach Paper*, New York, **95, 51**.
- LI D. X. (1999), Value at risk based on the volatility, skewness and kurtosis, *mimeo*, Riskmetrics Group, New York.
- LONGIN F. M. (2000), From value at risk to stress testing: the extreme value approach, *Journal of Banking and Finance*, **24**, 1097-1130.
- LOPEZ J. A. (1998), Methods for evaluating Value-at-Risk estimates, *Federal Bank of New York Economic Policy Review*, **ottobre**, 119-124.
- LUCAS A. (1998), Testing backtesting: an evaluation of the Basle guidelines for backtesting internal risk management models of banks, *Vrije Universiteit Amsterdam Research Memoranda*, **1**.
- MARKOWITZ H. (1952), Portfolio selection, *Journal of Finance*, **marzo**, 77-91.
- MATTEN C. (2000), *Managing bank capital: capital allocation and performance measurement*, John Wiley and Sons, Chichester.
- MCNEIL A. J. (1999), Extreme value theory for risk managers, *mimeo*, ETH Zentrum, Zurigo.
- MEEGAN C. (1995), Market risk management: the concept of value-at-risk, *Central Bank of Ireland Technical Paper*, **3/RT/95**, Dublino.
- NADOTTI L. (1995), *Il bilancio delle banche*, Il Mulino, Bologna.
- OESTERREICHISCHE NATIONALBANK (1999a), *Guidelines on Market Risk. Volume 5. Stress Testing*, Oesterreichische Nationalbank, Vienna.
- OESTERREICHISCHE NATIONALBANK (1999b), *Guidelines on Market Risk. Volume 3. Evaluation of Value at Risk-Models*, Oesterreichische Nationalbank, Vienna.
- RIME B. (2001), Capital requirements and bank behaviour: empirical evidence for Switzerland, *Journal of Banking and Finance*, **25**, 789-805.
- SCARDOVI C. (1997), Il risk management strategico per la massimizzazione del valore economico della banca, *Banche e Banchieri*, **3**.
- SAITA F. (1996), I profili organizzativi del metodo del capitale a rischio, *Università Bocconi Working Paper*, Milano, **22**.

- SAITA F. (1999), Allocation of risk capital in financial institutions, *Financial Management*, **28, 3**, 95-111.
- SAITA F. (2000), *Il risk management in banca*, EGEA, Milano.
- SANTOMERO A. M. (1995), Commercial bank risk management: an analysis of the process, *The Wharton Financial Institution Center Working Paper*, Wharton, **95-11-C**.
- SHARPE W. F. (1964), Capital asset prices: a theory of market equilibrium under conditions of risk, *Journal of Finance*, **19**, 425-442.
- SHARPE W. F. (1994), The Sharpe ratio, *Journal of Portfolio Management*, **21, 1**, 49-58.
- SIRONI, A. (1996), *Gestione del rischio e allocazione del capitale nelle banche*, Egea, Milano.
- VITALI, O. (1993), *Statistica per le scienze applicate. Volume secondo*, Cacucci Editore, Bari.
- WILSON, T. C. (1994), Debunking the myths, *Risk*, **aprile**, 67-72.
- WILSON, T. C. (1994b), Plugging the gap, *Risk*, **ottobre**, 74-80.
- ZANGARI, P. (1996a), A value-at-risk analysis of currency exposures, *RiskMetrics Monitor*, 2° trimestre, 26-33.
- ZANGARI, P. (1996b), When is non-normality a problem? The case of 15 time series of emerging markets, *RiskMetrics Monitor*, 4° trimestre, 20-32.

Collana ALEA Tech Reports

- Nr. 1 F. Sguera, *Valutazione e copertura delle opzioni binarie e a barriera*, Marzo 1999.
- Nr. 2 A. Beber, *Introduzione all'analisi tecnica*, Marzo 1999.
- Nr. 3 A. Beber, *Il dibattito su dignità ed efficacia dell'analisi tecnica nell'economia finanziaria*, Marzo 1999.
- Nr. 4 L. Erzegovesi, *Capire la volatilità con il modello binomiale*, Luglio 1999.
- Nr. 5 G. Degasperì, *La dinamica delle crisi finanziarie: i modelli di Minsky e Kindleberger*, Agosto 1999
- Nr. 6 L. Erzegovesi, *Rischio e incertezza in finanza: classificazione e logiche di gestione*, Settembre 1999
- Nr. 7 G. Degasperì, L. Erzegovesi, *I mercati finanziari come sistemi complessi: il modello di Vaga*, Settembre 1999.
- Nr. 8 A. Beber e L. Erzegovesi, *Distribuzioni di probabilità implicite nei prezzi delle opzioni*, Dicembre 1999.
- Nr. 9 Marco Filagrana, *Le obbligazioni strutturate nel mercato italiano: principali tipologie e problematiche di valutazione e di rischio*, Marzo 2000.
- Nr. 10 Alessandro Beber, *Determinants of the implied volatility function on the Italian Stock Market*, Marzo 2001.
- Nr. 11 Flavio Bazzana, *I modelli interni per la valutazione del rischio di mercato secondo l'approccio del Value at Risk*, Giugno 2001.

I Tech Reports possono essere scaricati gratuitamente dal sito di ALEA:
<http://www.aleaweb.org>. Dalla Home Page seguire il collegamento Tech Reports.