



## UN APPROCCIO TERMODINAMICO UNIFICATO PER DESCRIVERE LA RISPOSTA MACROSCOPICA DEI SISTEMI GEOTECNICI

Davide Noè Gorini  
*Sapienza Università di Roma*  
*davideno.gorini@uniroma1.it*

### Sommario

L'approccio con macroelementi è stato ampiamente sviluppato per fondazioni superficiali e di recente per fondazioni mono-palo e gruppi di pali. I macroelementi esistenti sono ottenuti attraverso una varietà di approcci formali, trascurano spesso la dipendenza dalla frequenza della risposta, e sono raramente disponibili in codici di calcolo di uso comune, limitando fortemente l'applicabilità del metodo. Si propone pertanto una formulazione unificata, denominata TIMg, in grado di cogliere la risposta non-lineare e dipendente dalla frequenza di fondazioni superficiali, su pali, a pozzo, mono-palo, e spalle dei ponti. A tal fine, si è messo a punto un modello analitico generalizzato per la capacità ultima dei sistemi geotecnici che considera il completo scambio di forze e momenti con la struttura in elevazione. La risposta incrementale del TIMg è derivata mediante un formalismo termodinamicamente corretto, identificato sulla base della rigidità iniziale e della capacità ultima del sistema geotecnico. L'approccio TIMg è implementato in OpenSees per valutazioni estensive di ponti ed edifici in condizioni statiche e dinamiche.

### 1. La risposta macro dei sistemi geotecnici nell'analisi delle opere

L'analisi dinamica non lineare sta divenendo un riferimento per la valutazione delle opere di ingegneria civile. A tal proposito, un efficiente equilibrio tra accuratezza e onere di calcolo può essere raggiunto simulando gli effetti di interazione terreno-struttura mediante l'approccio con macroelementi (Roscoe and Schofield, 1956). In quest'ottica, la risposta del sistema terreno-fondazione è descritta da una relazione, detta macroelemento, tra le forze scambiate al contatto fondazione-struttura e i corrispondenti spostamenti. Numerosi contributi sono stati proposti per descrivere la risposta multi-assiale, senza dipendenza dalla frequenza, di fondazioni superficiali (ad esempio, Nova and Montrasio, 1991; Cremer et al., 2001; Salciarini and Tamagnini, 2009; Chatzigogos et al., 2011) e alcuni per le fondazioni mono-palo (Page et al, 2018) e per gruppi di pali (Gorini e Callisto, 2023; Iodice et al., 2024).

Solo negli ultimi anni l'approccio con macroelementi è stato esteso alle condizioni dinamiche. Gorini et al. (2022), Gorini et al. (2023), Gorini e Callisto (2023) hanno proposto una classe di Macroelementi Inerziali Termodinamici (TIM) che riproduce la risposta non-lineare & dipendente dalla frequenza di diversi sistemi terreno-fondazione, includendo anche spalle dei ponti con fondazioni superficiali, e gruppi di pali.

### 2. Dall'approccio TIM al TIMg

Nel presente studio, l'approccio TIM viene rinnovato mediante una formulazione unificata, denominata TIMg, che presenta i seguenti elementi di novità: i) un modello generalizzato per la capacità ultima multi-assiale dei sistemi geotecnici, estensione della formulazione ii) a una classe più ampia di sistemi e iii) alla completa trasmissione di forze e momenti con la struttura in elevazione. La formulazione unificata è implementata sulla piattaforma *open-source* OpenSees (McKenna et al., 2010).

Il TIMg descrive, mediante un'unica relazione costitutiva, la risposta multi-assiale non-lineare e

inerziale dei sistemi in Figura 1, ovvero: (a) fondazioni superficiali, (b) fondazioni su pali (considerando l'interazione della platea con il terreno), fondazioni (c) mono-palo e a pozzo, spalle dei ponti (e) semi-integrali e (f) integrali, con fondazioni superficiali o profonde.

La risposta incrementale dei TIM deriva dalle funzioni energia libera e dissipazione. In particolare, i TIM presentano la stessa funzione energia mentre la risposta dissipativa si specializza a seconda del sistema geotecnico considerato. Le principali assunzioni sono la validità del principio di ortogonalità (Ziegler, 1977), la decomposizione additiva degli spostamenti in componente elastica e plastica, e l'associatività del flusso plastico. Sotto le stesse ipotesi, il TIMg fornisce una risposta dissipativa unificata attraverso un'espressione generalizzata per la Superficie Ultima, intesa come le combinazioni dei carichi trasmessi dalla struttura che attivano meccanismi plastici globali del sistema geotecnico.

Il TIMg consiste in una relazione costitutiva tra le forze generalizzate,  $Q_i$ , (tre forze e tre momenti) scambiate al contatto fondazione-struttura e i corrispondenti spostamenti e rotazioni,  $q_i$  (Fig. 1), tale che:

$$Q_i = H_{ij} \cdot q_j \quad i, j = 1, 2, 3, R1, R2, R3 \quad (1)$$

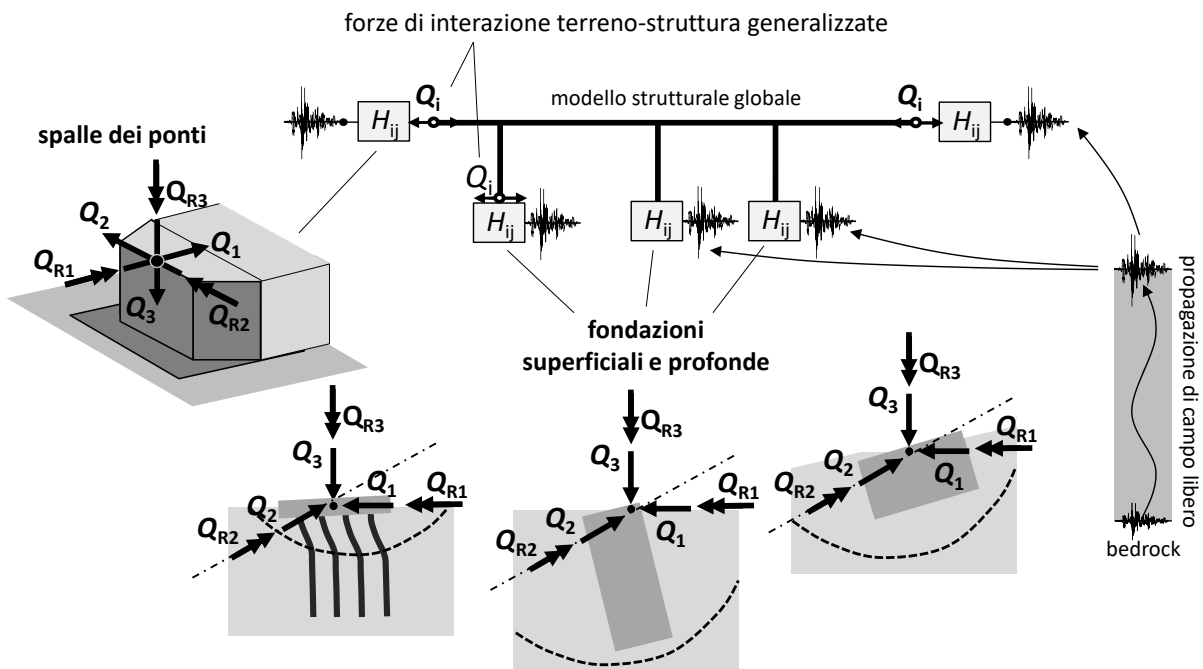


Figura 1: Sistemi geotecnici descritti dal TIMg e utilizzo di quest'ultimo nell'analisi dinamica di ponti ed edifici.

Il grado di libertà globale R3 è incorporato nella formulazione in quanto può svolgere un ruolo significativo nel caso di spalle di ponti obliqui, fondazioni di ponti con elevato rapporto tra la luce delle campate e l'altezza delle pile, platee di fondazione di edifici snelli. La legge costitutiva è sviluppata nell'ambito della plasticità multi-superficie con indurimento cinematico, derivandola attraverso il formalismo termodinamico utilizzato nell'approccio TIM. Il dominio plastico è costituito da  $N$  superfici di plasticizzazione omotetiche, all'interno delle quali si sviluppa la risposta incrudente. Quest'ultima si attiva in corrispondenza della superficie di prima plasticizzazione ( $n=1$ ) ed è delimitata dalla Superficie Ultima ( $n=N$ ). I parametri costitutivi del TIMg sono la risposta a piccoli livelli di deformazione e la Superficie Ultima. Nel seguito, si limita la trattazione a quest'ultimo ingrediente, tramite cui si è ottenuto il macroelemento unificato. Si rimanda invece a Gorini (2024) per la completa derivazione della risposta incrementale.

L'utilizzo del TIMg nell'analisi dinamica non-lineare di ponti ed edifici segue la procedura in Figura 1: il moto sismico multi-componente di campo libero rappresenta l'input per il macroelemento, quest'ultimo collegato ai nodi di contatto fondazione-struttura nel modello globale.

### 3. Un involuppo di resistenza unificato per sistemi geotecnici

La Superficie Ultima definisce la dimensione del dominio plastico del TIMg e conferisce la forma alla superfici di plasticizzazione interne. Si è sviluppato un modello analitico di Superficie Ultima in grado di descrivere i carichi di collasso per le Categorie a-f (Paragrafo 2) considerando la completa trasmissione di forze e momenti dalla struttura in elevazione.

La Superficie Ultima generalizza il modello proposto da Gorini e Callisto (2022) per gruppi di pali. Quest'ultima rappresenta un iper-uovo con generatrici super-ellittiche con comportamento dissimmetrico solo in direzione verticale, trascurando il contributo del momento  $Q_{R3}$ . Quest'ultimo è incorporato nella Superficie proposta generalizzando la dipendenza super-ellittica dei carichi limite dai momenti esterni; inoltre, la Superficie generalizzata può subire una roto-traslazione multi-assiale, necessaria per cogliere dissimmetrie più complesse del comportamento a rottura. Una descrizione di dettaglio degli sviluppi analitici è riportata in Gorini (2024).

L'equazione cartesiana della Superficie Ultima generalizzata può essere scritta nella seguente forma:

$$y_{\square}^{(N)} = \hat{y}_1^{(N)} \cdot \hat{y}_2^{(N)} - r_{\square}^{(N)2} \cdot \hat{f}_{R3}^{(N)2} \cdot \left( 1 - \frac{\hat{y}_3^{(N)}}{f_{q3}^{(N)2} \cdot r_{\square}^{(N)2}} \right) \cdot (1 + \hat{y}_{41}^{(N)} \cdot \hat{y}_{42}^{(N)} - \hat{y}_{42}^{(N)}) = 0 \quad (2)$$

in cui le funzioni composte  $\hat{y}_i^{(N)}$  sono così definite:

$$\hat{y}_1^{(N)} = \frac{[\cos(\delta_{31}) \cdot \cos(\delta_{1R2}) \cdot (Q_1 - t_1) - \sin(\delta_{31}) \cdot (Q_3 - t_3) - \sin(\delta_{1R2}) \cdot (Q_{R2} - t_{R2})]^2}{a_1^{(N)2}} + \frac{[\sin(\delta_{1R2}) \cdot (Q_1 - t_1) - \sin(\delta_{3R2}) \cdot (Q_3 - t_3) + \cos(\delta_{3R2}) \cdot \cos(\delta_{1R2}) \cdot (Q_{R2} - t_{R2})]^2}{a_{R2}^{(N)2}} \quad (3)$$

$$\hat{y}_2^{(N)} = \left\{ b_{\square}^{(N)} - r_{\square}^{(N)} \cdot \left[ \frac{\sin(\delta_{31}) \cdot Q_1 + \cos(\delta_{31}) \cdot \cos(\delta_{3R2}) \cdot Q_3 + \sin(\delta_{3R2}) \cdot Q_{R2}}{\hat{f}_{R3}^{(N)} \cdot f_{q3}^{(N)} \cdot \hat{f}_{FR2}^{(N)} \cdot r_{\square}^{(N)}} - \frac{Q_{30}^{(N)} + b_{\square}^{(N)} \cdot f_{q3}^{(N)}}{f_{q3}^{(N)} \cdot r_{\square}^{(N)}} \right] \right\}^2 \quad (4)$$

$$\hat{y}_3^{(N)} = \left[ \frac{\sin(\delta_{31}) \cdot Q_1 + \cos(\delta_{31}) \cdot \cos(\delta_{3R2}) \cdot Q_3 + \sin(\delta_{3R2}) \cdot Q_{R2}}{\hat{f}_{R3}^{(N)} \cdot \hat{f}_{FR2}^{(N)}} - \hat{Q}_{30}^{(N)} - b_{\square}^{(N)} \cdot f_{q3}^{(N)} \right]^2 \quad (5)$$

$$\hat{y}_{41}^{(N)} = \left\{ 1 + \left[ \frac{a_1^{(N)}}{a_2^{(N)}} \cdot \frac{\cos(\delta_{2R3}) \cdot \cos(\delta_{2R1}) \cdot Q_2 - \sin(\delta_{2R1}) \cdot Q_{R1} - \sin(\delta_{2R3}) \cdot Q_{R3}}{\cos(\delta_{31}) \cdot \cos(\delta_{1R2}) \cdot Q_1 - \sin(\delta_{31}) \cdot Q_3 - \sin(\delta_{1R2}) \cdot Q_{R2}} \right]^{-1} \cdot \left\{ 1 + \left[ \frac{a_1^{(N)}}{a_{R2}^{(N)}} \cdot \frac{\sin(\delta_{1R2}) \cdot Q_1 - \sin(\delta_{3R2}) \cdot Q_3 - \cos(\delta_{3R2}) \cdot \cos(\delta_{1R2}) \cdot Q_{R3}}{\cos(\delta_{31}) \cdot \cos(\delta_{1R2}) \cdot Q_1 - \sin(\delta_{31}) \cdot Q_3 - \sin(\delta_{1R2}) \cdot Q_{R2}} \right]^2 \right\}^{-1} \right\} \quad (6)$$

$$\hat{y}_{42}^{(N)} = \hat{f}_{FR2}^{(N)2} = \left\{ 1 + \left[ \frac{a_1^{(N)}}{a_{R1}^{(N)}} \cdot \frac{\sin(\delta_{2R1}) \cdot Q_2 + \cos(\delta_{2R1}) \cdot Q_{R1}}{\cos(\delta_{31}) \cdot \cos(\delta_{1R2}) \cdot Q_1 - \sin(\delta_{31}) \cdot Q_3 - \sin(\delta_{1R2}) \cdot Q_{R2}} \right] \cdot \left[ 1 + \left( \frac{a_1^{(N)}}{a_{R2}^{(N)}} \cdot \frac{\sin(\delta_{1R2}) \cdot Q_1 - \sin(\delta_{3R2}) \cdot Q_3 - \cos(\delta_{3R2}) \cdot \cos(\delta_{1R2}) \cdot Q_{R3}}{\cos(\delta_{31}) \cdot \cos(\delta_{1R2}) \cdot Q_1 - \sin(\delta_{31}) \cdot Q_3 - \sin(\delta_{1R2}) \cdot Q_{R2}} \right)^2 \right]^{-0.5} \right\}^{w_4} \cdot \frac{2}{w_4} \quad (7)$$

Nelle Equazioni 2-7, i parametri  $a_i^{(N)}$  controllano la dimensione della Superficie Ultima nelle direzioni coordinate ( $i=1,2,R1,R2,R3$ ), mentre  $Q_{30}^{(N)}$  e  $f_{q3}^{(N)}$  ne definiscono l'ampiezza lungo l'asse  $Q_3$ . Il rapporto  $r^{(N)}/b^{(N)}$  identifica la forma del luogo ultimo nello spazio  $Q_1-Q_2-Q_3$ : al decrescere di  $r^{(N)}/b^{(N)}$  la Superficie Ultima perde la forma ovoidale degenerando in un'ellisse per  $r^{(N)}/b^{(N)} < 0.05$ . Il generico angolo  $\theta_{ij}$  identifica la direzione di carico, essendo pari a  $\arctg(Q_j/Q_i)$ . I termini  $t_i$  sono le traslazioni della Superficie nella direzione  $i$ , mentre  $\delta_{ij}$  producono una rotazione dell'iper-uovo generalizzato nel piano  $Q_i-Q_j$ . Infine,  $w_i$  sono gli esponenti delle relazioni super-ellittiche che controllano la modalità con cui la

capacità ultima del sistema si riduce al crescere dei momenti esterni  $Q_{Ri}$ . I parametri della Superficie Ultima generalizzata si possono identificare mediante la procedura proposta da Gorini (2024).

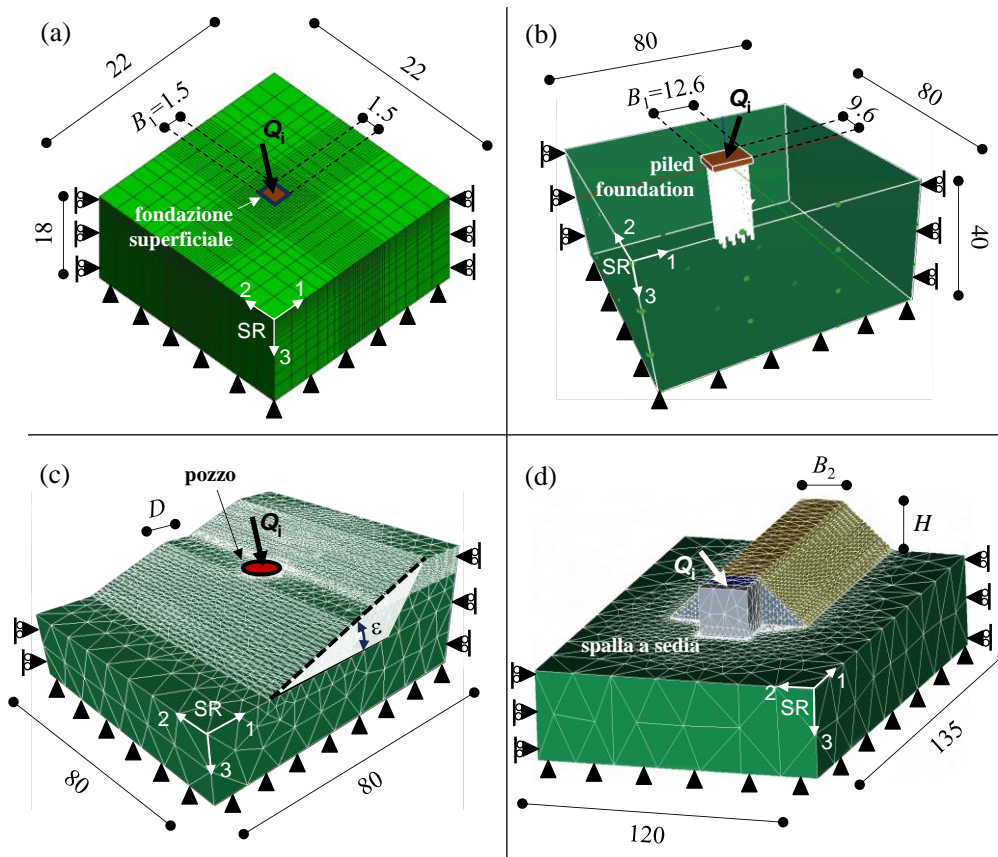


Figura 2: Modelli numerici riferimento per il caso di a) fondazione superficiale (Lombardi et al., 2024), b) fondazione su pali, c) fondazione a pozzo su pendio e d) spalla di ponte (SR = sistema di riferimento).

#### 4. Validazione

Si mostra la capacità della Superficie Ultima generalizzata di adattarsi ai sistemi geotecnici in Figura 2, ovvero: fondazione superficiale e su pali con platea a contatto con il terreno (Casi 1 e 2), fondazione a pozzo con piano di campagna inclinato (Caso 3) e una spalla con fondazione profonda (Caso 4). Una descrizione completa dei casi considerati è riportata in Gorini (2024).

I risultati sono rappresentati in forma adimensionale, normalizzando le forze e i momenti rispetto a  $Q_3^{(+)}$  e  $LQ_3^{(+)}$  ( $Q_3^{(+)} = 0.4, 226.5, 4521.1, 209.1$  MN carico limite verticale centrato a compressione rispettivamente per i Casi 1, 2, 3, 4). In particolare,  $L$  è pari alla lunghezza massima della piastra di fondazione,  $B_1 = 1.5$  e  $12.6$  m, per i Casi 1 e 2, al diametro della fondazione,  $D = 5$  m, per il Caso 3, e all'altezza,  $H = 8.5$  m, del muro centrale per il Caso 4.

Il confronto tra i carichi ultimi ottenuti con i modelli numerici e quelli predetti dal modello analitico di Superficie Ultima è mostrato in Figura 3, limitatamente alle combinazioni tra il carico verticale  $Q_3$  e orizzontale  $Q_1$ , e considerando un momento esterno  $Q_{R2} = 0, 0.5Q_{R2}^{(max)}$  ( $Q_{R2}^{(max)}$  = massimo momento limite intorno l'asse 2). La Superficie Ultima riproduce bene il dominio ammissibile per tutti gli schemi considerati. La forma del luogo ultimo nel piano  $Q_1$ - $Q_3$  è distintamente ovoidale per la fondazione superficiale e su pali (Figure 3a,b), mentre diviene pressoché ellissoidica per la fondazione a pozzo e la spalla (Figure 3c,d). In tutti i casi il dominio ammissibile è decentrato lungo l'asse  $Q_3$ , in particolare nel caso della fondazione superficiale e profonda (in quest'ultimo caso principalmente per effetto del

contatto platea-terreno). Per la fondazione a pozzo su un pendio e per la spalla, anche la resistenza in direzione longitudinale è fortemente sensibile al verso dei carichi, con un netto aumento della capacità quando il carico risultante è diretto verso monte/il terrapieno. Per questi sistemi, inoltre, la Superficie Ultima è ruotata, come conseguenza dell'effetto favorevole o contrastante della combinazione dei carichi  $Q_1$ - $Q_3$  sull'attivazione di meccanismi plastici globali.

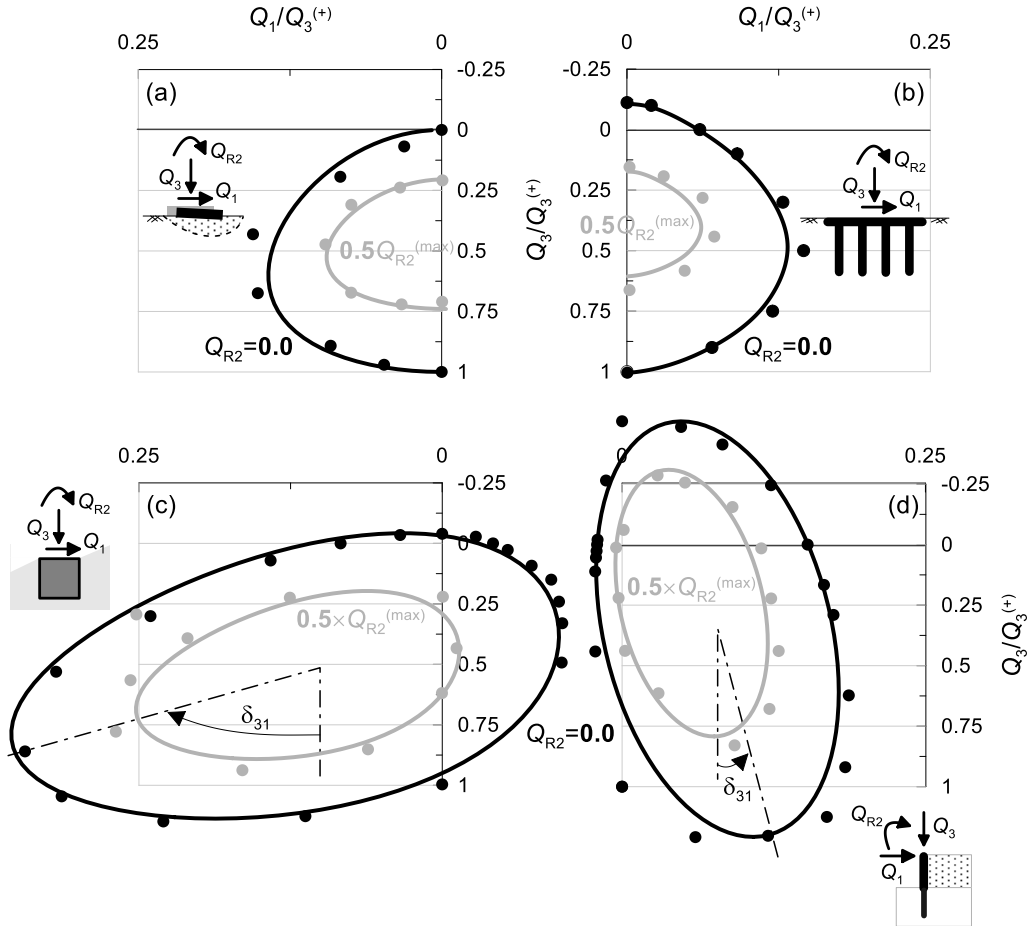


Figura 3: Risultati numerici (cerchi) vs Superficie Ultima generalizzata (linee continue): combinazioni di carico  $Q_1$ - $Q_3$ - $Q_{R2}$  che producono il collasso per gli schemi di a) fondazione superficiale, b) fondazione su pali con platea a contatto col terreno, c) fondazione a pozzo, d) spalla con fondazione su pali ( $Q_i > 0$  come da schemi di carico in figura).

La Figura 4 illustra infine l'effetto del momento  $Q_{R3}$  intorno all'asse verticale sul carico limite orizzontale della fondazione su pali e della spalla (Casi 2 e 4). Il carico limite orizzontale si riduce sempre all'aumentare di  $Q_{R3}$ , in quanto quest'ultimo contribuisce a mobilitare la resistenza flessionale dei pali di fondazione. Il carico ultimo combinato  $Q_1$ - $Q_{R3}$  segue una relazione ellittica nel caso della fondazione su pali e super-ellittica per la spalla. Questo effetto, trascurato dalle formulazioni esistenti, è invece ben colto dalla Superficie Ultima generalizzata.

## 5. Conclusioni

Si è proposto un modello analitico di valutazione dei sistemi geotecnici allo Stato Limite Ultimo. Come diretta conseguenza, si è derivata una risposta unificata del Macroelemento Termodinamico Inerziale, considerando la totalità delle azioni trasmesse dalla struttura in elevazione.

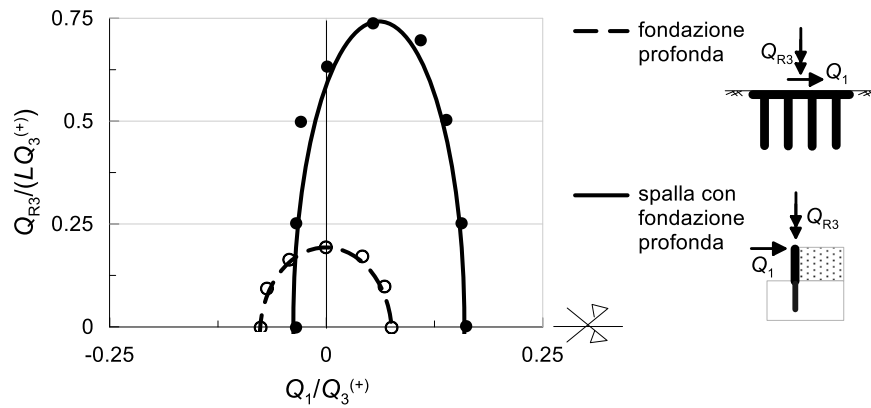


Figura 4: Risultati numerici (cerchi) vs Superficie Ultima generalizzata (linee): effetto del momento esterno intorno all'asse verticale sul carico limite orizzontale degli schemi di a) fondazione su pali con platea a contatto col terreno e b) spalla con fondazione su pali ( $Q_i > 0$  come da schemi di carico in figura).

La Superficie Ultima proposta riesce a prevedere i carichi limite generalizzati per sistemi geotecnici ricorrenti nella progettazione. L'inclusione della Superficie nel formalismo termodinamico del TIMg e la disponibilità di quest'ultimo nell'ambiente *open-source* OpenSees facilitano la considerazione esplicita dei caratteri dominanti dell'interazione terreno-struttura nell'analisi estensiva delle opere, quali la marcata non-linearità, la dipendenza dalla frequenza e il carattere direzionale della risposta.

## Bibliografia

- Chatzigogos, C. T., Figini, R., Pecker, A., & Salencon, J. (2011). A macroelement formulation for shallow foundations on cohesive and frictional soils. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, 35 (8), 902-931.
- Cremer, C., Pecker, A., & Davenne, L. (2001). Cyclic macro-element for soil-structure interaction: material and geometrical non-linearities. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, 25 (13), 1257-1284.
- Gorini, D. N.. A unified thermodynamic-based macroelement approach. Inviato a *Acta Geotechnica* (2024).
- Gorini, D. N., Callisto, L., Whittle A. J., & Sessa, S. (2023). A multiaxial inertial macroelement for bridge abutments. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 47(5), 793-816.
- Gorini, D. N., & Callisto, L. (2023). A multiaxial inertial macroelement for deep foundations. *Computers and Geotechnics*, 155, 105222, doi: <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2022.105222>.
- Gorini, D. N., & Callisto, L. (2022). A class of thermodynamic inertial macroelements for soil-structure interaction. In *Springer Series in Geotechnical, Geological and Earthquake Engineering*, 1095-1102, doi: 10.1007/978-3-031-11898-2\_87.
- Iodice, C., Iovino, M., Di Laora, R., de Sanctis, L., & Mandolini, A. (2024). A strain-hardening macro-element model for pile groups under vertical–horizontal-moment loading. *Acta Geotechnica*, <https://doi.org/10.1007/s11440-023-02174-y>.
- Lombardi, G., Gorini, D. N., & Callisto, L. (2024). On the dynamic response of shallow foundations in saturated soils. *Proceedings of the 8th International Conference on Earthquake Geotechnical Engineering – 8ICEGE*, 7-10 May 2024, Osaka, Japan.
- Nova, R., & Montrasio, L. (1991). Settlements of shallow foundations on sand. *Geotechnique*, 41(2), 243-256.
- Page, A. M., Grimstad, G., Eiksund, G. R., & Jostad, H. P. (2018). A macro-element model for multidirectional cyclic lateral loading of monopiles in clay. *Comput Geotech*, 106, 314-326.
- Roscoe, K. H., & Schofield, A.N. (1956). The stability of short pier foundations on sand. *Br. Weld. J.*, 343-354.
- Salciarini, D., & Tamagnini, C. (2009). A hypoplastic macroelement model for shallow foundations under monotonic and cyclic loads. *Acta Geotech.*, 4 (3), 163-176.
- Ziegler, H. (1977). *An introduction to thermomechanics*. North Holland, Amsterdam.