



UNIVERSITY  
OF TRENTO

---

**DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA E SCIENZA DELL'INFORMAZIONE**

---

38123 Povo – Trento (Italy), Via Sommarive 14  
<http://www.disi.unitn.it>

MAXIMUM EFFICIENCY ARRAYS FOR WPT

L. Poli, G. Oliveri, and A. Massa

June 2013

Technical Report # DISI-13-011



# TEST CASE 1

**GOAL:** CALCOLO DEI PESI OTTIMI DI UN ARRAY PLANARE AD APERTURA QUADRATA PER LA SINTESI DI UN PATTERN CON MASSIMA 'BEAM EFFICIENCY' DATO L'INTERVALLO ANGOLARE DI DEFINIZIONE DEL LOBO PRINCIPALE

- Numero Elementi Asse X: 10
- Numero Elementi Asse Y: 10
- Numero Totale Elementi: 100
- Numero Totale Elementi Attivi: 100

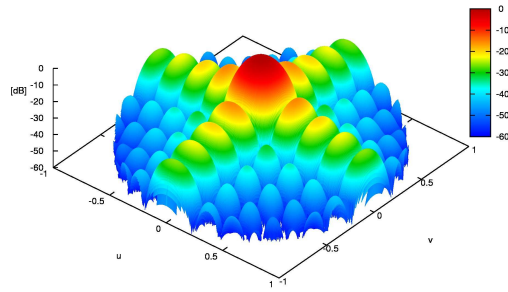
## Descrizione Test Case

### Geometria:

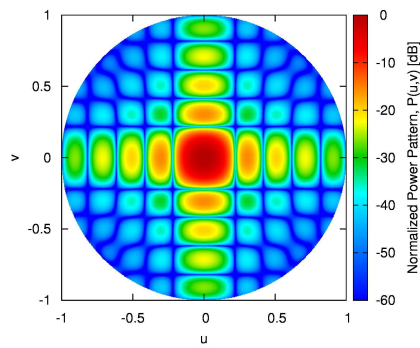
- Tipo Apertura: Quadrata
- Distanza Elementi Asse X: 0.5
- Distanza Elementi Asse Y: 0.5
- Intervallo Angolare U: 0.1
- Intervallo Angolare V: 0.1

# RESULTS

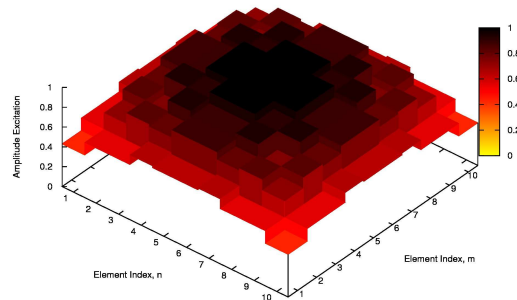
- BCE: 61,73%
- PSL: 14.64 dB
- FNBW  $u_0$ : 0.22045
- FNBW  $v_0$ : 0.22045



(a)



(b)



(c)

Figure 1(a)(b) Radiation Pattern - Planar Slepian Array (10x10).

Figure 1(c) Distribuzione pesi ottimi

**Observations:**

- Questa prima simulazione fornisce dei risultati abbastanza scarsi in quanto abbiamo ottenuto una Beam Collection Efficiency molto bassa e un valore di Peak Sidelobe Level abbastanza alto. Infatti anche dalle figure si può notare come la potenza non sia solamente concentrata nel lobo principale, ma si disperda parecchio anche nei lobi secondari. Dal grafico relativo alla distribuzione dei pesi si può notare come essi siano posizionati bene all'interno dell'array e i pesi con valore maggiore sono sistemati al centro per ottenere una maggior potenza in quella zona come confermato anche dai grafici relativi al pattern.

## TEST CASE 2

**GOAL:** CALCOLO DEI PESI OTTIMI DI UN ARRAY PLANARE AD APERTURA QUADRATA PER LA SINTESI DI UN PATTERN CON MASSIMA 'BEAM EFFICIENCY' DATO L'INTERVALLO ANGOLARE DI DEFINIZIONE DEL LOBO PRINCIPALE

- Numero Elementi Asse X: 10
- Numero Elementi Asse Y: 10
- Numero Totale Elementi: 100
- Numero Totale Elementi Attivi: 100

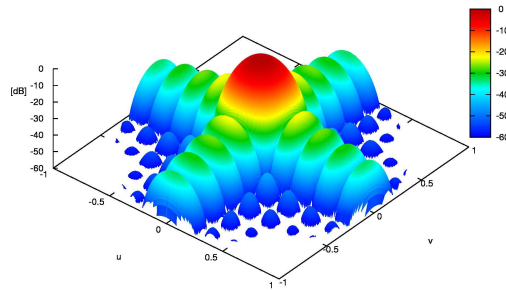
### Descrizione Test Case

#### Geometria:

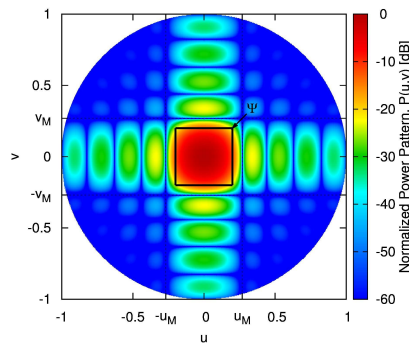
- Tipo Apertura: Quadrata
- Distanza Elementi Asse X: 0.5
- Distanza Elementi Asse Y: 0.5
- Intervallo Angolare U: 0.2
- Intervallo Angolare V: 0.2

# RESULTS

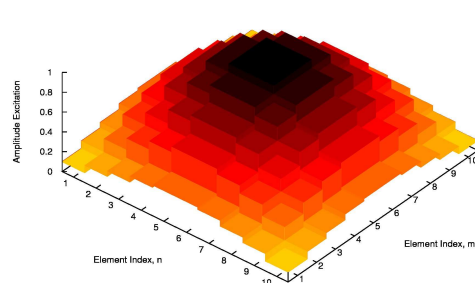
- BCE: 96,45%
- PSL: 10.75 dB
- FNBW  $u_0$ : 0.2695
- FNBW  $v_0$ : 0.2695



(a)



(b)



(c)

Figure 2 (a)(b) Radiation Pattern - Planar Slepian Array (10x10).

Figure 2(c) Distribuzione pesi ottimi

**Observations:**

- Andando a variare di poco l'intervallo anolare si può notare un deciso incremento delle prestazioni. La BCE supera abbondantemente il 90% e questo è un fattore più che positivo. Anche il livello dei lobi secondari diminuisce, anche se è ancora abbastanza elevato. I pesi sono distribuiti bene, si può notare come la concentrazione nella zona centrale sia meglio delimitato rispetto al caso precedente. Tutto questo ci permette di ottenere una BCE e un PSL decisamente migliori.



## TEST CASE 3

**GOAL:** CALCOLO DEI PESI OTTIMI DI UN ARRAY PLANARE AD APERTURA QUADRATA PER LA SINTESI DI UN PATTERN CON MASSIMA 'BEAM EFFICIENCY' DATO L'INTERVALLO ANGOLARE DI DEFINIZIONE DEL LOBO PRINCIPALE

- Numero Elementi Asse X: 10
- Numero Elementi Asse Y: 10
- Numero Totale Elementi: 100
- Numero Totale Elementi Attivi: 100

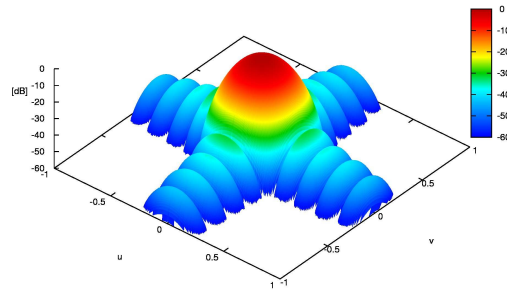
### Descrizione Test Case

#### Geometria:

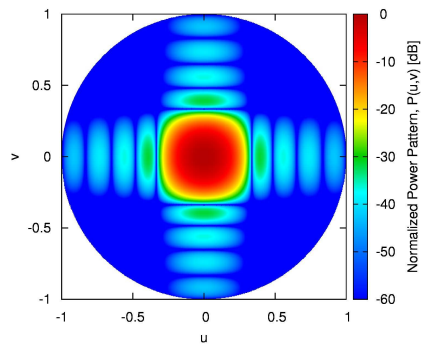
- Tipo Apertura: Quadrata
- Distanza Elementi Asse X: 0.5
- Distanza Elementi Asse Y: 0.5
- Intervallo Angolare U: 0.4
- Intervallo Angolare V: 0.4

## RESULTS

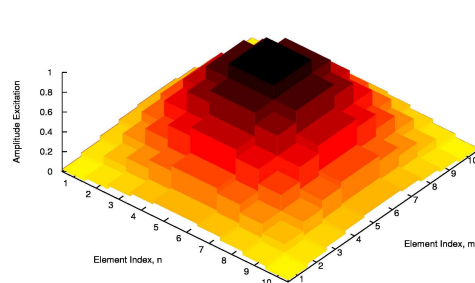
- BCE: 99,90%
- PSL: 8.14 dB
- FNBW  $u_0$ : 0.3359
- FNBW  $v_0$ : 0.3359



(a)



(b)



(c)

Figure 3(a)(b) Radiation Pattern - Planar Slepian Array (10x10).

Figure 3(c) Distribuzione pesi ottimi

**Observations:**

- Avendo raddoppiato l'intervallo angolare rispetto al caso precedente ci si aspettava un netto incremento delle prestazioni, soprattutto in termini di PSL in quanto la Beam Collection Efficiency era già decisamente molto elevata. Infatti, si può notare come il livello dei lobi secondari sia ulteriormente diminuito, e la BCE ha raggiunto pressochè il massimo. Come nei casi precedenti il valore dei FNBW sono identici. Distribuzione dei pesi molto buona.

## TEST CASE 4

**GOAL:** CALCOLO DEI PESI OTTIMI DI UN ARRAY PLANARE AD APERTURA QUADRATA PER LA SINTESI DI UN PATTERN CON MASSIMA 'BEAM EFFICIENCY' DATO L'INTERVALLO ANGOLARE DI DEFINIZIONE DEL LOBO PRINCIPALE

- Numero Elementi Asse X: 15
- Numero Elementi Asse Y: 15
- Numero Totale Elementi: 225
- Numero Totale Elementi Attivi: 225

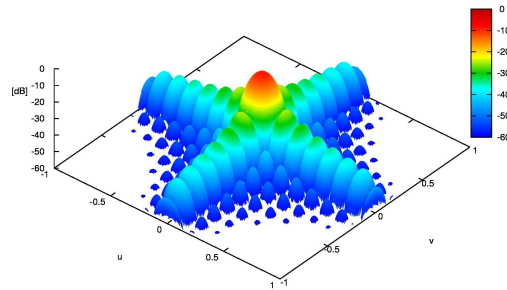
### Descrizione Test Case

#### Geometria:

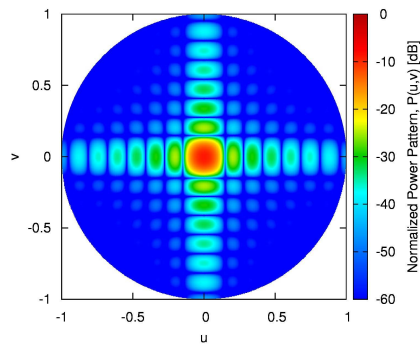
- Tipo Apertura: Quadrata
- Distanza Elementi Asse X: 0.5
- Distanza Elementi Asse Y: 0.5
- Intervallo Angolare U: 0.0.75
- Intervallo Angolare V: 0.0.75

# RESULTS

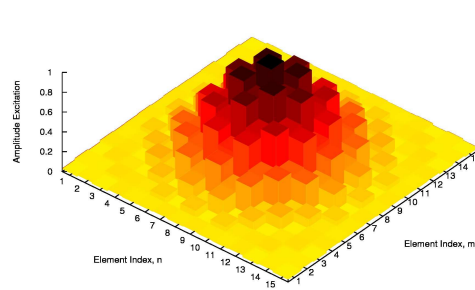
- BCE: 68,85%
- PSL: 23.00 dB
- FNBW  $u_0$ : 0.1494
- FNBW  $v_0$ : 0.1494



(a)



(b)



(c)

Figure 4(a)(b) Radiation Pattern - Planar Slepian Array (15x15).

Figure 4(c) Distribuzione pesi ottimi

**Observations:**

- In questa simulazione sono stati scelti molti più elementi (più del doppio) ed è stato ristretto l'intervallo angolare rispetto ai casi precedenti. I risultati ottenuti da un punto di vista confermano le aspettative, cioè avere un lobo principale di forma più ristretta con una BCE non elevatissima, da un altro punto di vista però, abbiamo ottenuto dei risultati quasi inaspettati, infatti il livello dei lobi secondari è decisamente più elevato rispetto a qualsiasi altra simulazione. In questo test case il grafico relativo alla distribuzione dei pesi mette in luce una distribuzione non molto buona, questo è confermato anche dai risultati numerici ricavati.

## TEST CASE 5

**GOAL:** CALCOLO DEI PESI OTTIMI DI UN ARRAY PLANARE AD APERTURA QUADRATA PER LA SINTESI DI UN PATTERN CON MASSIMA 'BEAM EFFICIENCY' DATO L'INTERVALLO ANGOLARE DI DEFINIZIONE DEL LOBO PRINCIPALE

- Numero Elementi Asse X: 15
- Numero Elementi Asse Y: 15
- Numero Totale Elementi: 225
- Numero Totale Elementi Attivi: 225

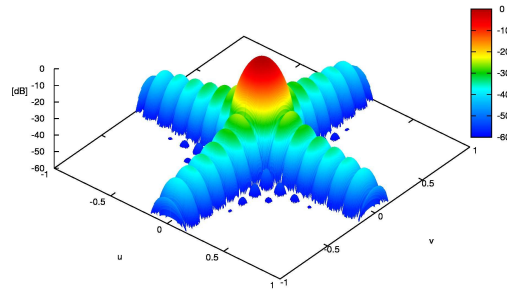
### Descrizione Test Case

#### Geometria:

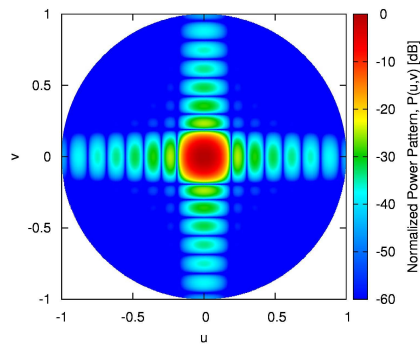
- Tipo Apertura: Quadrata
- Distanza Elementi Asse X: 0.5
- Distanza Elementi Asse Y: 0.5
- Intervallo Angolare U: 0.15
- Intervallo Angolare V: 0.15

# RESULTS

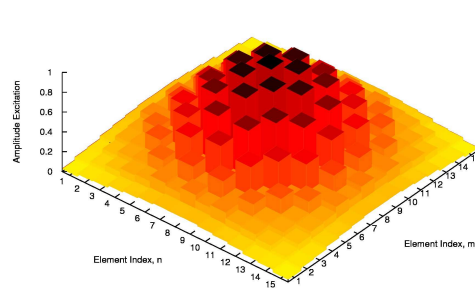
- BCE: 98.10%
- PSL: 9.88 dB
- FNBW  $u_0$ : 0.1911
- FNBW  $v_0$ : 0.1911



(a)



(b)



(c)

Figure 5(a)(b) Radiation Pattern - Planar Slepian Array (15x15).

Figure 5(c) Distribuzione pesi ottimi



**Observations:**

- Questo "case test" ha fornito un'interessante incremento delle prestazioni in quanto la BCE è aumentata di 20 dB e il livello dei lobi secondari è quasi la metà rispetto alla simulazione precedente con lo stesso numero di elementi ma con un intervallo angolare superiore. Anche in questa prova il valore dei FNBW è uguale. La distribuzione dei pesi è sicuramente migliorata rispetto all'ultima simulazione, in quanto si può notare come la zona centrale del grafico sia delimitata abbastanza bene e procedendo verso i lati dell'array i pesi abbiano valori via via minori.

## TEST CASE 6

**GOAL:** CALCOLO DEI PESI OTTIMI DI UN ARRAY PLANARE AD APERTURA QUADRATA PER LA SINTESI DI UN PATTERN CON MASSIMA 'BEAM EFFICIENCY' DATO L'INTERVALLO ANGOLARE DI DEFINIZIONE DEL LOBO PRINCIPALE

- Numero Elementi Asse X: 15
- Numero Elementi Asse Y: 15
- Numero Totale Elementi: 225
- Numero Totale Elementi Attivi: 225

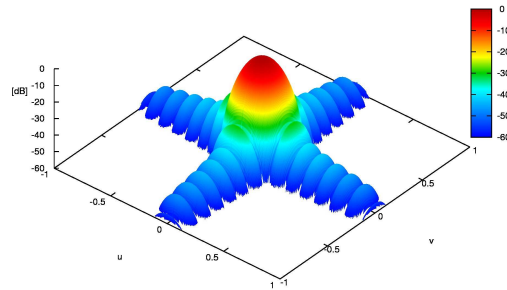
### Descrizione Test Case

#### Geometria:

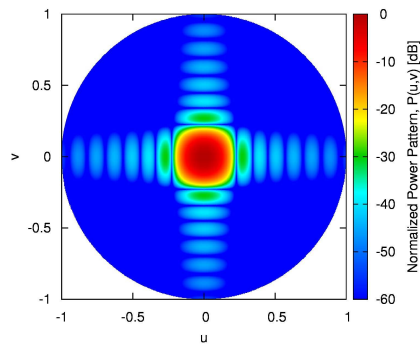
- Tipo Apertura: Quadrata
- Distanza Elementi Asse X: 0.5
- Distanza Elementi Asse Y: 0.5
- Intervallo Angolare U: 0.3
- Intervallo Angolare V: 0.3

## RESULTS

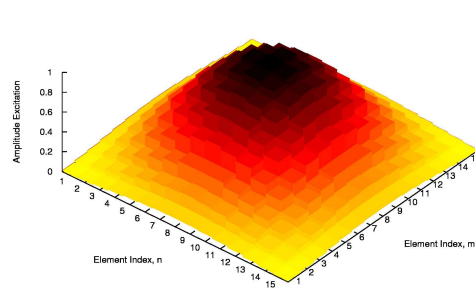
- BCE: 99.94%
- PSL: 7.75 dB
- FNBW  $u_0$ : 0.2275
- FNBW  $v_0$ : 0.2275



(a)



(b)



(c)

Figure 6(a)(b) Radiation Pattern - Planar Slepian Array (15x15).

Figure 6(c) Distribuzione pesi ottimi

**Observations:**

- L'ultima prova con un array 15x15 ci consente di studiare dei risultati molto buoni. La BCE è molto prossima al 100% e il livello dei lobi secondari si è ulteriormente ridotto. Anche confrontando le immagini si può facilmente osservare come i lobi secondari siano decisamente diminuiti e la loro intensità sia molto inferiore. Osservando la distribuzione dei pesi si possono confermare tutti i risultati numerici ottenuti.

## TEST CASE 7

**GOAL:** CALCOLO DEI PESI OTTIMI DI UN ARRAY PLANARE AD APERTURA QUADRATA PER LA SINTESI DI UN PATTERN CON MASSIMA 'BEAM EFFICIENCY' DATO L'INTERVALLO ANGOLARE DI DEFINIZIONE DEL LOBO PRINCIPALE

- Numero Elementi Asse X: 20
- Numero Elementi Asse Y: 20
- Numero Totale Elementi: 400
- Numero Totale Elementi Attivi: 400

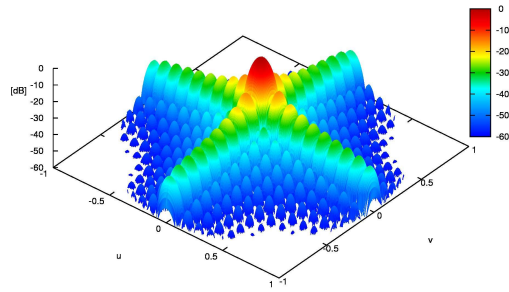
### Descrizione Test Case

#### Geometria:

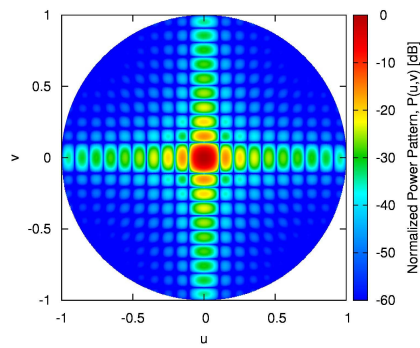
- Tipo Apertura: Quadrata
- Distanza Elementi Asse X: 0.5
- Distanza Elementi Asse Y: 0.5
- Intervallo Angolare U: 0.05
- Intervallo Angolare V: 0.05

## RESULTS

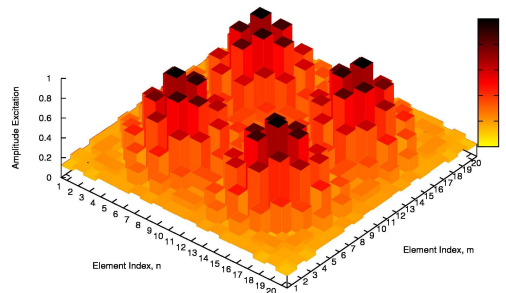
- BCE: 61,00%
- PSL: 14.95 dB
- FNBW  $u_0$ : 0.1093
- FNBW  $v_0$ : 0.1093



(a)



(b)



(c)

Figure 7(a)(b) Radiation Pattern - Planar Slepian Array (20x20).

Figure 7(c) Distribuzione pesi ottimi

**Observations:**

- Come nei casi precedenti dove l'intervallo angolare utilizzato era molto piccolo, anche in questo caso i risultati non sono molto buoni. La Beam Collection Efficiency è appena superiore al 60% e il livello dei lobi secondari si avvicina molto ai 15 dB. Questi risultati fanno intendere che questo tipo di geometria con queste determinate caratteristiche non sia molto adatta. Questa simulazione non ha fornito un grafico relativo alla distribuzione dei pesi accettabile. Ci si aspettava una distribuzione simile alle precedenti, cioè con una forma "a campana", invece i pesi sono distribuiti in maniera sparsa all'interno dell'array. I risultati come detto in precedenza non sono molto buoni, ma nonostante ciò le aspettative sulla forma del grafico dei pesi erano sicuramente diverse.

## TEST CASE 8

**GOAL:** CALCOLO DEI PESI OTTIMI DI UN ARRAY PLANARE AD APERTURA QUADRATA PER LA SINTESI DI UN PATTERN CON MASSIMA 'BEAM EFFICIENCY' DATO L'INTERVALLO ANGOLARE DI DEFINIZIONE DEL LOBO PRINCIPALE

- Numero Elementi Asse X: 20
- Numero Elementi Asse Y: 20
- Numero Totale Elementi: 400
- Numero Totale Elementi Attivi: 400

### Descrizione Test Case

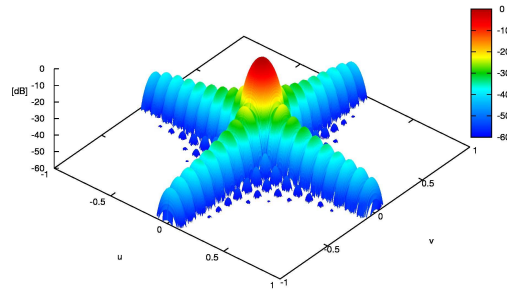
#### Geometria:

- Tipo Apertura: Quadrata
- Distanza Elementi Asse X: 0.5
- Distanza Elementi Asse Y: 0.5
- Intervallo Angolare U: 0.1
- Intervallo Angolare V: 0.1

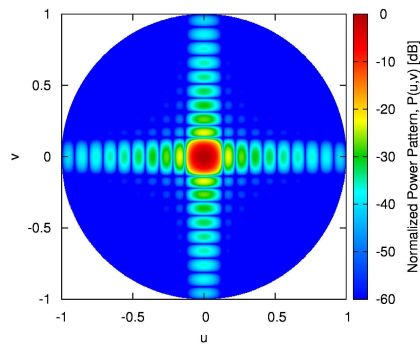


# RESULTS

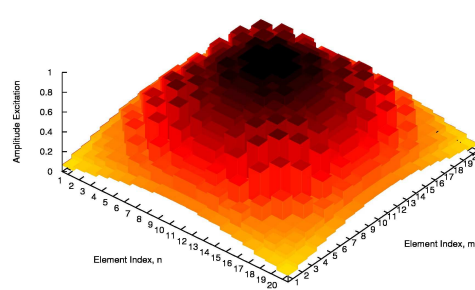
- BCE: 96.39%
- PSL: 10.77 dB
- FNBW  $u_0$ : 0.1350
- FNBW  $v_0$ : 0.1350



(a)



(b)



(c)

Figure 8(a)(b) Radiation Pattern - Planar Slepian Array (20x20).

Figure 8(c) Distribuzione pesi ottimi

**Observations:**

- Come previsto andando ad aumentare le dimensioni dell'intervallo angolare le prestazioni incrementano notevolmente. La BCE ha raggiunto livelli più che positivi e il livello di PSL è diminuito di quasi 4 dB. Anche osservando le rappresentazioni grafiche si può notare come la potenza "dispersa" nei lobi secondari si sia ridotta di molto. In questa simulazione il grafico dei pesi ci da informazioni accettabili. I pesi sono distribuiti bene e confermano i risultati relativi alla BCE e al PSL ottenuti.

## TEST CASE 9

**GOAL:** CALCOLO DEI PESI OTTIMI DI UN ARRAY PLANARE AD APERTURA QUADRATA PER LA SINTESI DI UN PATTERN CON MASSIMA 'BEAM EFFICIENCY' DATO L'INTERVALLO ANGOLARE DI DEFINIZIONE DEL LOBO PRINCIPALE

- Numero Elementi Asse X: 20
- Numero Elementi Asse Y: 20
- Numero Totale Elementi: 400
- Numero Totale Elementi Attivi: 400

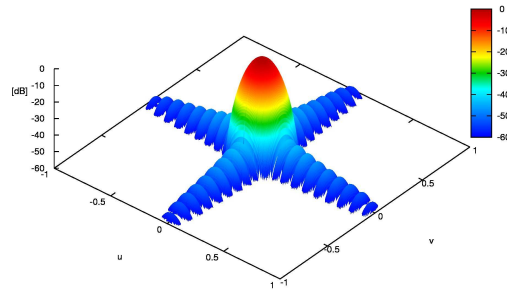
### Descrizione Test Case

#### Geometria:

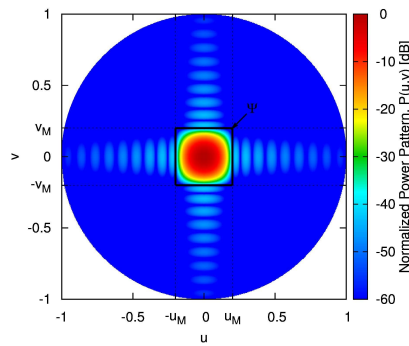
- Tipo Apertura: Quadrata
- Distanza Elementi Asse X: 0.5
- Distanza Elementi Asse Y: 0.5
- Intervallo Angolare U: 0.2
- Intervallo Angolare V: 0.2

# RESULTS

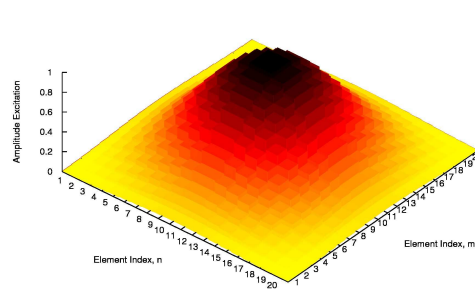
- BCE: 99.97%
- PSL: 6.80 dB
- FNBW  $u_0$ : 0.2006
- FNBW  $v_0$ : 0.2006



(a)



(b)



(c)

Figure 9(a)(b) Radiation Pattern - Planar Slepian Array (20x20).

Figure 9(c) Distribuzione pesi ottimi

**Observations:**

- Quest'ultima simulazione ci ha permesso di ottenere i risultati migliori, infatti il valore di BCE è elevatissimo e anche il valore di PSL è buono. Anche guardando direttamente le immagini prodotte dalle simulazioni si dedurre delle conclusioni molto positive. La potenza è quasi esclusivamente concentrata nel lobo principale, mentre il contributo dei lobi secondari è molto basso. Anche al distribuzione dei pesi ci permette di concludere che questa simulazione ha fornito i risultati migliori.

## TEST CASE 10

**GOAL:** CALCOLO DEI PESI OTTIMI DI UN ARRAY PLANARE AD APERTURA RETTANGOLARE PER LA SINTESI DI UN PATTERN CON MASSIMA 'BEAM EFFICIENCY' DATO L'INTERVALLO ANGOLARE DI DEFINIZIONE DEL LOBO PRINCIPALE

- Numero Elementi Asse X: 5
- Numero Elementi Asse Y: 10
- Numero Totale Elementi: 50
- Numero Totale Elementi Attivi: 50

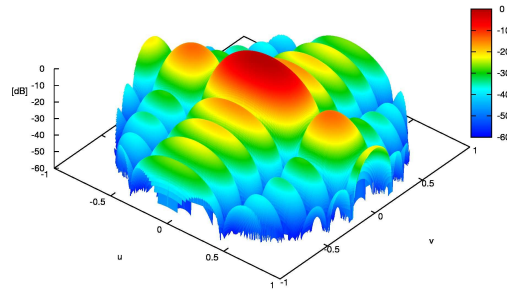
### Descrizione Test Case

#### Geometria:

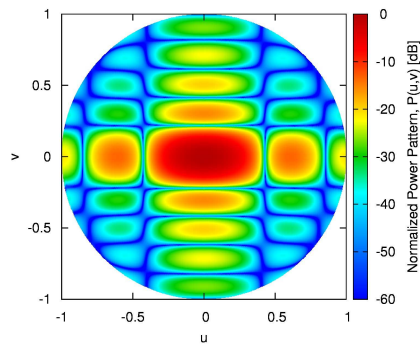
- Tipo Apertura: Rettangolare
- Distanza Elementi Asse X: 0.5
- Distanza Elementi Asse Y: 0.5
- Intervallo Angolare U: 0.1
- Intervallo Angolare V: 0.1

# RESULTS

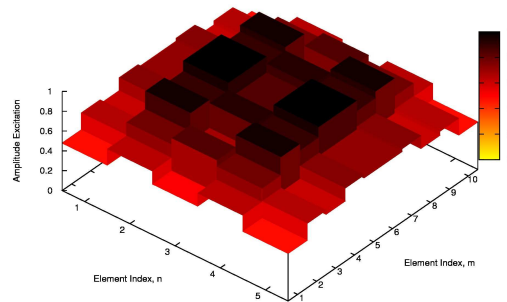
- BCE: 36.62%
- PSL: 12.76 dB
- FNBW  $u_0$ : 0.4272
- FNBW  $v_0$ : 0.2202



(a)



(b)



(c)

Figure 10(a)(b) Radiation Pattern - Planar Slepian Array (5x10).

Figure 10(c) Distribuzione pesi ottimi

**Observations:**

- Questa simulazione ha fornito risultati molto scarsi, probabilmente dovuti all'utilizzo di pochi elementi e di un intervallo angolare piccolo. Come si può notare dai risultati la BCE è abbondantemente sotto il 50% e il livello di PSL è molto alto.



## TEST CASE 11

**GOAL:** CALCOLO DEI PESI OTTIMI DI UN ARRAY PLANARE AD APERTURA RETTANGOLARE PER LA SINTESI DI UN PATTERN CON MASSIMA 'BEAM EFFICIENCY' DATO L'INTERVALLO ANGOLARE DI DEFINIZIONE DEL LOBO PRINCIPALE

- Numero Elementi Asse X: 5
- Numero Elementi Asse Y: 10
- Numero Totale Elementi: 50
- Numero Totale Elementi Attivi: 50

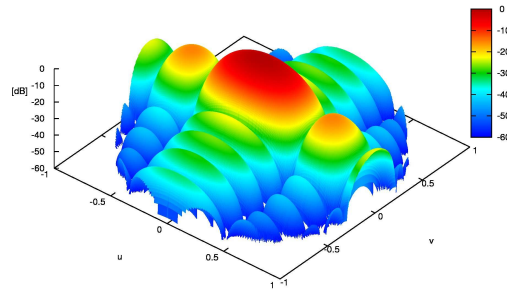
### Descrizione Test Case

#### Geometria:

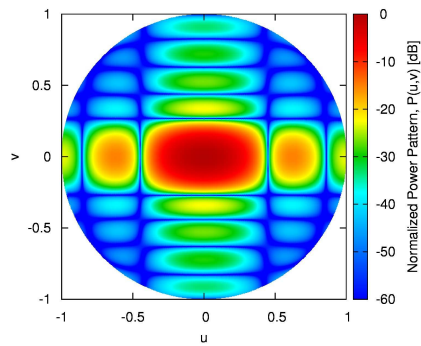
- Tipo Apertura: Rettangolare
- Distanza Elementi Asse X: 0.5
- Distanza Elementi Asse Y: 0.5
- Intervallo Angolare U: 0.2
- Intervallo Angolare V: 0.2

## RESULTS

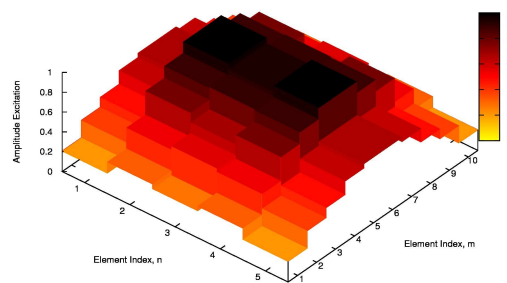
- BCE: 76.91%
- PSL: 11.69 dB
- FNBW  $u_0$ : 0.4487
- FNBW  $v_0$ : 0.2692



(a)



(b)



(c)

Figure 11(a)(b) Radiation Pattern - Planar Slepian Array (5x10).

Figure 11(c) Distribuzione pesi ottimi

**Observations:**

- In questa simulazione le prestazioni sono quasi raddoppiate rispetto al caso precedente. Nonostante ciò, i risultati non sono comunque accettabili. La distribuzione dei pesi è sicuramente migliorata, come si vede anche in figura 11c.

## TEST CASE 12

**GOAL:** CALCOLO DEI PESI OTTIMI DI UN ARRAY PLANARE AD APERTURA RETTANGOLARE PER LA SINTESI DI UN PATTERN CON MASSIMA 'BEAM EFFICIENCY' DATO L'INTERVALLO ANGOLARE DI DEFINIZIONE DEL LOBO PRINCIPALE

- Numero Elementi Asse X: 5
- Numero Elementi Asse Y: 10
- Numero Totale Elementi: 50
- Numero Totale Elementi Attivi: 50

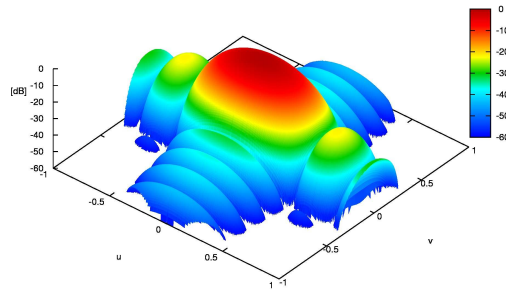
### Descrizione Test Case

#### Geometria:

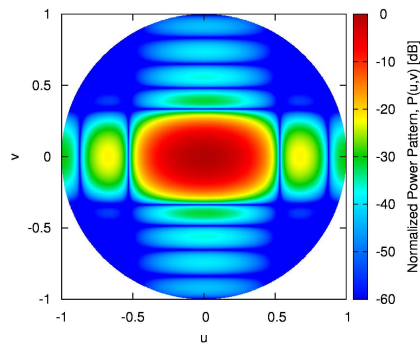
- Tipo Apertura: Rettangolare
- Distanza Elementi Asse X: 0.5
- Distanza Elementi Asse Y: 0.5
- Intervallo Angolare U: 0.4
- Intervallo Angolare V: 0.4

# RESULTS

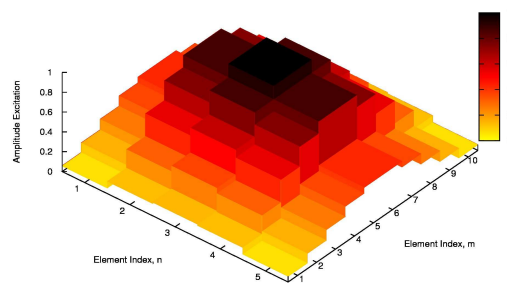
- BCE: 98.46%
- PSL: 8.64 dB
- FNBW  $u_0$ : 0.5317
- FNBW  $v_0$ : 0.3361



(a)



(b)



(c)

**Figure 12(a)(b)** Radiation Pattern - Planar Slepian Array (5x10).

**Figure 12(c)** Distribuzione pesi ottimi

**Observations:**

- Quest'ultimo caso relativo all'apertura  $5 \times 10$  ha prodotto dei risultati ottimi. Osservando i casi precedenti con la stessa apertura non ci si aspettava un così netto miglioramento. La BCE raggiunge quasi il 99% mentre il PSL si assesta attorno agli 8dB. Anche dai grafici sviluppati si intuisce facilmente come questo tipo di apertura sia molto favorevole, si possono notare un lobo centrale ben definito e lobi secondari molto ridotti.

## TEST CASE 13

**GOAL:** CALCOLO DEI PESI OTTIMI DI UN ARRAY PLANARE AD APERTURA RETTANGOLARE PER LA SINTESI DI UN PATTERN CON MASSIMA 'BEAM EFFICIENCY' DATO L'INTERVALLO ANGOLARE DI DEFINIZIONE DEL LOBO PRINCIPALE

- Numero Elementi Asse X: 10
- Numero Elementi Asse Y: 15
- Numero Totale Elementi: 150
- Numero Totale Elementi Attivi: 150

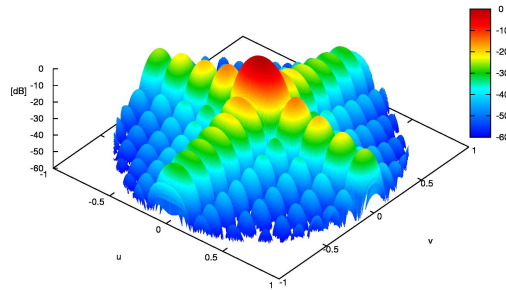
### Descrizione Test Case

#### Geometria:

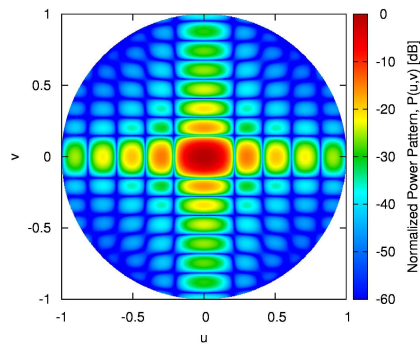
- Tipo Apertura: Rettangolare
- Distanza Elementi Asse X: 0.5
- Distanza Elementi Asse Y: 0.5
- Intervallo Angolare U: 0.075
- Intervallo Angolare V: 0.075

# RESULTS

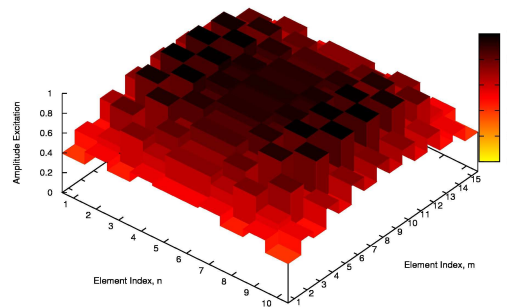
- BCE: 54.16%
- PSL: 14.44 dB
- FNBW  $u_0$ : 0.2131
- FNBW  $v_0$ : 0.1494



(a)



(b)



(c)

Figure 13(a)(b) Radiation Pattern - Planar Slepian Array (10x15).

Figure 13(c) Distribuzione pesi ottimi



**Observations:**

- In questo test case è stato utilizzato un intervallo angolare molto piccolo e sono stati triplicati gli elementi rispetto ai casi precedenti con geometria rettangolare. I risultati non sono molto buoni, infatti, sia la BCE che il PSL sono molto scarsi. Sicuramente andando ad aumentare l'intervallo angolare le prestazioni aumenteranno.

## TEST CASE 14

**GOAL:** CALCOLO DEI PESI OTTIMI DI UN ARRAY PLANARE AD APERTURA RETTANGOLARE PER LA SINTESI DI UN PATTERN CON MASSIMA 'BEAM EFFICIENCY' DATO L'INTERVALLO ANGOLARE DI DEFINIZIONE DEL LOBO PRINCIPALE

- Numero Elementi Asse X: 10
- Numero Elementi Asse Y: 15
- Numero Totale Elementi: 150
- Numero Totale Elementi Attivi: 150

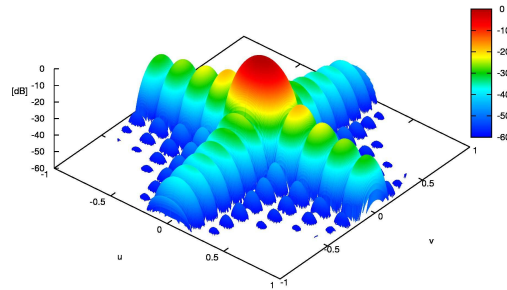
### Descrizione Test Case

#### Geometria:

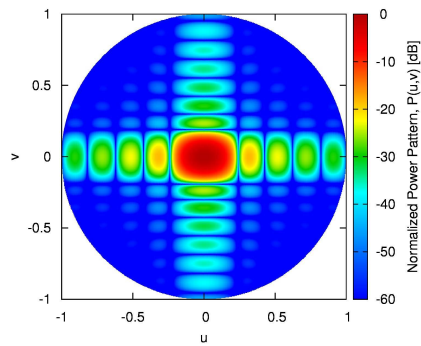
- Tipo Apertura: Rettangolare
- Distanza Elementi Asse X: 0.5
- Distanza Elementi Asse Y: 0.5
- Intervallo Angolare U: 0.15
- Intervallo Angolare V: 0.15

# RESULTS

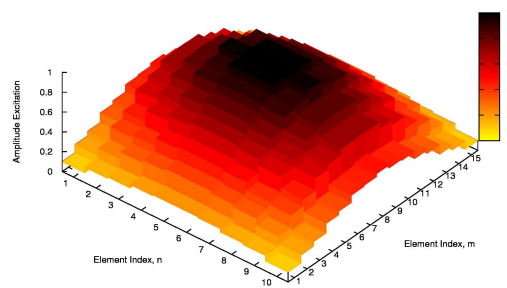
- BCE: 92.13%
- PSL: 10.70 dB
- FNBW  $u_0$ : 0.2412
- FNBW  $v_0$ : 0.1911



(a)



(b)



(c)

Figure 14(a)(b) Radiation Pattern - Planar Slepian Array (10x15).

Figure 14(c) Distribuzione pesi ottimi

**Observations:**

- I miglioramenti ottenuti in questa simulazione sono notevoli; osservando il grafici si può notare un lobo principale ben definito e i lobi secondari abbastanza ridotti. Il grafico relativo alla distribuzione dei pesi è molto buono. Anche i risultati numerici sono buoni anche se non eccellenti.

## TEST CASE 15

**GOAL:** CALCOLO DEI PESI OTTIMI DI UN ARRAY PLANARE AD APERTURA RETTANGOLARE PER LA SINTESI DI UN PATTERN CON MASSIMA 'BEAM EFFICIENCY' DATO L'INTERVALLO ANGOLARE DI DEFINIZIONE DEL LOBO PRINCIPALE

- Numero Elementi Asse X: 10
- Numero Elementi Asse Y: 15
- Numero Totale Elementi: 150
- Numero Totale Elementi Attivi: 150

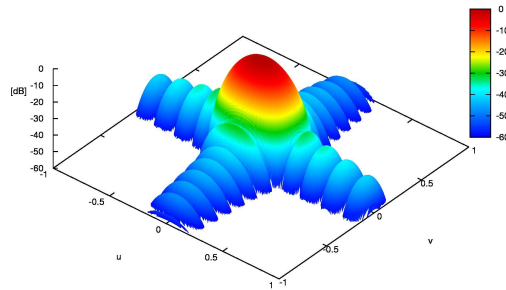
### Descrizione Test Case

#### Geometria:

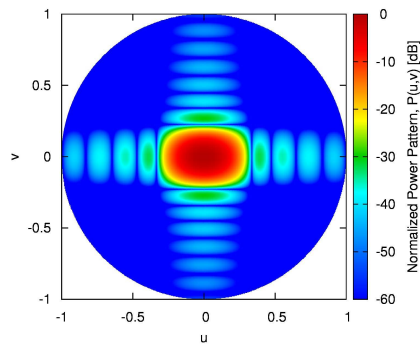
- Tipo Apertura: Rettangolare
- Distanza Elementi Asse X: 0.5
- Distanza Elementi Asse Y: 0.5
- Intervallo Angolare U: 0.3
- Intervallo Angolare V: 0.3

# RESULTS

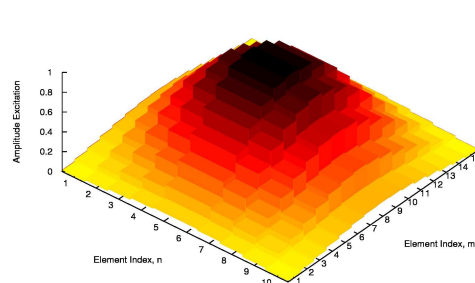
- BCE: 99.88%
- PSL: 7.97 dB
- FNBW  $u_0$ : 0.3349
- FNBW  $v_0$ : 0.2272



(a)



(b)



(c)

Figure 15(a)(b) Radiation Pattern - Planar Slepian Array (10x15).

Figure 15(c) Distribuzione pesi ottimi

**Observations:**

- Simulazione quasi ottima sia dal punto di vista dei risultati numerici sia da quello dei grafici ottenuti. L'aspetto dei grafici è molto buono: lobo principale ben definito, lobi secondari molto ridotti e distribuzione dei pesi molto buona.

## TEST CASE 16

**GOAL:** CALCOLO DEI PESI OTTIMI DI UN ARRAY PLANARE AD APERTURA RETTANGOLARE PER LA SINTESI DI UN PATTERN CON MASSIMA 'BEAM EFFICIENCY' DATO L'INTERVALLO ANGOLARE DI DEFINIZIONE DEL LOBO PRINCIPALE

- Numero Elementi Asse X: 10
- Numero Elementi Asse Y: 20
- Numero Totale Elementi: 200
- Numero Totale Elementi Attivi: 200

### Descrizione Test Case

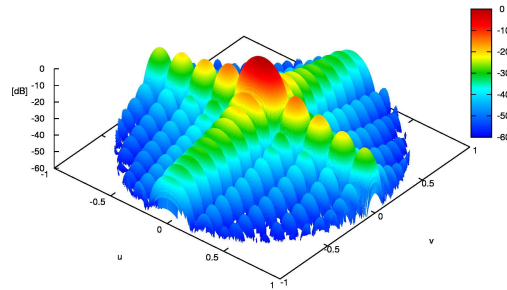
#### Geometria:

- Tipo Apertura: Rettangolare
- Distanza Elementi Asse X: 0.5
- Distanza Elementi Asse Y: 0.5
- Intervallo Angolare U: 0.05
- Intervallo Angolare V: 0.05

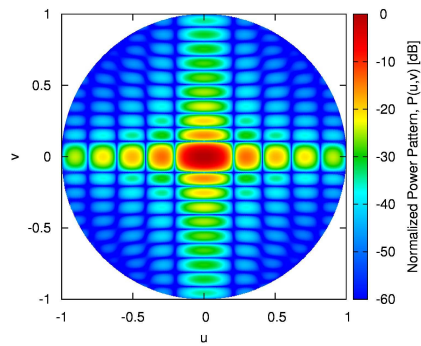


## RESULTS

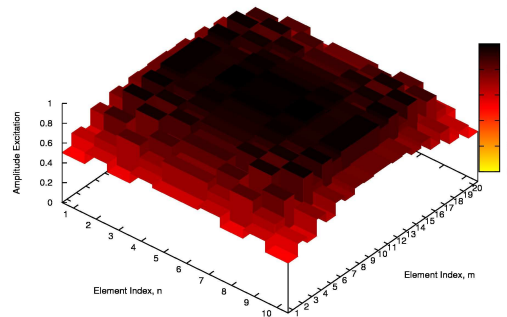
- BCE: 36.32%
- PSL: 13.72 dB
- FNBW  $u_0$ : 0.2082
- FNBW  $v_0$ : 0.1093



(a)



(b)



(c)

Figure 16(a)(b) Radiation Pattern - Planar Slepian Array (10x20).

Figure 16(c) Distribuzione pesi ottimi

**Observations:**

- Questo test case ha fornito dei risultati molto scarsi. Come si può osservare nei primi 2 grafici i lobi secondari sono parecchio elevati e influenzano molto le prestazioni, questo fatto è confermato anche dal PSL che è sopra i 13 dB. Anche il valore di BCE non è buono: appena 36%.

## TEST CASE 17

**GOAL:** CALCOLO DEI PESI OTTIMI DI UN ARRAY PLANARE AD APERTURA RETTANGOLARE PER LA SINTESI DI UN PATTERN CON MASSIMA 'BEAM EFFICIENCY' DATO L'INTERVALLO ANGOLARE DI DEFINIZIONE DEL LOBO PRINCIPALE

- Numero Elementi Asse X: 10
- Numero Elementi Asse Y: 20
- Numero Totale Elementi: 200
- Numero Totale Elementi Attivi: 200

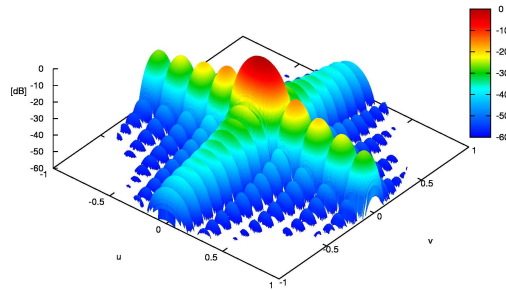
### Descrizione Test Case

#### Geometria:

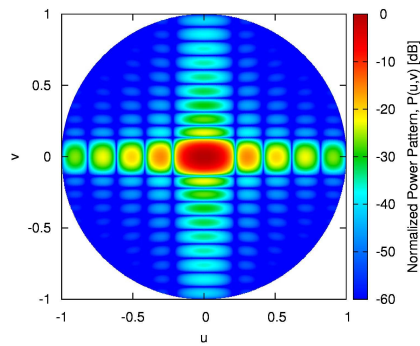
- Tipo Apertura: Rettangolare
- Distanza Elementi Asse X: 0.5
- Distanza Elementi Asse Y: 0.5
- Intervallo Angolare U: 0.1
- Intervallo Angolare V: 0.1

# RESULTS

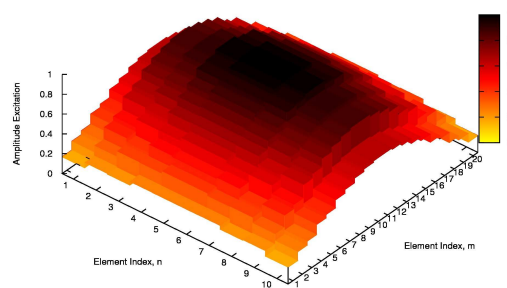
- BCE: 77.13%
- PSL: 11.86 dB
- FNBW  $u_0$ : 0.2204
- FNBW  $v_0$ : 0.1350



(a)



(b)



(c)

Figure 17(a)(b) Radiation Pattern - Planar Slepian Array (10x20).

Figure 17(c) Distribuzione pesi ottimi

**Observations:**

- Come ci si aspettava, aumentando le dimensioni dell'intervallo angolare le prestazioni sono raddoppiate. Lobi secondari più ridotti e distribuzione dei pesi decisamente migliore anche se i risultati comunque non sono soddisfacenti. Il livello di PSL è ancora troppo elevato (come confermato anche dal grafico B).

## TEST CASE 18

**GOAL:** CALCOLO DEI PESI OTTIMI DI UN ARRAY PLANARE AD APERTURA RETTANGOLARE PER LA SINTESI DI UN PATTERN CON MASSIMA 'BEAM EFFICIENCY' DATO L'INTERVALLO ANGOLARE DI DEFINIZIONE DEL LOBO PRINCIPALE

- Numero Elementi Asse X: 10
- Numero Elementi Asse Y: 20
- Numero Totale Elementi: 200
- Numero Totale Elementi Attivi: 200

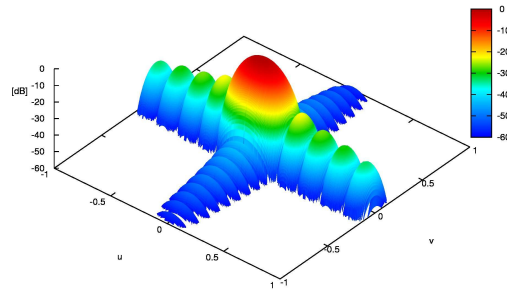
### Descrizione Test Case

#### Geometria:

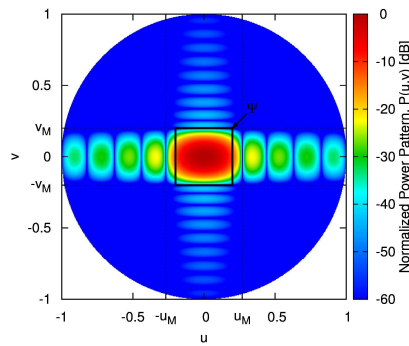
- Tipo Apertura: Rettangolare
- Distanza Elementi Asse X: 0.5
- Distanza Elementi Asse Y: 0.5
- Intervallo Angolare U: 0.2
- Intervallo Angolare V: 0.2

# RESULTS

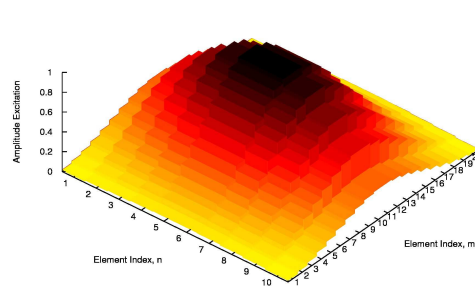
- BCE: 98.20%
- PSL: 7.08 dB
- FNBW  $u_0$ : 0.2695
- FNBW  $v_0$ : 0.2004



(a)



(b)



(c)

Figure 18(a)(b) Radiation Pattern - Planar Slepian Array (10x20).

Figure 18(c) Distribuzione pesi ottimi

**Observations:**

- Risultati quasi ottimi. Osservando in particolar modo il grafico b si può notare come i lobi secondari siano decisamente ridotti soprattutto in una direzione e il main beam sia molto bene definito. Anche il grafico C fornisce delle buone indicazioni riguardanti la distribuzione dei pesi. Tutte queste osservazioni sono ampiamente confermate dai risultati numerici.



## TEST CASE 19

**GOAL:** CALCOLO DEI PESI OTTIMI DI UN ARRAY PLANARE AD APERTURA CIRCOLARE PER LA SINTESI DI UN PATTERN CON MASSIMA 'BEAM EFFICIENCY' DATO L'INTERVALLO ANGOLARE DI DEFINIZIONE DEL LOBO PRINCIPALE

- Numero Elementi Asse X: 10
- Numero Elementi Asse Y: 10
- Numero Totale Elementi: 100
- Numero Totale Elementi Attivi: 76

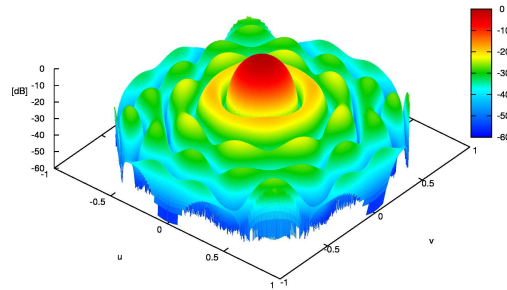
### Descrizione Test Case

#### Geometria:

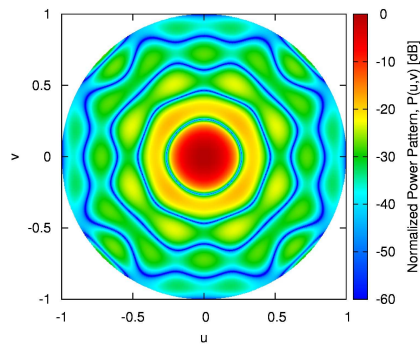
- Tipo Apertura: Circolare
- Distanza Elementi Asse X: 0.5
- Distanza Elementi Asse Y: 0.5
- Intervallo Angolare U: 0.1
- Intervallo Angolare V: 0.1

# RESULTS

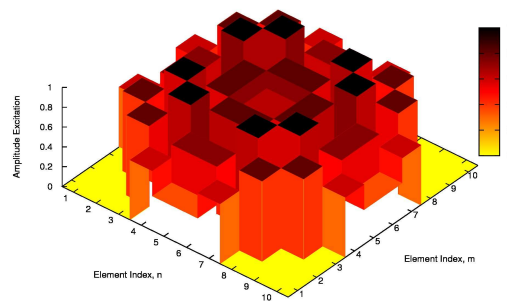
- BCE: 54.69%
- PSL: 12.53 dB
- FNBW  $u_0$ : 0.2636
- FNBW  $v_0$ : 0.2636



(a)



(b)



(c)

Figure 19(a)(b) Radiation Pattern - Planar Slepian Array (10x10).

Figure 19(c) Distribuzione pesi ottimi

**Observations:**

- I risultati ottenuti con questa prima simulazione con apertura circolare non sono eccezionali, infatti, come si può vedere sia dai risultati numerici sia dai grafici il livello dei lobi secondari è abbastanza elevato e questo genera una diminuzione delle prestazioni. Anche il livello di BCE è molto scarso.

## TEST CASE 20

**GOAL:** CALCOLO DEI PESI OTTIMI DI UN ARRAY PLANARE AD APERTURA CIRCOLARE PER LA SINTESI DI UN PATTERN CON MASSIMA 'BEAM EFFICIENCY' DATO L'INTERVALLO ANGOLARE DI DEFINIZIONE DEL LOBO PRINCIPALE

- Numero Elementi Asse X: 10
- Numero Elementi Asse Y: 10
- Numero Totale Elementi: 100
- Numero Totale Elementi Attivi: 76

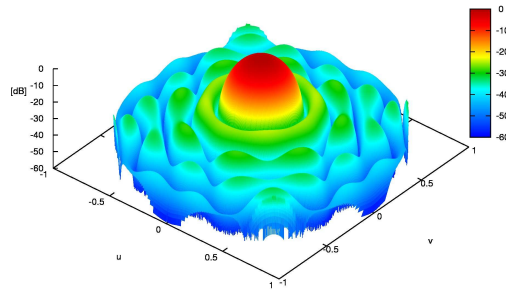
### Descrizione Test Case

#### Geometria:

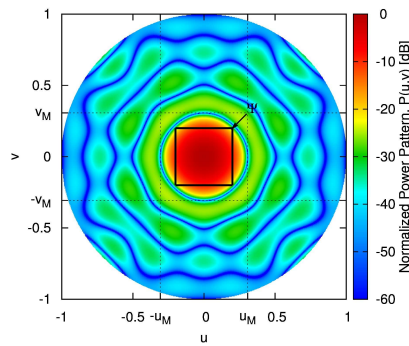
- Tipo Apertura: Circolare
- Distanza Elementi Asse X: 0.5
- Distanza Elementi Asse Y: 0.5
- Intervallo Angolare U: 0.2
- Intervallo Angolare V: 0.2

# RESULTS

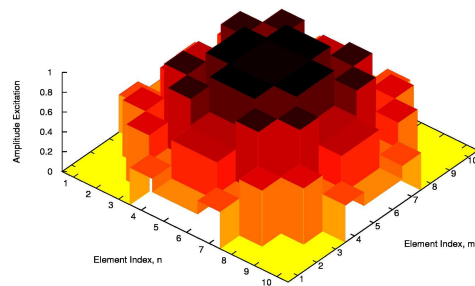
- BCE: 94.21%
- PSL: 9.56 dB
- FNBW  $u_0$ : 0.3073
- FNBW  $v_0$ : 0.3073



(a)



(b)



(c)

Figure 20(a)(b) Radiation Pattern - Planar Slepian Array (10x10).

Figure 20(c) Distribuzione pesi ottimi

**Observations:**

- Questo secondo test su un'apertura circolare ha permesso di incrementare in maniera positiva i risultati. La BCE è quasi raddoppiata e in questa simulazione raggiunge quasi il 95% e il livello dei lobi secondari è diminuito di quasi 3 dB. La distribuzione dei pesi è buona.

## TEST CASE 21

**GOAL:** CALCOLO DEI PESI OTTIMI DI UN ARRAY PLANARE AD APERTURA CIRCOLARE PER LA SINTESI DI UN PATTERN CON MASSIMA 'BEAM EFFICIENCY' DATO L'INTERVALLO ANGOLARE DI DEFINIZIONE DEL LOBO PRINCIPALE

- Numero Elementi Asse X: 10
- Numero Elementi Asse Y: 10
- Numero Totale Elementi: 100
- Numero Totale Elementi Attivi: 76

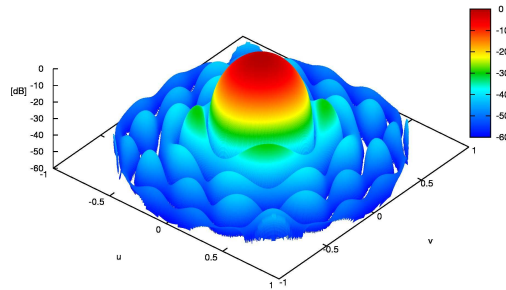
### Descrizione Test Case

#### Geometria:

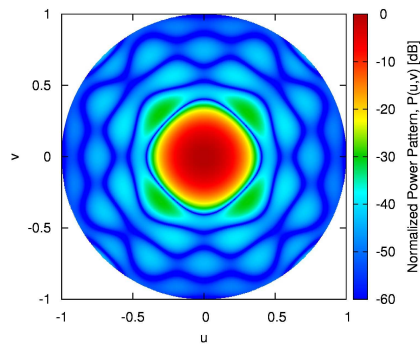
- Tipo Apertura: Circolare
- Distanza Elementi Asse X: 0.5
- Distanza Elementi Asse Y: 0.5
- Intervallo Angolare U: 0.4
- Intervallo Angolare V: 0.4

# RESULTS

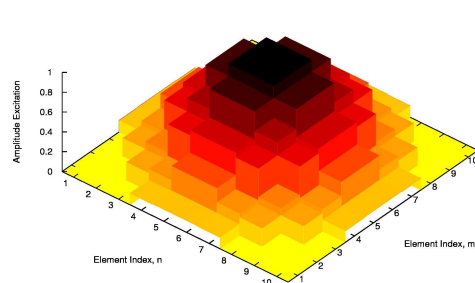
- BCE: 99.20%
- PSL: 7.02 dB
- FNBW  $u_0$ : 0.4047
- FNBW  $v_0$ : 0.4047



(a)



(b)



(c)

Figure 21(a)(b) Radiation Pattern - Planar Slepian Array (10x10).

Figure 21(c) Distribuzione pesi ottimi



**Observations:**

- Come nelle simulazione con apertura geometrica di tipo differente anche in questo caso andando ad aumentare le dimensioni dell'intervallo angolare consente di ottenere un incremento delle prestazioni. Come ci si poteva aspettare, la forma del lobo principale è molto ben definita ed inoltre il livello dei lobi secondari è sceso ulteriormente.

## TEST CASE 22

**GOAL:** CALCOLO DEI PESI OTTIMI DI UN ARRAY PLANARE AD APERTURA CIRCOLARE PER LA SINTESI DI UN PATTERN CON MASSIMA 'BEAM EFFICIENCY' DATO L'INTERVALLO ANGOLARE DI DEFINIZIONE DEL LOBO PRINCIPALE

- Numero Elementi Asse X: 15
- Numero Elementi Asse Y: 15
- Numero Totale Elementi: 225
- Numero Totale Elementi Attivi: 177

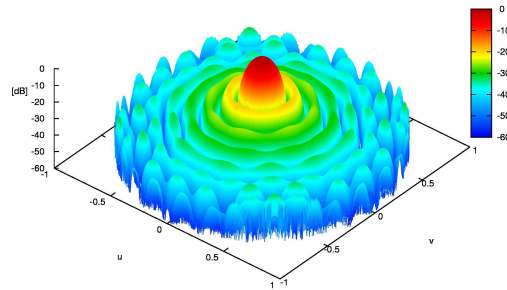
### Descrizione Test Case

#### Geometria:

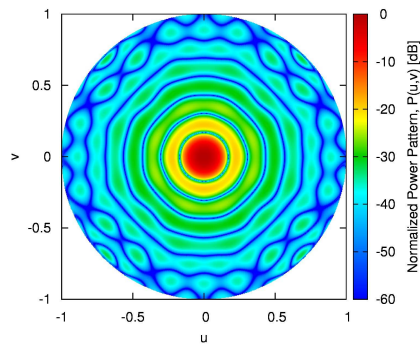
- Tipo Apertura: Circolare
- Distanza Elementi Asse X: 0.5
- Distanza Elementi Asse Y: 0.5
- Intervallo Angolare U: 0.075
- Intervallo Angolare V: 0.075

## RESULTS

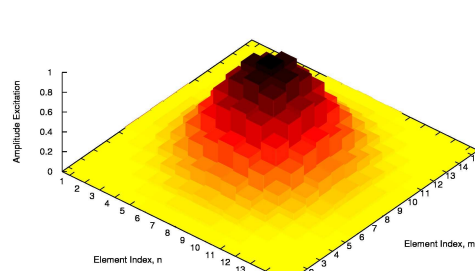
- BCE: 63.73%
- PSL: 17.01 dB
- FNBW  $u_0$ : 0.1721
- FNBW  $v_0$ : 0.1721



(a)



(b)



(c)

Figure 22(a)(b) Radiation Pattern - Planar Slepian Array (15x15).

Figure 22(c) Distribuzione pesi ottimi

**Observations:**

- Nonostante il numero di elementi sia praticamente raddoppiato, l'utilizzo di un intervallo angolare piccolo sfavorisce le prestazioni. Il livello di PSL è molto elevato e anche la BCE è scarsa. Come si può notare nei primi 2 graici l'influenza dei lobi secondari è molto elevata.

## TEST CASE 23

**GOAL:** CALCOLO DEI PESI OTTIMI DI UN ARRAY PLANARE AD APERTURA CIRCOLARE PER LA SINTESI DI UN PATTERN CON MASSIMA 'BEAM EFFICIENCY' DATO L'INTERVALLO ANGOLARE DI DEFINIZIONE DEL LOBO PRINCIPALE

- Numero Elementi Asse X: 15
- Numero Elementi Asse Y: 15
- Numero Totale Elementi: 225
- Numero Totale Elementi Attivi: 177

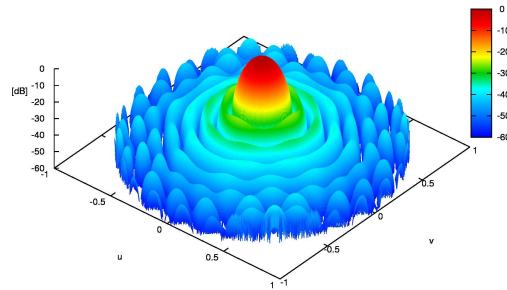
### Descrizione Test Case

#### Geometria:

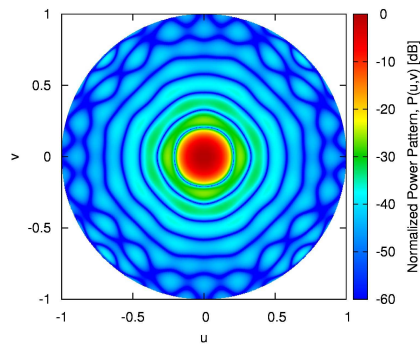
- Tipo Apertura: Circolare
- Distanza Elementi Asse X: 0.5
- Distanza Elementi Asse Y: 0.5
- Intervallo Angolare U: 0.15
- Intervallo Angolare V: 0.15

# RESULTS

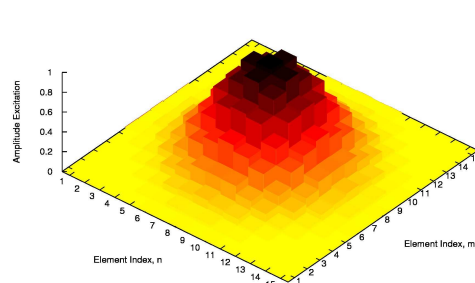
- BCE: 97.08%
- PSL: 6.82dB
- FNBW  $u_0$ : 0.2084
- FNBW  $v_0$ : 0.2084



(a)



(b)



(c)

Figure 23(a)(b) Radiation Pattern - Planar Slepian Array (15x15).

Figure 23(c) Distribuzione pesi ottimi

**Observations:**

- Il raddoppio delle dimensioni dell'intervallo angolare ha prodotto dei risultati quasi insperati: il livello di PSL è sceso di oltre 10dB e la BCE supera il 97%. Anche solo osservando i grafici prodotti con le simulazioni si poteva dedurre che i miglioramenti sono notevoli.

## TEST CASE 24

**GOAL:** CALCOLO DEI PESI OTTIMI DI UN ARRAY PLANARE AD APERTURA CIRCOLARE PER LA SINTESI DI UN PATTERN CON MASSIMA 'BEAM EFFICIENCY' DATO L'INTERVALLO ANGOLARE DI DEFINIZIONE DEL LOBO PRINCIPALE

- Numero Elementi Asse X: 15
- Numero Elementi Asse Y: 15
- Numero Totale Elementi: 225
- Numero Totale Elementi Attivi: 177

### Descrizione Test Case

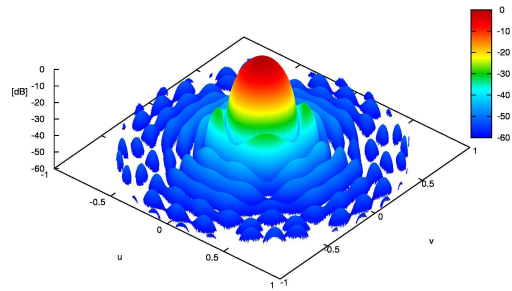
#### Geometria:

- Tipo Apertura: Circolare
- Distanza Elementi Asse X: 0.5
- Distanza Elementi Asse Y: 0.5
- Intervallo Angolare U: 0.3
- Intervallo Angolare V: 0.3

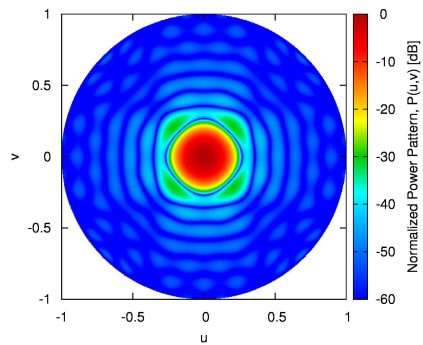


# RESULTS

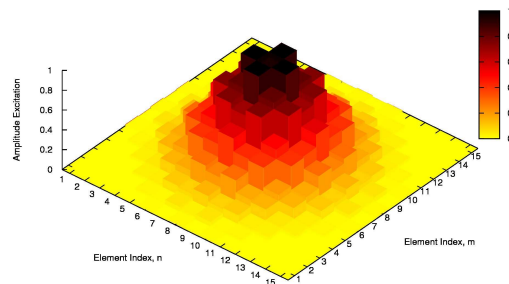
- BCE: 99.95%
- PSL: 5.95dB
- FNBW  $u_0$ : 0.2690
- FNBW  $v_0$ : 0.2690
- 



(a)



(b)



(c)

Figure 24(a)(b) Radiation Pattern - Planar Slepian Array (15x15).

**Figure 24(c)** Distribuzione pesi ottimi

**Observations:**

- Forse una delle migliori simulazioni effettuate. L'influenza dei lobi secondari è molto ridotta (è la prima volta che si scende sotto i 6dB) e la Beam Collection Efficiency è di poco sotto il 100%. Di particolare interesse è il grafico B, in quanto si può notare un lobo centrale molto ben definito, mentre i lobi secondari sono molto piccoli.

## TEST CASE 25

**GOAL:** CALCOLO DEI PESI OTTIMI DI UN ARRAY PLANARE AD APERTURA CIRCOLARE PER LA SINTESI DI UN PATTERN CON MASSIMA 'BEAM EFFICIENCY' DATO L'INTERVALLO ANGOLARE DI DEFINIZIONE DEL LOBO PRINCIPALE

- Numero Elementi Asse X: 20
- Numero Elementi Asse Y: 20
- Numero Totale Elementi: 400
- Numero Totale Elementi Attivi: 316

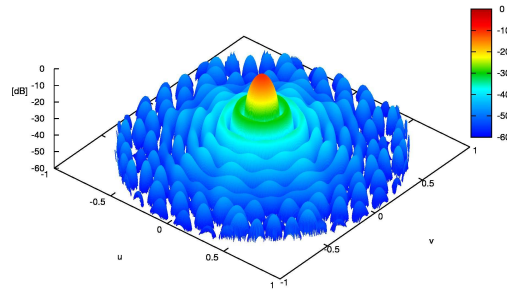
### Descrizione Test Case

#### Geometria:

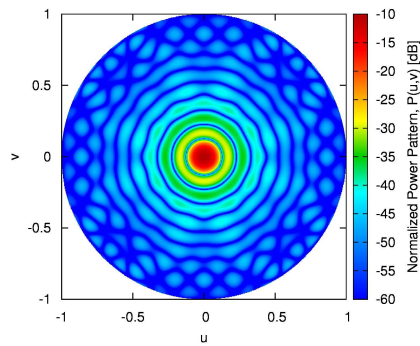
- Tipo Apertura: Circolare
- Distanza Elementi Asse X: 0.5
- Distanza Elementi Asse Y: 0.5
- Intervallo Angolare U: 0.05
- Intervallo Angolare V: 0.05

# RESULTS

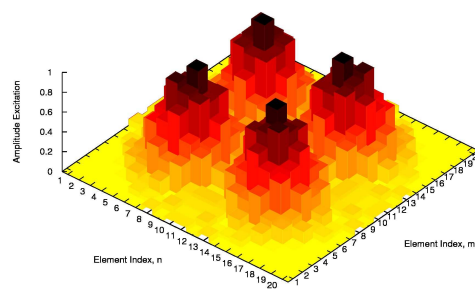
- BCE: 54.12%
- PSL: 23.13 dB
- FNBW  $u_0$ : 0.1284
- FNBW  $v_0$ : 0.1284



(a)



(b)



(c)

Figure 25(a)(b) Radiation Pattern - Planar Slepian Array (20x20).

Figure 25(c) Distribuzione pesi ottimi

**Observations:**

- Avendo preso in considerazione una dimensione dell'intervallo angolare piccola, i risultati non sono soddisfacenti. Il livello di BCE è basso e il PSL è molto elevato. Questi dati andando a modificare i parametri dell'intervallo angolare possono sicuramente essere migliorati. Il grafico della distribuzione dei pesi ha una forma particolare, infatti non assume come nei casi precedenti la classica forma a "campana". Anche questo grafico si spera possa essere migliorato cambiando i parametri.

## TEST CASE 26

**GOAL:** CALCOLO DEI PESI OTTIMI DI UN ARRAY PLANARE AD APERTURA CIRCOLARE PER LA SINTESI DI UN PATTERN CON MASSIMA 'BEAM EFFICIENCY' DATO L'INTERVALLO ANGOLARE DI DEFINIZIONE DEL LOBO PRINCIPALE

- Numero Elementi Asse X: 20
- Numero Elementi Asse Y: 20
- Numero Totale Elementi: 400
- Numero Totale Elementi Attivi: 316

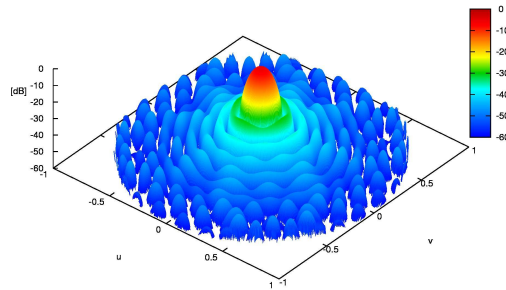
### Descrizione Test Case

#### Geometria:

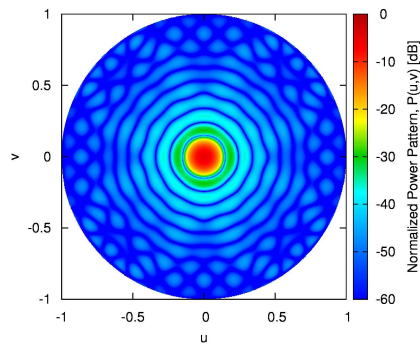
- Tipo Apertura: Circolare
- Distanza Elementi Asse X: 0.5
- Distanza Elementi Asse Y: 0.5
- Intervallo Angolare U: 0.1
- Intervallo Angolare V: 0.1

# RESULTS

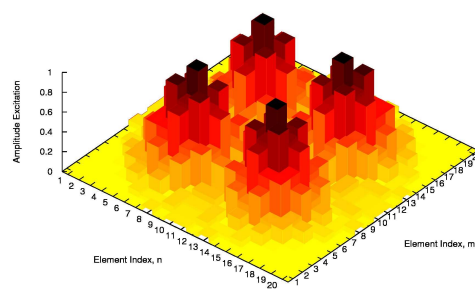
- BCE: 94.37%
- PSL: 15.03 dB
- FNBW  $u_0$ : 0.1791
- FNBW  $v_0$ : 0.1293



(a)



(b)



(c)

Figure 26(a)(b) Radiation Pattern - Planar Slepian Array (20x20).

Figure 26(c) Distribuzione pesi ottimi

**Observations:**

- Come da aspettative, il raddoppio dell'intervallo angolare ha portato ad un notevole incremento delle prestazioni e dei risultati, BCE sopra il 90% e una riduzione del PSL di 7 dB. Anche i grafici ricavati dalle simulazioni dimostrano che i risultati ottenuti sono decisamente migliorati. L'unico grafico che non presenta sostanziali miglioramenti è quello relativo alla distribuzione dei pesi.



## TEST CASE 27

**GOAL:** CALCOLO DEI PESI OTTIMI DI UN ARRAY PLANARE AD APERTURA CIRCOLARE PER LA SINTESI DI UN PATTERN CON MASSIMA 'BEAM EFFICIENCY' DATO L'INTERVALLO ANGOLARE DI DEFINIZIONE DEL LOBO PRINCIPALE

- Numero Elementi Asse X: 20
- Numero Elementi Asse Y: 20
- Numero Totale Elementi: 400
- Numero Totale Elementi Attivi: 316

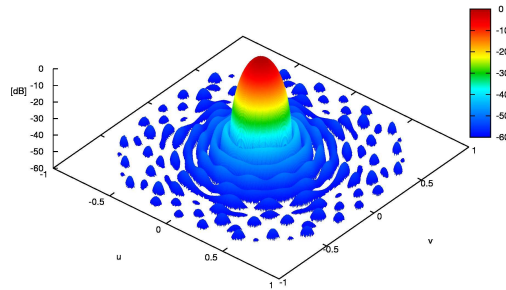
### Descrizione Test Case

#### Geometria:

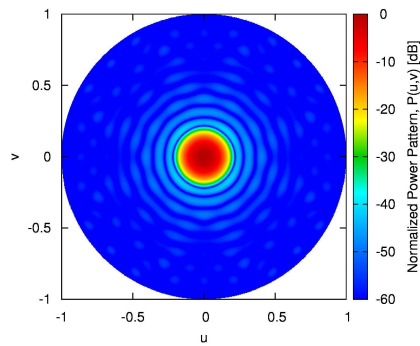
- Tipo Apertura: Circolare
- Distanza Elementi Asse X: 0.5
- Distanza Elementi Asse Y: 0.5
- Intervallo Angolare U: 0.2
- Intervallo Angolare V: 0.2

# RESULTS

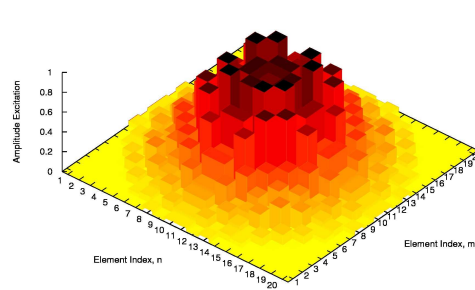
- BCE: 99.96%
- PSL: 6.17 dB
- FNBW  $u_0$ : 0.5129
- FNBW  $v_0$ : 0.1296



(a)



(b)



(c)

Figure 27(a)(b) Radiation Pattern - Planar Slepian Array (20x20).

Figure 27(c) Distribuzione pesi ottimi

**Observations:**

- I risultati ottenuti con questa simulazione sono ottimi. BCE molto prossima alla perfezione e PSL pari a 6db. Anche il grafico relativo alla distribuzione dei pesi è decisamente migliorato. La forma che ha assunto è quella che ci si aspettava già inizialmente. Di particolare interesse è il grafico B, il quale mostra come il lobo centrale sia definito molto bene e le interferenze dei lobi secondari siano molto scarse.

## Mathematical Formulation

The problem of interest is to develop a weighting that will maximize the percentage of the total power that is concentrated in a given angular region defined by the boundaries  $(u_0, v_0)$ . Considering a planar array, we want to maximize the ratio

$$\alpha = \frac{\int_{-u_0}^{u_0} \int_{-v_0}^{v_0} |AF(u, v)|^2 dudv}{\int_0^\pi \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} |AF(\theta, \phi)|^2 d\phi} \quad (1)$$

where  $u = \sin \theta \cos \phi$  and  $v = \sin \theta \sin \phi$ . Array factor term is defined

$$AF(u, v) = \sum_{n=1}^N w_n e^{jk(ux_n + vy_n)} \quad (2)$$

where  $w_n$  is the excitation of the  $n$ -th array element,  $x_n$  is the  $x$ -axis coordinate of the  $n$ -th array element,  $y_n$  is the  $y$ -axis coordinate of the  $n$ -th array element and  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ . Array factor term can be rewritten as

$$AF(u, v) = \underline{w}^H \underline{v}(u, v) \quad (3)$$

The numerator of (12) can be written as

$$\alpha_N = \int_{-u_0}^{u_0} \int_{-v_0}^{v_0} |AF(u, v)|^2 dudv = \underline{w}^H \underline{A} \underline{w} \quad (4)$$

where

$$\underline{A} = \int_{-u_0}^{u_0} \int_{-v_0}^{v_0} \underline{v}(u, v) \underline{v}^H(u, v) \quad (5)$$

The  $(m, n)$  element of  $\underline{A}$  is

$$\int_{-u_0}^{u_0} \int_{-v_0}^{v_0} e^{jk(ux_m + vy_m)} e^{-jk(ux_n + vy_n)} dudv = \quad (6)$$

The solution (see Appendix A) of the integral (6) is

$$4u_0v_0 \text{sinc}[ku_0(x_m - x_n)] \text{sinc}[kv_0(y_m - y_n)] \quad (7)$$

Similarly, the denominator is

$$\alpha_D = \underline{w}^H \underline{B} \underline{w} \quad (8)$$

where

$$\underline{B} = \int_0^\pi \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} \underline{v}(\theta, \phi) \underline{v}^H(\theta, \phi) d\phi \quad (9)$$

The  $(m, n)$  element of  $\underline{B}$  is

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\pi e^{jk \sin \theta (x_m \cos \phi + y_m \sin \phi)} e^{-jk \sin \theta (x_n \cos \phi + y_n \sin \phi)} \sin \theta d\theta d\phi \quad (10)$$

The solution (see Appendix B) of the integral (10) is

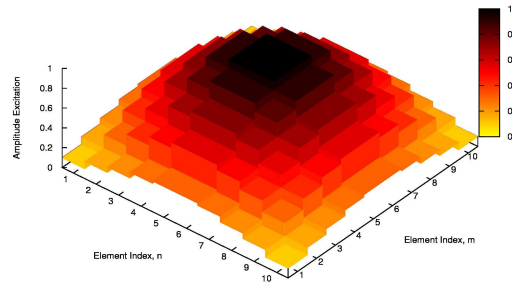
$$4\pi \text{sinc}\left(k\sqrt{(x_m - x_n)^2 + (y_m - y_n)^2}\right) \quad (11)$$

Thus

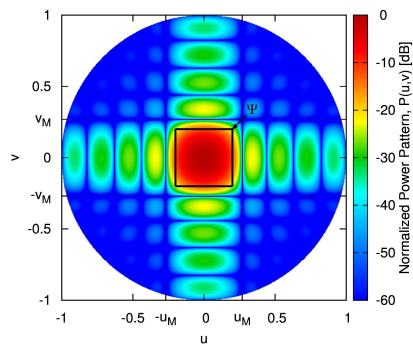
$$\alpha = \frac{\underline{w}^H \underline{A} \underline{w}}{\underline{w}^H \underline{B} \underline{w}} \quad (12)$$

The maximum value for such a ratio of Hermitian quadratic forms is equal to the largest eigenvalue  $\lambda_{max}$  of the characteristic equation

$$\underline{Aw} = \lambda \underline{Bw} \tag{13}$$

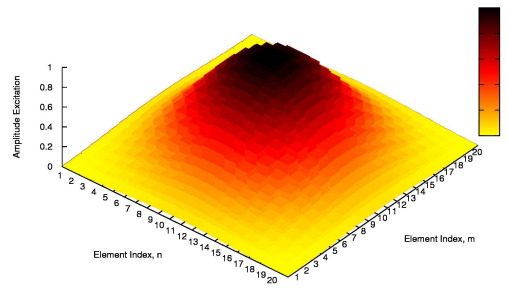


(a)

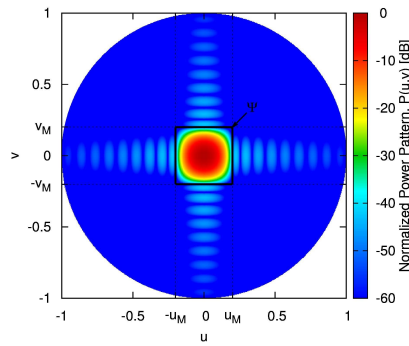


(b)

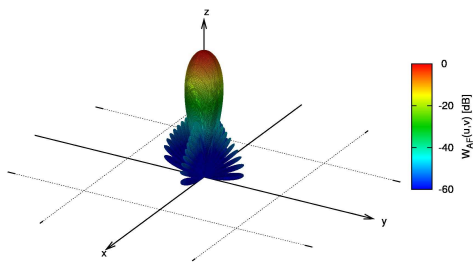
**Figure 2** - Numerical validation [Square Array,  $P = Q = 10$ , Square Collection Area,  $u_M = v_M = 0.2$ ] - (a) Optimum DPSS planar array and (b) associated radiation pattern.



(a)

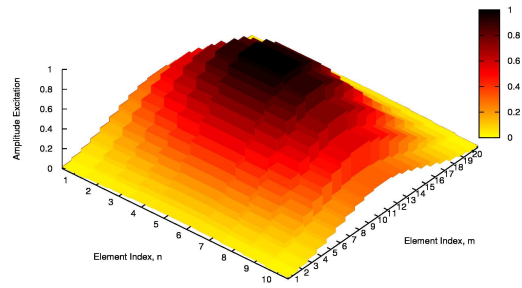


(b)

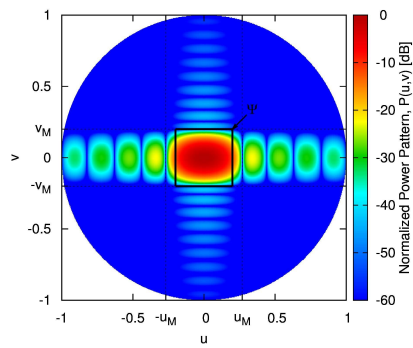


(c)

**Figure 3** - Numerical validation [Square Array,  $P = Q = 20$ , Square Collection Area,  $u_M = v_M = 0.2$ ] - (a) Optimum DPSS planar array and (b)(c) associated radiation pattern.



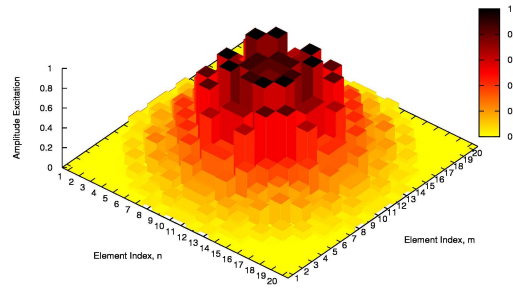
(a)



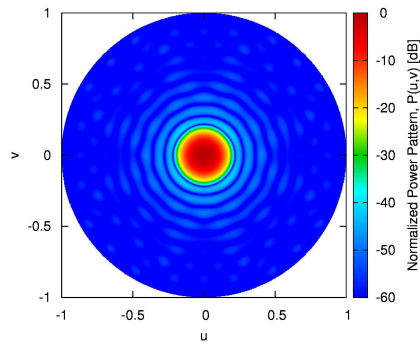
(b)

**Figure 4** - Numerical validation [Rectangular Array,  $P = 10$ ,  $Q = 20$ , Square Collection Area,  $u_M = v_M = 0.2$ ] - (a) Optimum DPSS planar array and (b) associated radiation pattern.

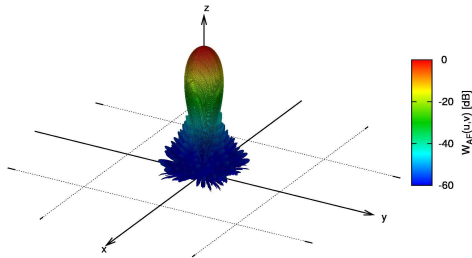




(a)

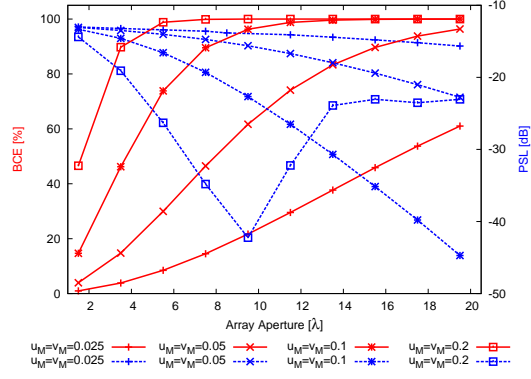


(b)

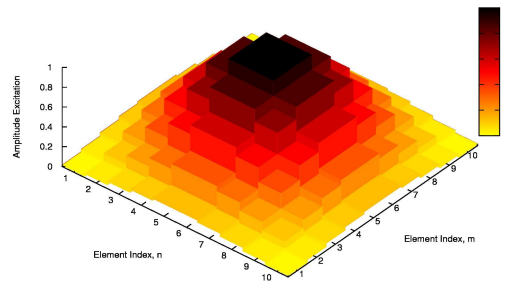


(c)

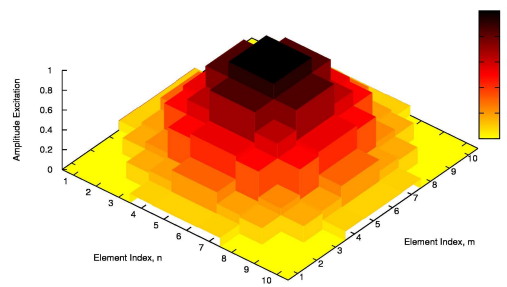
**Figure 5** - Numerical validation [Circular Array,  $P = Q = 10$ ,  $K = 76$ , Square Collection Area,  $u_M = v_M = 0.2$ ] - (a) Optimum DPSS planar array and (b)(c) associated radiation pattern.



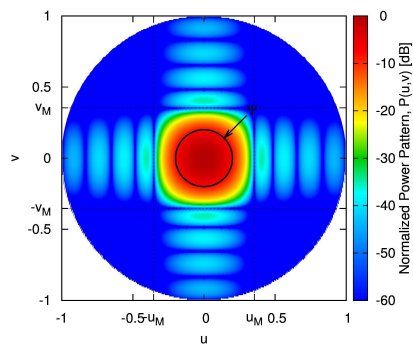
**Figure 6** - Numerical validation [Square Collection Area] - Behaviour of the BCE and of PSL against array aperture  $P \times Q$ .



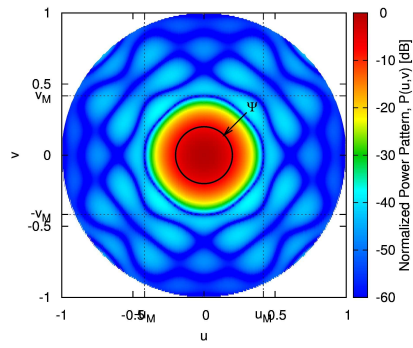
(a)



(b)

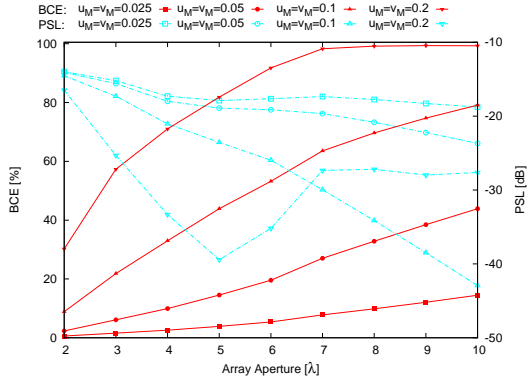


(c)

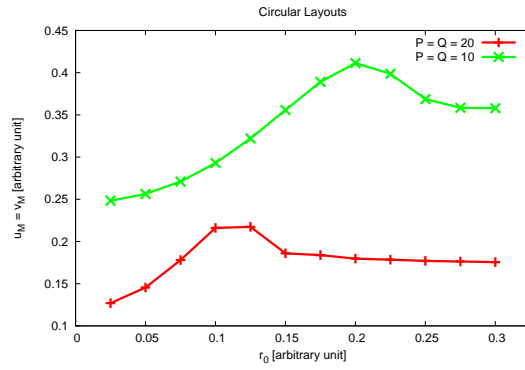


(d)

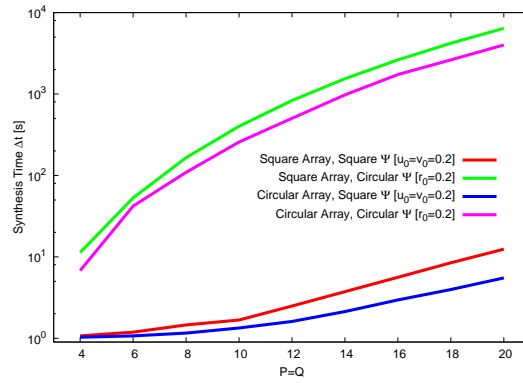
**Figure 7** - Numerical validation [ $P = Q = 10$ , Circular Collection Area,  $r_M = 0.2$ ] - Optimum DPSS planar array for (a) square and (b) circular aperture and (c)(d) respective radiation patterns.



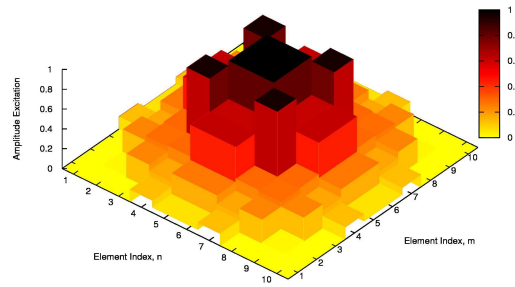
**Figure 8 - Numerical validation [Circular Collection Area] - Behaviour of the BCE and of PSL against array aperture  $P \times Q$ .**



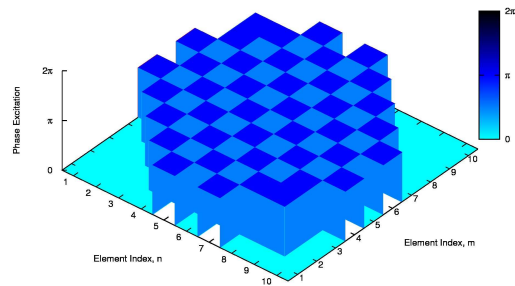
**Figure 9** - Numerical validation [ $P = Q = 20, 10$ , Circular Collection Area] - Behaviour of the  $u_0$  and  $v_0$  against  $r_M$ .



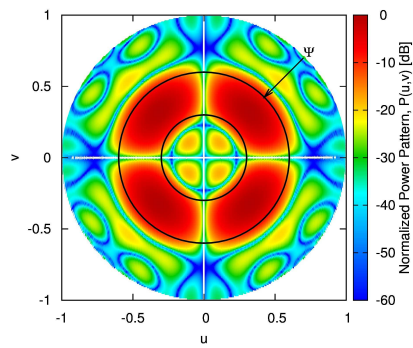
**Figure 10** - Numerical validation [Square ( $u_M = v_M = 0.2$ ) and Circular Arrays ( $r_M = 0.2$ )] - Behaviour of the design time  $\Delta t$  against the array aperture  $P \times Q$ , for circular or planar collection area.



(a)



(b)



(c)

**Figure 11** - Numerical validation [ $P = Q = 10$ , Bored Circular Collection Area,  $r'_M = 0.3$ ,  $r''_M = 0.6$ ,  $BCE = 95,03\%$ ] - Optimum DPSS planar array element's (a) amplitudes and (b) phases and (c) associated radiation pattern.



$P = Q$	$u_M = v_M$	$BCE$ [%]	$PSL$ [dB]	$FNBW$ $u_0 = v_0$
10	0.1	61.73	-15.49	$2.20 \times 10^{-1}$
	0.2	96.45	-22.46	$2.69 \times 10^{-1}$
	0.4	99.90	-31.56	$3.36 \times 10^{-1}$
15	0.075	68.85	-16.20	$1.49 \times 10^{-1}$
	0.15	98.10	-24.90	$1.91 \times 10^{-1}$
	0.3	99.94	-30.14	$2.27 \times 10^{-1}$
20	0.05	61.00	-15.61	$1.09 \times 10^{-1}$
	0.1	96.39	-22.66	$1.35 \times 10^{-1}$
	0.2	99.97	-42.24	$2.01 \times 10^{-1}$

**Table I** - Numerical validation [Square Array, Square Collection Area] - Figures of merit obtained by DPSS planar arrays.

$P$	$Q$	$u_M = v_M$	$BCE$ [%]	$PSL$ [dB]	$FNBW$ $u_0$	$FNBW$ $v_0$
5	10	0.1	36.62	-13.36	$4.27 \times 10^{-1}$	$2.20 \times 10^{-1}$
		0.2	76.91	-15.05	$4.48 \times 10^{-1}$	$2.69 \times 10^{-1}$
		0.4	98.46	-21.90	$5.37 \times 10^{-1}$	$3.36 \times 10^{-1}$
10	15	0.075	54.16	-14.45	$2.13 \times 10^{-1}$	$1.49 \times 10^{-1}$
		0.15	92.13	-18.43	$2.41 \times 10^{-1}$	$1.91 \times 10^{-1}$
		0.3	99.88	-30.08	$3.34 \times 10^{-1}$	$2.27 \times 10^{-1}$
10	20	0.05	36.32	-13.73	$2.08 \times 10^{-1}$	$1.09 \times 10^{-1}$
		0.1	77.13	-15.48	$2.20 \times 10^{-1}$	$1.35 \times 10^{-1}$
		0.2	98.20	-22.45	$2.69 \times 10^{-1}$	$2.00 \times 10^{-1}$

**Table II** - Numerical validation [Rectangular Array, Square Collection Area] - Figures of merit obtained by DPSS planar arrays.

$P = Q$	$K$	$u_M = v_M$	$BCE$ [%]	$PSL$ [dB]	$FNBW$ $u_0 = v_0$
10	76	0.1	54.69	-18.42	$2.63 \times 10^{-1}$
		0.2	94.21	-24.66	$3.07 \times 10^{-1}$
		0.4	99.20	-29.78	$4.05 \times 10^{-1}$
15	177	0.075	63.73	-19.37	$1.72 \times 10^{-1}$
		0.15	97.08	-26.07	$2.08 \times 10^{-1}$
		0.3	99.95	-30.24	$2.69 \times 10^{-1}$
20	316	0.05	54.12	-19.16	$1.28 \times 10^{-1}$
		0.1	94.37	-24.47	$2.50 \times 10^{-1}$
		0.2	99.96	-41.74	$2.18 \times 10^{-1}$

**Table III** - Numerical validation [Circular Array, Square Collection Area] - Figures of merit obtained by DPSS planar arrays.

		<i>Square Array</i>			<i>Circular Array</i>		
$P = Q$	$r_M$	<i>BCE</i> [%]	<i>PSL</i> [dB]	<i>FNBW</i> $u_0 = v_0$	<i>BCE</i> [%]	<i>PSL</i> [dB]	<i>FNBW</i> $u_0 = v_0$
10	0.1	48.83	-21.12	$2.60 \times 10^{-1}$	43.61	-22.50	$2.97 \times 10^{-1}$
	0.2	86.48	-34.94	$3.54 \times 10^{-1}$	81.54	-37.50	$4.17 \times 10^{-1}$
	0.4	99.60	-23.11	$2.90 \times 10^{-1}$	99.44	-25.97	$3.53 \times 10^{-1}$
15	0.075	55.02	-23.50	$1.84 \times 10^{-1}$	51.00	-25.31	$2.02 \times 10^{-1}$
	0.15	91.16	-34.32	$2.43 \times 10^{-1}$	87.49	-42.75	$2.84 \times 10^{-1}$
	0.3	99.76	-23.07	$1.98 \times 10^{-1}$	99.68	-27.59	$2.31 \times 10^{-1}$
20	0.05	48.93	-21.33	$1.30 \times 10^{-1}$	43.89	-23.69	$1.46 \times 10^{-1}$
	0.1	81.99	-42.50	$2.03 \times 10^{-1}$	79.13	-42.94	$2.16 \times 10^{-1}$
	0.2	99.40	-23.07	$1.54 \times 10^{-1}$	99.30	-27.63	$1.80 \times 10^{-1}$

**Table IV** - Numerical validation [*Square and Circular Array, Circular Collection Area*] - Figures of merit obtained by *DPSS* planar arrays.

## Appendix A

Risoluzione integrale:

$$\begin{aligned} I &= \int_{-u_0}^{u_0} \int_{-v_0}^{v_0} e^{jk(ux_m+vy_m)} e^{-jk(ux_n+vy_n)} dudv & (14) \\ &= \int_{-u_0}^{u_0} e^{jku(x_m-x_n)} du \int_{-v_0}^{v_0} e^{jkv(y_m-y_n)} dv \\ &= \left( \frac{e^{jku_0(x_m-x_n)} - e^{-jku_0(x_m-x_n)}}{jku_0(x_m-x_n)} \right) \left( \frac{e^{jkv_0(y_m-y_n)} - e^{-jkv_0(y_m-y_n)}}{jkv_0(y_m-y_n)} \right) \\ &= \left( \frac{2 \sin(ku_0(x_m-x_n))}{ku_0(x_m-x_n)} \right) \left( \frac{2 \sin(kv_0(y_m-y_n))}{kv_0(y_m-y_n)} \right) \\ &= 4u_0v_0 \operatorname{sinc}[ku_0(x_m-x_n)] \operatorname{sinc}[kv_0(y_m-y_n)] \end{aligned}$$

## Appendix B

**Risoluzione integrale:**

$$I = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi e^{jk \sin \theta ((x_m - x_r) \cos \phi + (y_n - y_s) \sin \phi)} \sin \theta d\theta d\phi \quad (15)$$

Consideriamo separatamente i due integrali che compongono la (15)

$$I = \int_0^\pi \sin \theta \left( \int_0^{2\pi} e^{jk \sin \theta ((x_m - x_r) \cos \phi + (y_n - y_s) \sin \phi)} d\phi \right) d\theta \quad (16)$$

Il primo integrale (all'interno delle parentesi tonde) si può riscrivere come:

$$I' = \int_{-\pi}^\pi e^{j(a \cos \phi + b \sin \phi)} d\phi \quad (17)$$

dove  $a = k \sin \theta (x_m - x_r)$  e  $b = k \sin \theta (y_n - y_s)$ .

Consideriamo l'argomento dell'esponenziale:

$$\begin{aligned} a \cos \phi + b \sin \phi &= a \frac{(e^{j\phi} + e^{-j\phi})}{2} + b \frac{(e^{j\phi} - e^{-j\phi})}{2j} \\ &= \frac{ae^{j\phi}}{2} + \frac{ae^{-j\phi}}{2} - j \frac{be^{j\phi}}{2} + j \frac{be^{-j\phi}}{2} \\ &= \frac{e^{j\phi}}{2}(a - jb) + \frac{e^{-j\phi}}{2}(a + jb) \\ &= \frac{e^{j\phi}}{2j}(b + ja) - \frac{e^{-j\phi}}{2j}(b - ja) \\ &= \frac{e^{j\phi}}{2j} \sqrt{a^2 + b^2} e^{j \arctan(a/b)} - \frac{e^{-j\phi}}{2j} \sqrt{a^2 + b^2} e^{-j \arctan(a/b)} \\ &= \sqrt{a^2 + b^2} \left( \frac{e^{j(\phi + \arctan(a/b))} - e^{-j(\phi + \arctan(a/b))}}{2j} \right) \\ &= \sqrt{a^2 + b^2} \sin(\phi + \arctan(a/b)) \end{aligned} \quad (18)$$

La (17) può essere quindi riscritta nella forma:

$$I' = \int_{-\pi}^\pi e^{j\sqrt{a^2 + b^2} \sin(\phi + \arctan(a/b))} d\phi = \int_{-\pi}^\pi e^{jk \sin(\phi + k')} d\phi \quad (19)$$

L'integrale è quindi riconducibile ad una funzione di Bessel; per definizione

$$J_0(x) \triangleq \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^\pi e^{jx \sin \phi} d\phi \quad (20)$$

Si può osservare che le formule (19) e (20) sono equivalenti, dato che la costante  $k' = \arctan(a/b)$  non ha nessuna influenza sul risultato dell'integrazione effettuata su un intero periodo di una funzione periodica. Di conseguenza

$$I' = \int_{-\pi}^\pi e^{j(a \cos \phi + b \sin \phi)} d\phi = 2\pi J_0(\sqrt{a^2 + b^2}) \quad (21)$$

L'integrale doppio definito in (15) si riduce quindi a

$$I = 2\pi \int_0^\pi J_0(\sqrt{a^2 + b^2}) \sin\theta d\theta \quad (22)$$

dove  $\sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{k^2 \sin^2 \theta (x_m - x_r)^2 + k^2 \sin^2 \theta (y_n - y_s)^2} = k \sqrt{(x_m - x_r)^2 + (y_n - y_s)^2} \sin\theta = C \sin\theta$   
 La soluzione dell'integrale è proposta in [2] (Formula 10.35)

$$2\pi \int_0^\pi J_0(\sqrt{a^2 + b^2}) \sin\theta d\theta = 4\pi \operatorname{sinc} C \quad (23)$$

In conclusione

$$I = 4\pi \operatorname{sinc} \left( k \sqrt{(x_m - x_r)^2 + (y_n - y_s)^2} \right) \quad (24)$$

## References

- [1] H. L. Van Trees, *Optimum Array Processing*, Part IV of Detection, Estimation, and Modulation Theory, Wiley, Section 3.1.1.8, pp. 103-107, 2002.
- [2] A. W. Rudge, K. Mine, K. D. Olver, and P. Knight, *The Handbook of Antenna Design*, Volume 2, IEE, 1983.
- [3] A. Massa, G. Oliveri, F. Viani, and P. Rocca, "Array designs for long-distance wireless power transmission - State-of-the-art and innovative solutions," *Proceedings of the IEEE - Special Issue on "Wireless Power Technology, Transmission and Applications"*, vol. 101, no. 6, pp. 1464-1481, June 2013.
- [4] G. Oliveri, L. Poli, and A. Massa, "Maximum efficiency beam synthesis of radiating planar arrays for wireless power transmission," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, pp. 2490-2499, vol. 61, no. 5, May 2013.
- [5] G. Franceschetti, P. Rocca, F. Robol, and A. Massa, "Design and optimization of efficient rectenna systems for space solar power applications," *International Conference on Electromagnetics and Advanced Applications (ICEAA 2012)* - Invited paper, Session title: "Wireless power transmission", Cape Town, South Africa, Sep. 2-7, 2012.
- [6] G. Franceschetti, P. Rocca, F. Robol, and A. Massa, "Innovative rectenna design for space solar power systems," *IEEE MTT-S International Microwave Workshop Series on "Innovative Wireless Power Transmission: Technologies, Systems, and Applications" (IMWS-IWPT2012)*, Kyoto, Japan, pp. 151-153, May 10-11, 2012.
- [7] G. Oliveri, P. Rocca, F. Viani, F. Robol, and Andrea Massa, "Latest advances and innovative solutions in antenna array synthesis for microwave wireless power transmission," *IEEE MTT-S International Microwave Workshop Series on "Innovative Wireless Power Transmission: Technologies, Systems, and Applications" (IMWS-IWPT2012)*, Kyoto, Japan, pp. 71-73, May 10-11, 2012.
- [8] G. Oliveri, P. Rocca, and A. Massa, "Array antenna architectures for solar power satellites and wireless power transmission," *XXX URSI General Assembly and Scientific Symposium of International Union of Radio Science (URSI GASS 2011)* - Invited paper, Session title: "Solar power satellites and wireless power transmission", Istanbul, Turkey, Aug. 13-20, 2011.
- [9] G. Franceschetti, A. Massa, and P. Rocca, "Innovative antenna systems for efficient microwave power collection," *IEEE MTT-S International Microwave Workshop Series on "Innovative Wireless Power Transmission: Technologies, Systems, and Applications" (IMWS-IWPT2011)*, Uji (Kyoto), Japan, pp. 275-278, May 12-13, 2011 (Invited paper).
- [10] P. Rocca, G. Oliveri, and A. Massa, "Innovative array designs for wireless power transmission," *IEEE MTT-S International Microwave Workshop Series on "Innovative Wireless Power Transmission: Technologies, Systems, and Applications" (IMWS-IWPT2011)*, Uji (Kyoto), Japan, pp. 279-282, May 12-13, 2011 (Invited paper).

## Further References

- P. Rocca, L. Manica, and A. Massa, "An improved excitation matching method based on an ant colony optimization for suboptimal-free clustering in sum-difference compromise synthesis," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 57, no. 8, pp. 2297-2306, Aug. 2009.
- P. Rocca, L. Manica, and A. Massa, "Ant colony based hybrid approach for optimal compromise sum-difference patterns synthesis," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 52, no. 1, pp. 128-132, Jan. 2010.
- P. Rocca, L. Manica, and A. Massa, "Hybrid approach for sub-arrayed monopulse antenna synthesis," *Electronics Letters*, vol. 44, no. 2, pp. 75-76, Jan. 2008.



- P. Rocca, L. Manica, F. Stringari, and A. Massa, "Ant colony optimization for tree-searching based synthesis of monopulse array antenna," *Electronics Letters*, vol. 44, no. 13, pp. 783-785, Jun. 19, 2008.
- L. Poli, P. Rocca, G. Oliveri, and A. Massa, "Adaptive nulling in time-modulated linear arrays with minimum power losses," *IET Microwaves, Antennas & Propagation*, vol. 5, no. 2, pp. 157-166, 2011.
- P. Rocca, L. Poli, G. Oliveri, and A. Massa, "Adaptive nulling in time-varying scenarios through time-modulated linear arrays," *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.*, vol. 11, pp. 101-104, 2012.
- M. Benedetti, G. Oliveri, P. Rocca, and A. Massa, "A fully-adaptive smart antenna prototype: ideal model and experimental validation in complex interference scenarios," *Progress in Electromagnetic Research, PIER* 96, pp. 173-191, 2009.
- M. Benedetti, R. Azaro, and A. Massa, "Memory enhanced PSO-based optimization approach for smart antennas control in complex interference scenarios," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 56, no. 7, pp. 1939-1947, Jul. 2008.
- M. Benedetti, R. Azaro, and A. Massa, "Experimental validation of a fully-adaptive smart antenna prototype," *Electronics Letters*, vol. 44, no. 11, pp. 661-662, May 2008.
- R. Azaro, L. Ioriatti, M. Martinelli, M. Benedetti, and A. Massa, "An experimental realization of a fully-adaptive smart antenna," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 50, no. 6, pp. 1715-1716, Jun. 2008.
- M. Donelli, R. Azaro, L. Fimognari, and A. Massa, "A planar electronically reconfigurable Wi-Fi band antenna based on a parasitic microstrip structure," *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.*, vol. 6, pp. 623-626, 2007.
- M. Benedetti, R. Azaro, D. Franceschini, and A. Massa, "PSO-based real-time control of planar uniform circular arrays," *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.*, vol. 5, pp. 545-548, 2006.
- F. Viani, L. Lizzi, M. Donelli, D. Pregolato, G. Oliveri, and A. Massa, "Exploitation of smart antennas in wireless sensor networks," *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, vol. 24, no. 5/6, pp. 993-1003, 2010.
- E. T. Bekele, L. Poli, M. D'Urso, P. Rocca, and A. Massa, "Pulse-shaping strategy for time modulated arrays - Analysis and design," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, in press.
- P. Rocca, L. Poli, G. Oliveri, and A. Massa, "A multi-stage approach for the synthesis of sub-arrayed time modulated linear arrays," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 59, no. 9, pp. 3246-3254, Sep. 2011.
- L. Poli, P. Rocca, G. Oliveri, and A. Massa, "Harmonic beamforming in time-modulated linear arrays," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 59, no. 7, pp. 2538-2545, Jul. 2011.
- L. Poli, P. Rocca, L. Manica, and A. Massa, "Handling sideband radiations in time-modulated arrays through particle swarm optimization," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 58, no. 4, pp. 1408-1411, Apr. 2010.
- P. Rocca, L. Poli, G. Oliveri, and A. Massa, "Adaptive nulling in time-varying scenarios through time-modulated linear arrays," *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.*, vol. 11, pp. 101-104, 2012.
- P. Rocca, L. Poli, and A. Massa, "Instantaneous directivity optimization in time-modulated array receivers," *IET Microwaves, Antennas & Propagation*, vol. 6, no. 14, pp. 1590-1597, Nov. 2012.
- P. Rocca, L. Poli, L. Manica, and A. Massa, "Synthesis of monopulse time-modulated planar arrays with controlled sideband radiation," *IET Radar, Sonar & Navigation*, vol. 6, no. 6, pp. 432-442, 2012.
- L. Poli, P. Rocca, and A. Massa, "Sideband radiation reduction exploiting pattern multiplication in directive time-modulated linear arrays," *IET Microwaves, Antennas & Propagation*, vol. 6, no. 2, pp. 214-222, 2012.

- L. Poli, P. Rocca, G. Oliveri, and A. Massa, "Adaptive nulling in time-modulated linear arrays with minimum power losses," *IET Microwaves, Antennas & Propagation*, vol. 5, no. 2, pp. 157-166, 2011.
- L. Poli, P. Rocca, L. Manica, and A. Massa, "Time modulated planar arrays - Analysis and optimization of the sideband radiations," *IET Microwaves, Antennas & Propagation*, vol. 4, no. 9, pp. 1165-1171, 2010.
- L. Poli, P. Rocca, L. Manica, and A. Massa, "Pattern synthesis in time-modulated linear arrays through pulse shifting," *IET Microwaves, Antennas & Propagation*, vol. 4, no. 9, pp. 1157-1164, 2010.
- P. Rocca, L. Poli, G. Oliveri, and A. Massa, "Synthesis of time-modulated planar arrays with controlled harmonic radiations," *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, vol. 24, no. 5/6, pp. 827-838, 2010.
- L. Manica, P. Rocca, L. Poli, and A. Massa, "Almost time-independent performance in time-modulated linear arrays," *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.*, vol. 8, pp. 843-846, 2009.
- P. Rocca, L. Manica, L. Poli, and A. Massa, "Synthesis of compromise sum-difference arrays through time-modulation," *IET Radar, Sonar & Navigation*, vol. 3, no. 6, pp. 630-637, 2009.
- P. Rocca, L. Manica, R. Azaro, and A. Massa, "A hybrid approach for the synthesis of sub-arrayed monopulse linear arrays," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 57, no. 1, pp. 280-283, Jan. 2009.
- L. Manica, P. Rocca, M. Benedetti, and A. Massa, "A fast graph-searching algorithm enabling the efficient synthesis of sub-arrayed planar monopulse antennas," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 57, no. 3, pp. 652-664, Mar. 2009.
- P. Rocca, L. Manica, A. Martini, and A. Massa, "Compromise sum-difference optimization through the iterative contiguous partition method," *IET Microwaves, Antennas & Propagation*, vol. 3, no. 2, pp. 348-361, 2009.
- L. Manica, P. Rocca, and A. Massa, "An excitation matching procedure for sub-arrayed monopulse arrays with maximum directivity," *IET Radar, Sonar & Navigation*, vol. 3, no. 1, pp. 42-48, Feb. 2009.
- L. Manica, P. Rocca, A. Martini, and A. Massa, "An innovative approach based on a tree-searching algorithm for the optimal matching of independently optimum sum and difference excitations," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 56, no. 1, pp. 58-66, Jan. 2008.
- P. Rocca, L. Manica, and A. Massa, "Synthesis of monopulse antennas through the iterative contiguous partition method," *Electronics Letters*, vol. 43, no. 16, pp. 854-856, Aug. 2007.
- P. Rocca, L. Manica, A. Martini, and A. Massa, "Synthesis of large monopulse linear arrays through a tree-based optimal excitations matching," *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.*, vol. 7, pp. 436-439, 2007.
- P. Rocca, L. Manica, and A. Massa, "An effective excitation matching method for the synthesis of optimal compromises between sum and difference patterns in planar arrays," *Progress in Electromagnetic Research B*, vol. 3, pp. 115-130, 2008.
- P. Rocca, L. Manica, and A. Massa, "Directivity optimization in planar sub-arrayed monopulse antenna," *Progress in Electromagnetic Research L*, vol. 4, pp. 1-7, 2008.
- G. Oliveri, "Multi-beam antenna arrays with common sub-array layouts," *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.*, vol. 9, pp. 1190-1193, 2010.
- P. Rocca, R. Haupt, and A. Massa, "Sidelobe reduction through element phase control in sub-arrayed array antennas," *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.*, vol. 8, pp. 437-440, 2009.

- P. Rocca, L. Manica, M. Pastorino, and A. Massa, "Boresight slope optimization of sub-arrayed linear arrays through the contiguous partition method," *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.*, vol. 8, pp. 253-257, 2008.
- L. Manica, P. Rocca, G. Oliveri, and A. Massa, "Synthesis of multi-beam sub-arrayed antennas through an excitation matching strategy," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 59, no. 2, pp. 482-492, Feb. 2011.
- L. Manica, P. Rocca, and A. Massa, "Design of subarrayed linear and planar array antennas with SLL control based on an excitation matching approach," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 57, no. 6, pp. 1684-1691, Jun. 2009.
- P. Rocca, R. L. Haupt, and A. Massa, "Interference suppression in uniform linear array through a dynamic thinning strategy," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 59, no. 12, pp. 4525-4533, Dec. 2011.
- P. Rocca, L. Manica, N. Anselmi, and A. Massa, "Analysis of the pattern tolerances in linear arrays with arbitrary amplitude errors," *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.*, vol. 12, pp. 639-642, 2013.
- L. Manica, P. Rocca, N. Anselmi, and A. Massa, "On the synthesis of reliable linear arrays through interval arithmetic," *IEEE International Symposium on Antennas Propag. (APS/URSI 2013)*, Orlando, Florida, USA, Jul. 7-12, 2013 (accepted).
- L. Manica, P. Rocca, G. Oliveri, and A. Massa, "Designing radiating systems through interval analysis tools," *IEEE International Symposium on Antennas Propag. (APS/URSI 2013)*, Orlando, Florida, USA, Jul. 7-12, 2013 (accepted).
- M. Carlin, N. Anselmi, L. Manica, P. Rocca, and A. Massa, "Exploiting interval arithmetic for predicting real arrays performances - The linear case," *IEEE International Symposium on Antennas Propag. (APS/URSI 2013)*, Orlando, Florida, USA, Jul. 7-12, 2013 (accepted).
- G. Oliveri and A. Massa, "Bayesian compressive sampling for pattern synthesis with maximally sparse non-uniform linear arrays," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 59, no. 2, pp. 467-481, Feb. 2011.
- G. Oliveri, M. Carlin, and A. Massa, "Complex-weight sparse linear array synthesis by Bayesian Compressive Sampling," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 60, no. 5, pp. 2309-2326, May 2012.
- G. Oliveri, P. Rocca, and A. Massa, "Reliable Diagnosis of Large Linear Arrays - A Bayesian Compressive Sensing Approach," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 60, no. 10, pp. 4627-4636, Oct. 2012.
- G. Oliveri, L. Manica, and A. Massa, "ADS-Based guidelines for thinned planar arrays," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 58, no. 6, pp. 1935-1948, Jun. 2010.
- G. Oliveri and A. Massa, "ADS-based array design for 2D and 3D ultrasound imaging," *IEEE Trans. Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, vol. 57, no. 7, pp. 1568-1582, Jul. 2010.
- G. Oliveri and A. Massa, "GA-Enhanced ADS-based approach for array thinning," *IET Microwaves, Antennas & Propagation*, vol. 5, no. 3, pp. 305-315, 2011.
- G. Oliveri, F. Caramanica, C. Fontanari, and A. Massa, "Rectangular thinned arrays based on McFarland difference sets," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 59, no. 5, pp. 1546-1552, May 2011.
- G. Oliveri, F. Caramanica, and A. Massa, "Hybrid ADS-based techniques for radio astronomy array design," *IEEE Trans. Antennas Propag.* - Special Issue on "Antennas for Next Generation Radio Telescopes," vol. 59, no. 6, pp. 1817-1827, Jun. 2011.
- M. Carlin, G. Oliveri, and A. Massa, "On the robustness to element failures of linear ADS-thinned arrays," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 59, no. 12, pp. 4849-4853, Dec. 2011.

- P. Rocca, "Large array thinning by means of deterministic binary sequences," *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.*, vol. 10, pp. 334-337, 2011.
- P. Rocca, R. L. Haupt, and A. Massa, "Interference suppression in uniform linear array through a dynamic thinning strategy," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 59, no. 12, pp. 4525-4533, Dec. 2011.
- G. Oliveri and A. Massa, "Fully-interleaved linear arrays with predictable sidelobes based on almost difference sets," *IET Radar, Sonar & Navigation*, vol. 4, no. 5, pp. 649-661, 2010.
- G. Oliveri, P. Rocca, and A. Massa, "Interleaved linear arrays with difference sets," *Electronics Letters*, vol. 46, no. 5, pp. 323-324, Mar. 2010.
- G. Oliveri, L. Manica, and A. Massa, "On the impact of mutual coupling effects on the PSL performances of ADS thinned arrays," *Progress in Electromagnetic Research, PIER B*, vol. 17, pp. 293-308, 2009.
- G. Oliveri, M. Donelli, and A. Massa, "Linear array thinning exploiting almost difference sets," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 57, no. 12, pp. 3800-3812, Dec. 2009.
- G. Oliveri, F. Caramanica, M. D. Migliore, and A. Massa, "Synthesis of non-uniform MIMO arrays through combinatorial sets," *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.*, vol. 11, pp. 728-731, 2012.