

Università degli Studi di Trento  
Università degli Studi di Bergamo  
Università degli Studi di Brescia  
Università degli Studi di Padova  
Università degli Studi di Trieste  
Università degli Studi di Udine  
Università IUAV di Venezia

Virna Maria Nannei

**STUDIO SPERIMENTALE  
SUL COMPORTAMENTO REOLOGICO  
DELLE TRAVI IN LEGNO E DELLE TRAVI MISTE  
LEGNO-CALCESTRUZZO**

Relatore: prof. Ezio Giuriani

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRENTO

Dottorato di ricerca in Ingegneria dei Sistemi Strutturali Civili e Meccanici

XXIII ciclo

Coordinatore: prof. Davide Bigoni

Esame finale: 08/04/2011

Commissione esaminatrice:

prof. Antonio Tralli, Università degli Studi di Ferrara

prof. Nerio Tullini, Università degli Studi di Ferrara

prof.ssa Mariapaola Gatti, Università degli Studi di Trento

---

## SOMMARIO

---

Il comportamento meccanico del legno è fortemente condizionato dalla durata del carico, sia in termini di resistenza, sia in termini di rigidità. Il problema della deformabilità degli impalcati, in particolare, rappresenta un aspetto essenziale nella progettazione delle strutture in legno, poiché, per le travi di luce ordinaria, il comportamento in esercizio costituisce in genere un criterio di verifica più severo rispetto allo stato limite ultimo.

Il presente lavoro di ricerca ha riguardato lo studio del comportamento reologico delle travi in legno e delle travi miste legno-calcestruzzo, mediante un approccio sperimentale teso ad approfondire le diverse componenti che contribuiscono a caratterizzare lo sviluppo della deformazione differita: la viscosità a flessione, a taglio e, nella trave mista, la viscosità della connessione.

L'accoppiamento con una lastra collaborante in calcestruzzo armato rappresenta una soluzione diffusa per il miglioramento della rigidità, oltre che della resistenza, delle travi in legno, la cui validità dipende dall'efficacia della connessione tra i due materiali, oltre che dalle caratteristiche di questi ultimi. In questa sede è stato indagato, mediante una prova di flessione di lunga durata, il comportamento deformativo di una trave mista legno-calcestruzzo di 8 metri di luce con connessione a piolo. La prova è stata condotta in ambiente interno con condizioni igrometriche variabili e i risultati sono stati posti a confronto con le previsioni del metodo suggerito dall'Eurocodice 5.

Un secondo ambito di ricerca ha riguardato il comportamento reologico del legno soggetto ad azione di taglio, che rappresenta uno degli aspetti meno esplorati nelle indagini sul legno. Tale comportamento è stato caratterizzato mediante prove di lunga durata su campioni di piccole dimensioni soggetti a diversi livelli di sforzo, in ambiente controllato a temperatura costante e umidità ambientale relativa

variabile; anche in questo caso i risultati ottenuti sono stati posti a confronto con le previsioni della normativa e con il modello reologico proposto da Toratti. Calibrando sperimentalmente i parametri di questo modello, è stata effettuata una previsione del coefficiente di viscosità per la vita utile delle strutture in classe di servizio 1 e 3.

L'indagine sui fenomeni che determinano il comportamento reologico delle travi in legno e delle travi miste è stata completata mediante prove di flessione su travi in legno e prove di taglio su connessioni a piolo legno-calcestruzzo e legno-malta di calce naturale, condotte nello stesso ambiente in cui si è svolta la prova sulla trave mista.

---

## SUMMARY

---

The mechanical behaviour of wood is highly conditioned by the duration of load with regard to both its resistance and stiffness. In particular the problem of the deformability of floors is an essential aspect in design of wooden structures since, as to ordinary span beams, the service behaviour is generally a more severe standard of verification than the ultimate limit state.

This research concerned the investigation of the rheological behaviour of timber and timber-concrete composite beams through an experimental approach, in order to go deep into the different components that influence the development of the long term deflection: bending and shear creep, as well as creep of connection for composite beams.

The addition of a collaborating reinforced concrete slab is an ordinary solution for improving the stiffness and resistance of wooden beams, the validity of which depends on the deformability of the connection system, in addition to the mechanical properties of timber and concrete. In this work was investigated the long term behaviour of an 8 meter span timber-concrete composite beam, with stud connection.

The test was carried out indoor, in variable hygrometric conditions and the results were compared with the forecasts of the method suggested by Eurocode 5.

A second area of investigation concerned the rheological behaviour of the wood subject to shear, which represents one of the less explored aspects of the research into the wood. That behaviour has been investigated through long term tests on small specimens subject to different stress levels, performed indoor at uniform temperature and variable environmental relative humidity. In that case too, the results were compared with the provisions of the codes and rheological model proposed by Toratti. By experimentally calibrating the parameters of that model was

made a forecast of the creep coefficient for the service life of the structures in service class 1 and 3.

The inquiry into the phenomena that cause the rheological behaviour of timber and composite beams was completed through bending tests on wooden beams and shear tests on timber-concrete and timber-lime mortar stud connections, carried out in the same ambient where the test on the composite beam was made.

***A Federico, Domitilla e Flaminia***





---

## RINGRAZIAMENTI

---

*Desidero ringraziare il prof. Ezio Giuriani per la guida che mi ha offerto in questi anni e gli interessanti spunti di analisi che mi ha concesso di indagare, la prof.ssa Irene Giustina per le preziose indicazioni e il prof. Giovanni Plizzari per la sua immancabile disponibilità.*

*Ringrazio vivamente l'ing. Alessandra Marini e l'ing. Giovanni Metelli, in rigoroso ordine alfabetico, per il tempo dedicatomi e per la sollecitudine dimostrata nel consigliarmi sia durante la fase sperimentale sia durante la stesura del lavoro di ricerca.*

*Un doveroso ringraziamento è rivolto alla dott.ssa Maria Vittoria Nannei e all'ing. Mario Casirati per i suggerimenti che mi hanno fornito durante il lavoro di traduzione dei testi in lingua francese.*

*Un pensiero di gratitudine, per l'attiva collaborazione, è rivolto inoltre all'ing. Francesco Brignani e ai tecnici del Laboratorio Pisa che, in momenti diversi e con differenti modalità, mi hanno supportato nella fase sperimentale; in particolare, ringrazio sentitamente il sig. Domenico Fiorillo, il sig. Luca Martinelli, il sig. Domenico Caravaggi e il sig. Andrea Delbarba.*

*Ringrazio la ditta Moretti-Interholz di Erbusco (BS) per aver fornito parte del materiale utilizzato nelle indagini sperimentali.*

*Ringrazio affettuosamente tutti i colleghi che, con la loro amicizia, hanno reso meno arduo il cammino, in particolare Elisa, Nicola, Luca, Federica e Giuseppe che hanno saputo spronarmi e confortarmi nei momenti di difficoltà.*

*Ringrazio i miei genitori e mia sorella, che mi hanno sostenuto, e Federico, sempre accanto a me.*



---

## INDICE

---

<b>SOMMARIO</b>	
<b>SUMMARY</b>	
<b>RINGRAZIAMENTI</b>	
<b>INDICE</b>	I
<b>1. INTRODUZIONE</b>	1
1.1 Referenze	3
<b><u>PARTE I: STATO DELL'ARTE</u></b>	
<b>2. INDAGINI SUL COMPORTAMENTO DELLE TRAVI IN LEGNO AGLI ALBORI DEL METODO SPERIMENTALE: LE ESPERIENZE DI GEORGES-LOUIS LECLERC DE BUFFON (1707-1788) E DI HENRI LOUIS DU HAMEL DU MONCEAU (1700-1782) NELLE "MÉMOIRES" DELL'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES</b>	7
<b>2.1 Introduzione</b>	7
<b>2.2 Sintesi dello sviluppo storico delle teorie sul comportamento della trave inflessa</b>	8
2.2.1 Scienza e arte del costruire dall'antichità al Rinascimento	8
2.2.2 Il Problema di Galileo	14
2.2.3 Distribuzione delle tensioni nella sezione e resistenza della trave inflessa	23
2.2.4 Deformazione della trave inflessa: la teoria della linea elastica	27
<b>2.3 Analisi delle esperienze sperimentali di Georges-Louis Leclerc De Buffon (1707-1788) e Henri Louis Du Hamel Du Monceau (1700-1782)</b>	36
2.3.1 Indagini sperimentali sul comportamento della trave inflessa nel XVIII secolo	36
2.3.2 <i>Le Esperienze sulla resistenza del legno</i> di Georges-Louis Leclerc De Buffon (1707-1788)	47
2.3.3 <i>Le Riflessioni ed esperienze sulla resistenza del legno</i> di Henri Louis Du Hamel Du Monceau (1700-1782)	53
<b>2.4 Osservazioni</b>	57
<b>2.5 Referenze</b>	60

I

<b>3. COMPORTAMENTO FLESSIONALE DELLA TRAVE IN LEGNO</b>	65
<b>3.1 Proprietà anatomiche e struttura chimica del legno</b>	65
3.1.1 Introduzione	65
3.1.2 Anatomia del tronco	65
3.1.3 Struttura e composizione chimica delle fibre	68
3.1.4 Aspetti caratteristici del materiale: variabilità, anisotropia e comportamento igroscopico	71
<b>3.2 Proprietà meccaniche del materiale</b>	78
3.2.1 Premessa	78
3.2.2 Ortotropia	79
3.2.3 Comportamento assiale	82
3.2.4 Comportamento a taglio	92
3.2.5 Comportamento a flessione	94
<b>3.3 Referenze</b>	102
<b>4. COMPORTAMENTO REOLOGICO DELLA TRAVE IN LEGNO</b>	105
<b>4.1 Introduzione</b>	
<b>4.2 Effetto della durata del carico sulla resistenza del legno</b>	106
4.2.1 Comportamento a flessione	106
4.2.2 Comportamento assiale e comportamento a taglio	110
4.2.3 Influenza del contenuto d'acqua	111
<b>4.3 Effetto della durata del carico sulla deformazione della trave</b>	112
4.3.1 Comportamento visco-elastico del legno	112
4.3.2 Effetto della temperatura	116
4.3.3 Effetto del contenuto d'acqua	120
4.3.4 Modelli per la valutazione della deformazione differita	126
4.3.5 Approccio prestazionale per la valutazione della deformazione differita	133
<b>4.4 Referenze</b>	137
<b>5. COMPORTAMENTO FLESSIONALE DELLA TRAVE MISTA IN LEGNO E CALCESTRUZZO</b>	141
<b>5.1 Introduzione</b>	141
<b>5.2 Solai misti legno-calcestruzzo di cemento</b>	142
5.2.1 Caratteristiche della sezione mista	142
5.2.2 Comportamento della connessione a piolo	152
5.2.3 Resistenza a rifollamento del legno	158
<b>5.3 Comportamento reologico della trave mista</b>	164
5.3.1 Comportamento reologico delle connessioni meccaniche tra elementi lignei	164
5.3.2 Comportamento reologico delle connessioni miste legno-calcestruzzo di cemento	169
5.3.3 Comportamento reologico della trave mista legno-calcestruzzo di cemento	171
<b>5.4 Solai misti legno-malta di calce naturale</b>	179
<b>5.5 Referenze</b>	183

<b>6. CONSIDERAZIONI SULLO STATO DELL'ARTE</b>	187
6.1 <b>Referenze</b>	187
 <b><u>PARTE II: STUDIO SPERIMENTALE</u></b>	
<b>7. ARTICOLAZIONE DEL PROGRAMMA SPERIMENTALE</b>	193
<b>8. INDAGINE SPERIMENTALE SUL COMPORTAMENTO REOLOGICO DI UNA TRAVE MISTA IN LEGNO E CALCESTRUZZO DI CEMENTO IN AMBIENTE PROTETTO A UMIDITÀ' NON CONTROLLATA</b>	195
8.1 <b>Introduzione</b>	195
8.2 <b>Descrizione del banco, materiali e modalità di prova</b>	196
8.2.1 Geometria della trave e caratteristiche dei materiali	196
8.2.2 Applicazione dei carichi	201
8.2.3 Strumentazione	204
8.2.4 Modalità di prova	205
8.3 <b>Risultati</b>	205
8.3.1 Deformazioni istantanee	205
8.3.2 Deformazioni differite	206
8.4 <b>Analisi dei risultati</b>	211
8.4.1 Deformazioni istantanee	211
8.4.2 Deformazioni differite: confronto tra i risultati sperimentali e i coefficienti previsti dalla normativa	216
8.4.3 Deformazioni differite: valutazione del contributo dello scorrimento trave-soletta alla freccia della trave	223
8.4.4 Deformazioni differite: confronto tra i risultati sperimentali e quelli previsti attraverso i modelli teorici CEB/FIP e Toratti	227
8.4.5 Valutazione degli effetti delle deformazioni anelastiche determinate dalla variazione delle condizioni climatiche sulla freccia della trave	241
8.4.6 Osservazioni	242
8.5 <b>Referenze</b>	243
<b>9. INDAGINE SPERIMENTALE SUL COMPORTAMENTO REOLOGICO DI TRAVI IN LEGNO SOGGETTE A FLESSIONE IN AMBIENTE PROTETTO A UMIDITÀ' NON CONTROLLATA</b>	245
9.1 <b>Introduzione</b>	245
9.2 <b>Descrizione del banco, materiali e modalità di prova</b>	246
9.2.1 Geometria dei campioni e caratteristiche dei materiali	247
9.2.2 Applicazione dei carichi	248
9.2.3 Strumentazione	250
9.2.4 Modalità di prova	252
9.3 <b>Risultati</b>	252
9.3.1 Deformazioni istantanee	252
9.3.2 Deformazioni differite	254
9.4 <b>Analisi dei risultati</b>	256

9.4.1	Confronto tra i risultati sperimentali e il coefficiente di viscosità previsto dalla normativa	256
9.4.2	Confronto tra i risultati sperimentali e il metodo di calcolo della freccia differita proposto da Zago	260
9.4.3	Confronto tra i risultati sperimentali e il modello reologico di Toratti	261
9.4.4	Osservazioni	265
<b>9.5</b>	<b>Referenze</b>	265
<b>10.</b>	<b>INDAGINI SPERIMENTALI SUGLI EFFETTI DELLA VARIAZIONE DI CONTENUTO D'ACQUA SUL COMPORTAMENTO LOCALE A TAGLIO LONGITUDINALE-RADIALE</b>	267
<b>10.1</b>	<b>Introduzione</b>	267
<b>10.2</b>	<b>Prova A - Descrizione del banco, materiali e modalità di prova</b>	268
10.2.1	Geometria dei campioni e caratteristiche dei materiali	270
10.2.2	Applicazione dei carichi	272
10.2.3	Strumentazione	274
10.2.4	Modalità di prova	276
<b>10.3</b>	<b>Prova A - Risultati</b>	276
<b>10.4</b>	<b>Prova B - Descrizione del banco, materiali e modalità di prova</b>	281
10.4.1	Geometria dei campioni e caratteristiche dei materiali	282
10.4.2	Applicazione dei carichi	283
10.4.3	Strumentazione	285
10.4.4	Modalità di prova	285
<b>10.5</b>	<b>Prova B - Risultati</b>	286
10.5.1	Deformazioni istantanee	286
10.5.2	Deformazioni differite: condizioni di umidità ambientale costante	289
10.5.3	Deformazioni differite: condizioni di umidità ambientale variabile	291
<b>10.6</b>	<b>Prova B - Analisi dei risultati</b>	293
10.6.1	Deformazioni differite: condizioni di umidità ambientale costante	293
10.6.2	Deformazioni differite: condizioni di umidità ambientale variabile	296
10.6.3	Confronto tra i risultati sperimentali e il modello reologico di Toratti	298
10.6.4	Osservazioni	306
<b>10.7</b>	<b>Referenze</b>	308
<b>11.</b>	<b>INDAGINE SPERIMENTALE SUL COMPORTAMENTO REOLOGICO DI CONNESSIONI A PIOLO LEGNO-CALCESTRUZZO DI CEMENTO E LEGNO-MALTA DI CALCE NATURALE IN AMBIENTE PROTETTO A UMIDITÀ' NON CONTROLLATA</b>	309
<b>11.1</b>	<b>Introduzione</b>	309
<b>11.2</b>	<b>Descrizione del banco, materiali e modalità di prova</b>	310
11.2.1	Geometria dei campioni e caratteristiche dei materiali	311
11.2.2	Applicazione dei carichi	315
11.2.3	Strumentazione	317
11.2.4	Modalità di prova	317
<b>11.3</b>	<b>Risultati</b>	318
11.3.1	Deformazioni istantanee	318

11.3.2	Deformazioni differite	320
<b>11.4</b>	<b>Analisi dei risultati</b>	322
11.4.1	Confronto tra i risultati sperimentali e il coefficiente di viscosità previsto dalla normativa	322
11.4.2	Confronto tra i risultati sperimentali e il modello di Toratti	326
11.4.3	Osservazioni	330
<b>11.5</b>	<b>Referenze</b>	330
<b>12.</b>	<b>CONSIDERAZIONI CONCLUSIVE</b>	333
12.1	Referenze	336
	<b>BIBLIOGRAFIA</b>	337
	<b>APPENDICI</b>	347
A.	Traduzione dal francese della “ <i>Mémoire</i> ”: <i>Expérience sur la force du bois</i> (1740) di Georges-Louis Leclerc de Buffon (1707-1788)	347
B.	Traduzione dal francese della “ <i>Mémoire</i> ”: <i>Expérience sur la force du bois. Second Mémoire</i> (1741) di Georges-Louis Leclerc de Buffon (1707-1788)	357
C.	Traduzione dal francese della “ <i>Mémoire</i> ”: <i>Réflexions et expérience sur la force du bois</i> (1742) di Henri Louis du Hamel du Monceau (1700–1782)	385





---

## 1. INTRODUZIONE

---

Il comportamento meccanico del legno, uno dei primi materiali da costruzione impiegati dall'uomo, è stato oggetto privilegiato d'indagine fin dai primi passi della moderna scienza delle costruzioni, contribuendo in modo determinante al suo stesso sviluppo. L'oggetto di questa ricerca è uno studio sperimentale del comportamento reologico del materiale, volto alla comprensione dei fenomeni che contribuiscono a caratterizzare la deformabilità degli impalcati in legno. Questo argomento riveste grande interesse sia per la progettazione di nuove strutture, alla luce della rinnovata attenzione verso questo materiale per le sue caratteristiche di sostenibilità ambientale, sia per gli interventi di recupero degli edifici storici, in cui gli impalcati non sono generalmente adeguati a soddisfare le richieste prestazionali delle normative attuali, in particolar modo riguardo alla deformabilità in condizioni di esercizio.

La prima parte del lavoro di ricerca riguarda l'evoluzione delle conoscenze scientifiche relative al comportamento flessionale delle travi in legno e delle strutture miste in legno e calcestruzzo. Al fine di sottolineare l'importanza che le indagini sperimentali hanno sempre avuto nello studio del comportamento strutturale del legno, si è scelto di dedicare un primo capitolo dello stato dell'arte, il secondo capitolo della tesi, all'approfondimento del rapporto tra lo sviluppo delle conoscenze teoriche sul comportamento della trave agli albori della scienza delle costruzioni e lo sviluppo delle indagini sperimentali sul materiale. A questo proposito si è ritenuto significativo prestare particolare attenzione alla descrizione di alcuni tra i primissimi episodi di indagine sperimentale su travi in legno, le relazioni di Georges-Louis Leclerc De Buffon (1707-1788) e di Henri Louis Du Hamel Du Monceau (1700–1782) contenute nelle "*Mémoires*" dell'Académie Royale des

Sciences, in cui emergono le prime osservazioni relative all'influenza della durata del carico sulla resistenza e sulla rigidità di queste strutture.

Nel capitolo successivo sono approfonditi gli aspetti della struttura biologica e chimica e del comportamento meccanico del legno di maggior interesse per la comprensione del fenomeno deformativo degli elementi strutturali.

Il quarto capitolo illustra i principali aspetti del comportamento meccanico del legno legati all'effetto della durata del carico sulla resistenza e sulla rigidità, con particolare attenzione all'influenza delle condizioni di temperatura e umidità ambientale. In questo capitolo è inoltre brevemente illustrato il modello teorico per la valutazione della deformazione differita del legno proposto da Toratti nel 1992, utilizzato nell'analisi dei risultati sperimentali esposti nella seconda parte del lavoro.

Il quinto capitolo è dedicato alla presentazione del comportamento strutturale delle travi miste legno-calcestruzzo, soluzione progettuale che permette di migliorare il comportamento degli implacati lignei sia in termini di rigidità che in termini di resistenza. Il comportamento di queste strutture è strettamente legato all'efficacia della connessione tra i due materiali; in questo capitolo è approfonditamente discusso il comportamento della connessione a pioli lisci infissi a secco, soluzione presentata in Gelfi e Giuriani, 1995 e oggetto di indagini sperimentali descritte nella seconda parte del lavoro.

Nell'ultimo capitolo dello stato dell'arte sono raccolte alcune osservazioni su quanto emerso nei capitoli precedenti.

La seconda parte del lavoro raccoglie i risultati di una campagna sperimentale condotta per chiarire, alla luce del quadro emerso dallo stato dell'arte, alcuni aspetti del comportamento reologico del legno che contribuiscono a determinare la deformazione differita delle travi in legno e delle travi miste legno-calcestruzzo: la viscosità del legno soggetto a flessione e a taglio e la viscosità della connessione. Il programma sperimentale è brevemente illustrato in un capitolo introduttivo, il settimo.

Nell'ottavo capitolo sono illustrati i risultati di una prova di flessione di lunga durata su una trave mista legno-calcestruzzo, condotta in ambiente interno non controllato. I risultati della prova, durata due anni, sono stati analizzati al fine di valutare il diverso contributo della viscosità dei materiali e della connessione al comportamento deformativo complessivo della struttura. Tali risultati sono stati posti a confronto con le previsioni della normativa, Eurocodice 5 e Norme Tecniche per le Costruzioni, e del modello analitico proposto in Fragiaco, 2006, che utilizza la sovrapposizione degli effetti della viscosità di materiali e connessione e delle

deformazioni anelastiche, indotte dalla diversa risposta dei materiali alla variazione delle condizioni igrotermiche, per determinare il comportamento flessionale della trave mista soggetta ai carichi di lunga durata.

I risultati descritti nel nono capitolo riguardano una prova di flessione su travi in legno di dimensione ridotta, durata un anno e condotta nelle stesse condizioni della prova sulla trave mista legno-calcestruzzo, i cui risultati sono stati posti a confronto con le previsioni della normativa e con il modello reologico proposto da Toratti.

La prova illustrata nel decimo capitolo riguarda un aspetto poco esplorato del comportamento meccanico del legno soggetto a carichi di lunga durata: l'effetto delle variazioni di contenuto d'acqua sul comportamento locale del legno soggetto ad azione di taglio longitudinale-radiale. I risultati sperimentali, analizzati anche in questo caso mediante il modello di Toratti, hanno permesso di formulare ipotesi relative al coefficiente di viscosità mostrato dal legno soggetto a questo tipo di sollecitazione, in condizioni di umidità ambientale costante e in condizioni di variabilità dell'umidità ambientale relativa particolarmente severe.

L'ultima indagine sperimentale, descritta nell'undicesimo capitolo, riguarda il comportamento reologico di connessioni a piolo legno-calcestruzzo e legno-malta di calce naturale soggette ad azione di taglio. La prova rappresenta una prima verifica ai carichi di lunga durata della soluzione proposta in Marini et al., 2009, per il rinforzo degli impalcati di edifici storici con un materiale più compatibile con quelli tradizionali rispetto al calcestruzzo di cemento. I risultati sono stati posti a confronto con le osservazioni emerse dalla prova sulla trave mista, oltre che con le previsioni della normativa e con il modello di Toratti.

Il dodicesimo capitolo raccoglie infine alcune considerazioni emerse nel corso della campagna sperimentale, con un quadro riassuntivo dei coefficienti di viscosità del legno e delle connessioni osservati nel corso delle indagini, posti a confronto con quelli proposti dalla normativa.

In appendice sono raccolte le traduzioni dei testi francesi analizzati nel secondo capitolo della tesi.

## 1.1. REFERENZE

DE BUFFON G.L.L., *Expériences sur la force du Bois. Second Mémoire. Par M. de Buffon*, in AA. VV., *Histoire de l'Académie Royale des Science. Année M.DCCXLI. Avec les Mémoires de*

- Mathématique et de Physique, pour la meme Année. Tirés des registres de cette Académie*, Imprimerie Royale, Paris 1744, pp. 292-334
- DE BUFFON G.L.L., *Expériences sur la force du Bois. Par M. de Buffon*, in AA. VV., *Histoire de l'Académie Royale des Science. Année M.DCCXL. Avec les Mémoires de Mathématique et de Physique, pour la meme Année. Tirés des registres de cette Académie*, Imprimerie Royale, Paris 1742, pp. 453-467
- DU HAMEL DU MONCEAU H.L., *Réflexions et expériences sur la force des bois. Par M. du Hamel*, in AA. VV., *Histoire de l'Académie Royale des Science. Année M.DCCXLII. Avec les Mémoires de Mathématique et de Physique, pour la meme Année. Tirés des registres de cette Académie*, Imprimerie Royale, Paris 1745, pp. 335-346
- FRAGIACOMO M., *Long-term behavior of timber concrete composite beams. II: Numerical analysis and simplified evaluation*, in "Journal of Structural Engineering", 2006, n. 132 (2), pp. 23-33
- GELFI P. – GIURIANI E., *Travi miste in legno e calcestruzzo con connettori a piolo*, Atti del convegno "Il Workshop Italiano sulle Costruzioni Composte", Napoli, Italia, 22-23 Giugno 1995
- MARINI A. - ZANOTTI C. – COMINELLI S. – GASPAROTTI A. – GIURIANI E., *Strengthening of wooden floors by means of improved lime mortar slab*, Proceedings of the International Conference on Protection of Historical Buildings "Prohitech 09", Rome, Italy, 21st-24th June 2009
- TORATTI T., *Creep of timber beams in a variable environment*, Helsinki University of Technology, Report n. 31, Helsinki, Finland, 1992

## **PARTE I: STATO DELL'ARTE**



---

## 2. INDAGINI SUL COMPORTAMENTO DELLE TRAVI IN LEGNO AGLI ALBORI DEL METODO SPERIMENTALE: LE ESPERIENZE DI GEORGES-LOUIS LECLERC DE BUFFON (1707-1788) E DI HENRI-LOUIS DU HAMEL DU MONCEAU (1700-1782) NELLE “*MÉMOIRES*” DELL’ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES

---

### 2.1. INTRODUZIONE

Elemento costitutivo del sistema trilitico insieme al pilastro, la trave ha occupato un posto di primo piano nella tradizione della pratica architettonica fin dalle sue origini. Analogamente il legno, tra i primi materiali impiegati dall'uomo per costruire, ha costituito il punto di riferimento naturale per il cammino concettuale e le indagini sperimentali che hanno dato l'avvio alla teoria del calcolo strutturale, anche per l'interesse di carattere economico e militare suscitato dal problema dell'ottimizzazione dell'impiego del legno nel fasciame delle imbarcazioni. Non è dunque un caso che lo studio del comportamento della trave in legno soggetta a flessione sancisca, con la trattazione di Galileo Galilei nei *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze*, la nascita della scienza delle costruzioni e dello studio della resistenza dei materiali<sup>1</sup>.

In questo capitolo s'intende tracciare una breve sintesi dell'evoluzione delle teorie concernenti il comportamento della trave inflessa; poiché lo scopo è porre in

---

<sup>1</sup> Curiosamente, proprio la scelta del legno come oggetto della propria speculazione costituisce il punto debole dell'opera di Galileo, poiché, come sottolinea Di Pasquale, il comportamento del materiale immaginato dallo scienziato è molto più vicino a quello della pietra che a quello del legno (Di Pasquale, 1996).

evidenza il ruolo svolto dall'esperienza sperimentale nella comprensione del comportamento della trave fin dagli albori della scienza delle costruzioni, si è deciso di limitarsi a una breve sintesi dei principali passaggi di questa storia, sulla base di quanto esposto principalmente nei testi di Benvenuto, *La scienza delle costruzioni e il suo sviluppo storico*, e Di Pasquale, *L'arte del costruire*, e nei saggi di Booth, *The strength testing of timber during the 17th and the 18th centuries*, e Gargiani, *Macchine divulsorie tra Sei e Settecento per calcolare la resistenza dei materiali: verso la costruzione perfetta*, per concentrarsi in seguito sull'analisi di tre testi originali che descrivono alcuni tra i primissimi episodi di indagine sperimentale su travi in legno, le memorie di De Buffon e Du Hamel contenute negli atti dell'Académie Royale des Science.

## **2.2. SINTESI DELLO SVILUPPO STORICO DELLE TEORIE SUL COMPORTAMENTO DELLA TRAVE INFLESSA**

### **2.2.1 Scienza e arte del costruire dall'antichità al Rinascimento**

La nascita della moderna scienza delle costruzioni rappresenta un tassello essenziale della straordinaria rivoluzione del pensiero avviata tra la fine del XVI e l'inizio del XVII secolo, che ha condotto all'eccezionale sviluppo delle conoscenze degli ultimi quattro secoli. La differenza tra la scienza moderna e il patrimonio di conoscenze a essa precedente può essere individuata, secondo Benvenuto, nell'oggetto della ricerca: mentre il pensiero scientifico antico aveva come oggetto la critica della scienza stessa, ossia la ricerca di un significato dei fenomeni naturali, l'obiettivo della scienza moderna, che vede il suo atto di nascita nel XVIII secolo, con l'opera di Galileo Galilei, è la descrizione delle modalità di svolgimento dei fenomeni (Benvenuto, 2006). Grazie a questo cambiamento di prospettiva, la scienza ha potuto liberarsi dalla soggezione nei confronti del pensiero aristotelico, ancora predominante in epoca rinascimentale.

A dispetto delle sue finalità, comunque, Benvenuto riconosce al pensiero aristotelico alcune intuizioni che possono essere interpretate come importanti premesse allo sviluppo della statica e, in seconda battuta, della scienza delle costruzioni. Sebbene la meccanica di Aristotele<sup>2</sup> fosse incentrata sul moto, infatti,

---

<sup>2</sup> Aristotele, Stagira 384 a.C. – Calcide 322 a.C.



proprio dalle indagini sulle sue cause emergono alcune osservazioni riguardanti i principi dell'equilibrio di forze e momenti sui cui si basa la meccanica moderna, secondo la visione che diverrà predominante grazie alla sintesi operata da Varignon nella sua *Nouvelle Mécanique*.

Le osservazioni più interessanti, per quanto riguarda la teoria strutturale, sono quelle concernenti i rapporti tra la forza che muove un corpo, il peso del corpo, la velocità e la distanza percorsa. A questo proposito Aristotele cade in errore, ipotizzando una proporzionalità tra forza e velocità, anziché quella corretta tra forza e accelerazione, ma introduce anche un concetto corretto: si tratta del principio per cui i pesi spostati da una stessa forza sono inversamente proporzionali alle distanze percorse nello stesso tempo. Applicando questo principio al problema della leva, dalla condizione di equilibrio si ottiene una relazione tra pesi e velocità, e dunque tra pesi e spostamenti, che conduce all'uguaglianza tra il rapporto dei pesi e quello dei bracci della leva e quindi al concetto di equilibrio alla rotazione. Benvenuto sottolinea come questo principio, se applicato a spostamenti infinitesimi, possa essere interpretato come un'applicazione del principio dei lavori virtuali (Benvenuto, 2006).

Nelle *Questioni meccaniche*, la cui attribuzione ad Aristotele è generalmente contestata, compare per la prima volta il tema della trave inflessa. Nella sedicesima questione, infatti, si discute il motivo per cui una verga di legno è più debole, tanto più è lunga:

*"Che vuol dir che i legni, quanto più son lunghi, tanto più son deboli e informi, & elevati in alto si torcano e s'incurvano maggiormente che no fanno i manco lunghi?"* (Biringucci, 1582, p.67)

Riconducendo la questione al problema della leva, di cui si affronta per la prima volta la trattazione esplicita, l'autore fornisce, secondo Benvenuto, una prima espressione delle leggi di equilibrio alla traslazione e alla rotazione, evocando implicitamente il concetto di momento delle forze sollecitanti trasversali.

Il funzionamento della leva, cui s'interessa anche Archimede<sup>3</sup>, è uno degli argomenti principali attorno a cui si sviluppa lo studio della meccanica<sup>4</sup>; esso sarà

---

<sup>3</sup> Archimede, Siracusa 287 a.C. – Siracusa 212 a.C.

<sup>4</sup> Nelle *Meccaniche* di Erone (I sec. a.C.), ad esempio, compare per la prima volta la corretta espressione della condizione di equilibrio della leva angolare, per cui il rapporto tra i pesi è uguale al rapporto tra le distanze dal fulcro, misurate sull'orizzontale (Benvenuto, 2006).

associato al comportamento della trave anche da Galileo e dai suoi successori, che affronteranno gli aspetti quantitativi delle osservazioni grossolane espresse nelle *Questioni* (Benvenuto, 2006).

Il primo a riconoscere l'importanza dell'applicazione delle conoscenze scientifico-tecniche alla progettazione è Vitruvio<sup>5</sup> nell'opera *De Architectura*, in cui, tuttavia, Benvenuto non riscontra una vera attenzione per i problemi statici che caratterizzano la concezione strutturale di un edificio. Vitruvio, infatti, pur includendo la "*firmitas*" negli attributi dell'opera architettonica, non si spinge oltre alcune considerazioni generiche sull'importanza delle fondamenta, sui metodi costruttivi e sulla scelta dei materiali. Egli riconosce il problema della flessione, prescrivendo l'utilizzo di puntelli per contenere la luce delle travi e di archi di scarico per scongiurare la fessurazione degli architravi e sottolineando l'importanza di non predisporre pilastri in falso, ma non vi dedica troppa attenzione, poiché annovera le travi tra gli elementi facilmente sostituibili (Benvenuto, 2006).

Di Pasquale riconosce nell'opera di Vitruvio la formulazione di un criterio di progettazione strutturale che dominerà la cultura architettonica fino al rinascimento: il criterio della proporzione. Secondo questo criterio, una struttura di determinate dimensioni mantiene la propria stabilità se replicata con dimensioni maggiori, purché restino inalterate le proporzioni tra le sue parti. È nella confutazione di questo principio che Di Pasquale individua la grandezza dell'opera di Galileo, il quale, superando questa ipotesi errata, pone le basi per la moderna scienza delle costruzioni (Di Pasquale, 1996).

L'epoca medievale è caratterizzata dal dominio del pensiero scolastico, che si occupa principalmente di commentare l'opera aristotelica; ciononostante, anche in questo periodo si possono osservare importanti progressi nelle conoscenze di statica, da ascrivere alle scuole inglesi e francesi, tra cui l'introduzione del prodotto della forza per la distanza orizzontale dal fulcro, nelle relazioni equilibrio della bilancia a bracci inclinati, che prelude al concetto di equilibrio dei momenti<sup>6</sup>. La conquista più importante del pensiero medievale, in ambito scientifico, riguarda tuttavia la definizione degli aspetti sostanziali dei problemi fisici e meccanici: è

<sup>5</sup> Marco Vitruvio Pollione, 80-70 a.C. circa – 23 a.C.

<sup>6</sup> Il *Liber Jordani de ratione ponderis*, in cui la relazione di equilibrio alla rotazione della bilancia a bracci inclinati è scritta in funzione del prodotto tra i pesi e le distanze orizzontali dal fulcro, è probabilmente opera di un anonimo allievo di Giordano Nemorario. La figura di questo studioso è molto discussa tra gli storici, poiché di lui si ignorano sia la patria che l'epoca esatta in cui visse; Benvenuto accoglie la tesi che lo colloca nel XIII secolo, sottolineando come i trattati a lui attribuiti rechino in realtà l'impronta di diversi autori (Benvenuto, 2006).

questo processo d'isolamento dei parametri caratterizzanti le problematiche, che rende possibile la svolta empirica dell'epoca moderna. In quest'ottica, la vera rivoluzione è determinata non tanto dall'avvio delle indagini sperimentali, quanto dalla scelta di porre l'atto sperimentale non come verifica finale di un processo teorico già concluso, ma come atto iniziale della ricerca, liberata così da ogni pregiudizio (Benvenuto, 2006).

Benvenuto giudica impossibile valutare quanto le conoscenze teoriche medievali siano state effettivamente recepite dalla pratica costruttiva, sebbene sottolinei la concomitanza della realizzazione delle grandi cattedrali, che presentava problemi pratici di grande complessità, con alcuni importanti progressi nelle conoscenze di statica. Di Pasquale, al contrario, ritiene che spesso si compia un errore di valutazione delle conoscenze sedimentate nell'arte del costruire in epoca pre-moderna. Infatti, sebbene la pratica costruttiva medievale rifletta una consapevolezza di molti dei fenomeni che furono risolti teoricamente solo a partire dal XVII secolo, egli sottolinea come l'abilità dei costruttori antichi fosse rivolta all'eliminazione di fenomeni noti e indesiderati, attraverso la disposizione di presidi che vi si opponessero una volta che si fossero manifestati, più che a contrastarne l'insorgere. A sostegno di questa tesi, egli propone l'esempio del rinfianco nelle volte, realizzato solo all'occorrenza, di fronte all'insorgere di deformazioni delle volte alle reni, e non progettato per contrastare l'azione di spinte previste (Di Pasquale, 1996).

Nel corso del XV secolo, i principi statici elaborati in epoca medievale si diffondono anche in Italia, nonostante l'attenzione della cultura rinascimentale sia rivolta prevalentemente alle teorie aristoteliche; tra gli studiosi che si occupano di queste tematiche, spicca la figura di Leonardo da Vinci<sup>7</sup>, ritenuto da Parvopassu il vero fondatore della moderna scienza delle costruzioni (Parvopassu, 1953).

Leonardo studia gli aspetti applicativi di molti problemi di meccanica e di resistenza dei materiali, tra cui quello della spinta alle imposte degli archi in muratura<sup>8</sup> e quello del pilastro caricato assialmente<sup>9</sup>. Tra gli oggetti delle sue indagini compare anche la questione della trave soggetta a flessione, che Leonardo

---

<sup>7</sup> Leonardo di ser Piero da Vinci, Vinci 1452 – Amboise 1519 (Parvopassu, 1953)

<sup>8</sup> Leonardo è probabilmente il primo a rappresentare graficamente il funzionamento statico dell'arco, indicando con una linea obliqua la spinta all'imposta (Gargiani, 2003)

<sup>9</sup> A questo riguardo egli, oltre ad individuare la proporzionalità tra la resistenza a compressione e l'area della sezione, intuisce il problema dell'instabilità, confuso però con quello della resistenza del materiale (Codice Atlantico, f. 152rb, in Benvenuto, 2006)

analizza sotto diverse ipotesi per stabilire una proporzionalità tra capacità portante e dimensioni dell'elemento.

Nei manoscritti conservati all'Institut de France, egli affronta il problema della mensola in legno caricata all'estremità<sup>10</sup>:

*“Se una aste che sporti fori d'uno muro 100 grossezze regie 10 libre, che regierà 100 simile aste di simile sporto insieme collegate e unite? Dico che se le ciento grossezze regano 10 libre, che le 5 grossezze regeranno 10 tanti che le 100 e se AB è 5 grossezze e' son 100 aste che regie 20 mila”* (Leonardo da Vinci, *Manoscritto A*, f. 49r, in Benvenuto, 2006, p.48)

Leonardo non comprende la corretta relazione tra le dimensioni della sezione rettangolare e la resistenza a flessione della trave, che è proporzionale allo spessore e al quadrato dell'altezza e non direttamente proporzionale all'area; tuttavia individua correttamente la proporzionalità inversa tra la resistenza e la lunghezza della trave (Benvenuto, 2006).

Oltre al problema della mensola, Leonardo affronta quello della trave appoggiata alle estremità e caricata in mezzzeria (*Codice Atlantico*, ff. 152rb, 211rb, 225rf e 332rb, in Benvenuto, 2006), interrogandosi sia a proposito della sua deformazione (*Fig. 2.1*), che a proposito della sua resistenza (*Fig. 2.2*):

*“Se AB si piega di 1/8 di sua lunghezza per peso di 8, CD, se sarà, come credo, di duplicata fortezza a AB, è non piegherà 1/8 di sua lunghezza per manco peso che 16, perché è la metà della lunghezza di AB; e similmente EF, per essere la metà de la lunghezza di CD, fia il doppio più forte e calerà 1/8 di sua lunghezza per 32 pesi”* (Leonardo da Vinci, *Codice Atlantico*, f. 332rb, in Benvenuto, 2006, pp.48-49)

*“Tu troverai tal forza e resistentia nella collegatione di 9 travi di pari qualità quanto nella nona d'una di quelle; AB sostiene 27 e son 9 travi, dunque CD, ch'è la nona parte d'essi, sostiene 3; essendo così EF, che è la nona parte della lunghezza di CD, sosterrà 27 perché è 9 volte più corto di lui”* (Leonardo da Vinci, *Codice Atlantico*, f. 152rb, in Benvenuto, 2006, pp. 49-50)

---

<sup>10</sup> Si tratta del problema che diverrà noto come “*Problema di Galileo*”, grazie alla trattazione contenuta nei *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze* (cfr. par. 2.2.2)

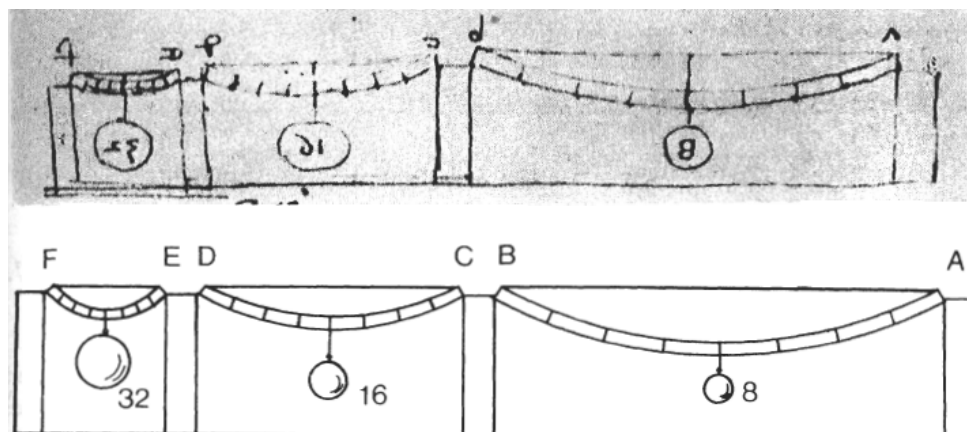


Fig. 2.1 – Ipotesi di Leonardo sulla deformazione di travi con carico applicato in mezzeria (Benvenuto, 2006, pag. 49)

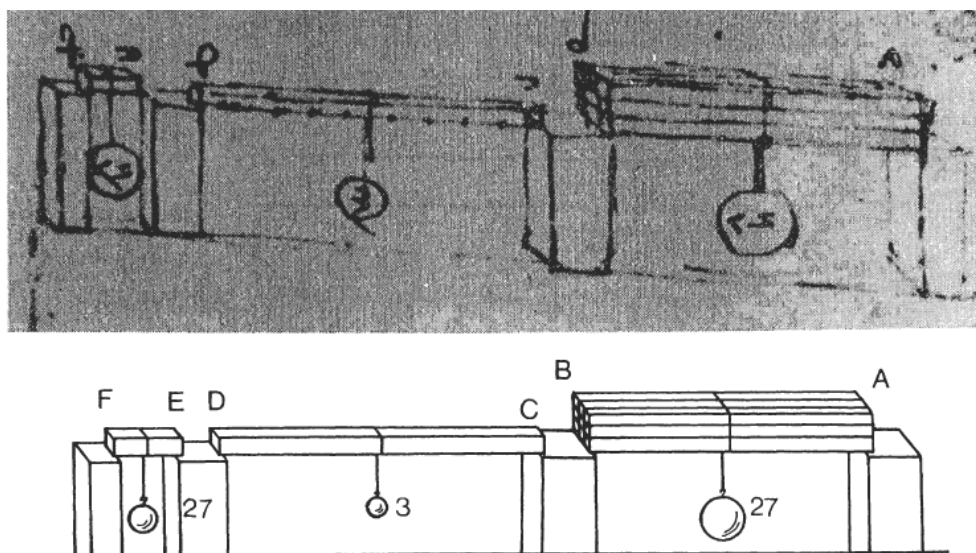


Fig. 2.2 – Ipotesi di Leonardo sulla resistenza di travi con carico applicato in mezzeria (Benvenuto, 2006, pag. 50)

Leonardo intuisce la non linearità del legame tra la luce della trave e la freccia in mezzeria, pur ipotizzando una proporzionalità tra la freccia della trave e il quadrato della luce, anziché individuare la relazione corretta tra la freccia e il cubo della luce. Nel secondo commento, egli propone nuovamente una relazione tra il carico massimo applicabile alla trave e il quadrato del lato della trave, non

comprendendo che altezza e larghezza della trave apportano un contributo diverso al modulo di resistenza della sezione.

Sebbene le relazioni proposte da Leonardo tra le dimensioni della trave, la sua resistenza e la deformazione determinata dai carichi non siano del tutto corrette, egli è il primo a porre il problema in termini di previsione quantitativa del fenomeno al fine della progettazione, compiendo un enorme progresso rispetto all'idea che aveva prevalso fino a quel momento, di limitarsi a porre rimedio a fenomeni di deformazione e fessurazione che erano considerati parte del processo costruttivo.

Il secondo aspetto fortemente innovativo degli studi di Leonardo, che lo rende un precursore del metodo scientifico, risiede nel fatto che le sue considerazioni sono basate sull'esperienza. Gargiani sottolinea che, sebbene non sia sempre chiaro se le prove descritte siano state effettivamente realizzate o restino almeno in parte esercizi mentali, la rappresentazione attraverso disegni di strutture soggette a carichi le fa apparire pronte per essere tradotte in vere indagini sperimentali (Gargiani, 2003).

### 2.2.2 Il Problema di Galileo

Nel corso del XVI e del XVII secolo, lo studio della meccanica registra grandi progressi: partendo dalla regola del parallelogramma, proposta da Stevino<sup>11</sup> per la scomposizione delle forze, e dagli studi di Roberval<sup>12</sup> sui poligoni funicolari, Varignon<sup>13</sup> giunge, con la sua *Nouvelle Mécanique*, alla rigorosa sistemazione della statica moderna, mentre la teoria dell'elasticità elaborata da Hooke introduce la definizione statica del concetto di forza. Un impulso determinante a questa evoluzione è fornito dal dibattito sul comportamento della mensola con carico appeso all'estremità, già studiato da Leonardo, ma noto come "*Problema di Galileo*".

Di questo problema si sono occupati sia numerosi scienziati, tra cui Galileo, Mariotte, Bernoulli, Leibniz, Varignon, Parent, Coulomb, Navier, sia trattatisti della resistenza dei materiali, tra cui Belidor, Girard, Musschenbroek. Esso riassume tutti i principali concetti della scienza delle costruzioni: l'equilibrio e la definizione di

---

<sup>11</sup> Simone Stevino, Bruges 1548 – L'Aia 1620

<sup>12</sup> Gilles Personne de Roberval, Noël-Saint-Martin 1602 – Parigi 1675

<sup>13</sup> Pierre Varignon, Caen 1654 – Parigi 1722

tensione, il problema delle deformazioni e degli spostamenti che individua il concetto di congruenza, il comportamento del materiale che si esprime attraverso i legami costitutivi (Benvenuto, 2006).

Galileo<sup>14</sup> analizza il comportamento della mensola nei *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze attenenti alla meccanica e i movimenti locali*, pubblicati a Leida nel 1638; come rileva Di Pasquale, in quest'opera egli si può permettere di contestare l'ancora dominante dottrina aristotelica senza entrare in conflitto con le autorità ecclesiastiche, grazie al fatto che l'argomento trattato è un semplice problema pratico, privo di implicazioni metafisiche. Come già accennato, Benvenuto individua l'aspetto rivoluzionario di quest'opera proprio nel passaggio dall'indagine sulle cause, inscindibile da speculazioni di natura filosofica, all'analisi delle modalità di accadimento dei fenomeni, che costituisce l'essenza stessa della scienza moderna (Benvenuto, 2006). Di Pasquale evidenzia invece la cesura che l'opera di Galileo compie nei confronti della teoria che aveva guidato la concezione strutturale da Vitruvio ai trattatisti rinascimentali: la teoria della proporzione, secondo cui la "firmitas", la solidità della costruzione, era garantita dal rispetto di opportune proporzioni tra le parti, a prescindere dalla dimensione del modulo di base e quindi dalla scala dell'opera (Di Pasquale, 1996).

Con il suo nuovo approccio alle problematiche strutturali, Galileo non si limita a inaugurare una nuova disciplina scientifica, ma introduce una nuova idea di costruzione, alternativa a quella di derivazione vitruviana inaugurata da Brunelleschi e perfezionata da Palladio. La differenza tra queste due concezioni, secondo Gargiani, è proprio nel valore conferito ai materiali; mentre la "venustas" vitruviana risiede in forme archetipe, la seconda si basa sul principio che ogni materiale possieda una caratteristica fisica in grado di determinare la forma resistente. L'antagonismo tra queste due concezioni dell'architettura, inizialmente sfumato, si manifesterà compiutamente tra il XVIII e il XIX secolo (Gargiani, 2003).

I *Discorsi* sono scritti in forma di dialogo e articolati in quattro giornate, di cui le prime due dedicate alla resistenza dei materiali: Galileo apre la discussione affermando che una macchina che replichi nelle stesse proporzioni una macchina più piccola, avrà lo stesso comportamento tranne che per quanto riguarda la resistenza. Egli ritiene che la resistenza diminuisca con l'aumentare delle dimensioni, anche nell'ipotesi di materia priva dei difetti cui erano attribuiti i crolli dalla teoria delle proporzioni, e che vi sia perciò un limite naturale alle dimensioni

---

<sup>14</sup> Galileo Galilei, Pisa 1564 – Arcetri 1642

delle strutture, che non può essere superato. Con questa tesi Galileo concentra l'attenzione sul rapporto tra resistenza e dimensioni, modificando così radicalmente l'idea di sicurezza strutturale, fino a quel momento affidata a una disposizione degli elementi tale da bloccare possibili cinematismi, come nel caso delle catene per gli archi<sup>15</sup>. L'opera di Galileo imprime una svolta al processo progettuale, fornendo un approccio rigoroso che consente, nota la forma di una struttura, di determinare le dimensioni degli elementi necessari a garantirne la sicurezza, note le proprietà dei materiali (Benvenuto, 2006).

Benvenuto riconosce come permanga in Galileo il problema della causa, che tuttavia assume una diversa prospettiva, non più di causa significativa, quanto di condizione necessaria all'accadimento del fenomeno. Interrogandosi sull'origine della resistenza alla rottura di un solido soggetto a trazione, egli distingue il caso del legno, di cui associa la resistenza alle fibre, che si comportano come i fili di una corda, dal caso di pietra o metallo, di cui attribuisce la resistenza a una coerenza tra le parti che tenta di spiegare con l'opposizione della natura alla formazione del vuoto e con la presenza di un qualche collante (Benvenuto, 2006).

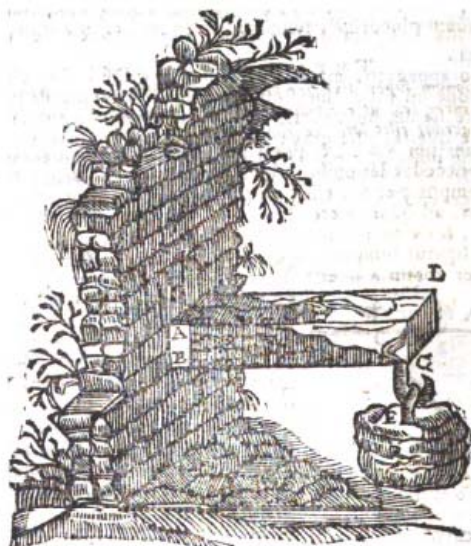


Fig. 2.3 – Mensola con carico appeso (Galilei, 1718, pag. 550)

<sup>15</sup> Questo approccio strutturale è illustrato da Di Pasquale attraverso l'esempio degli architravi del secondo foro di Pompei, realizzati mediante conci cuneiformi per governare il fenomeno della fessurazione delle travi in pietra nelle strutture colonnate, considerato inevitabile (Di Pasquale, 1996).



L'osservazione sulle fibre mostra una certa consapevolezza della differenza tra il comportamento del legno, determinato dalla sua natura organica, e quello di materiali omogenei come la pietra, che rende più curiosa la scelta di Galileo del legno come esempio del comportamento rigido-fragile ipotizzato, come si vedrà, per la mensola. Egli, infatti, immagina un materiale inalterabile, non considerando né l'evidente deformabilità del legno, né tantomeno la sua viscosità, per cui Di Pasquale ritiene che la sua teoria sarebbe risultata più convincente se riferita a un materiale rigido come la pietra (Di Pasquale, 1996).

Il cuore della trattazione di Galileo sulla resistenza dei materiali è costituito, come detto, dalla discussione del comportamento della mensola con carico appeso all'estremità (Fig. 2.3).

Riconoscendo come la resistenza a trazione di un'asta sia maggiore rispetto alla resistenza della stessa asta infissa in una parete, con un carico appeso, Galileo si pone l'obiettivo di indagare il legame tra le dimensioni della mensola e la sua resistenza. Pur comprendendo la necessità di tenere in considerazione il peso proprio della mensola, egli opera una distinzione tra la trattazione dell'oggetto astratto e quella dell'elemento materiale soggetto alla gravità. Il suo ragionamento sfrutta le leggi dell'equilibrio della leva dimostrate da Archimede sebbene, a parere di Benvenuto, egli compia ipotesi implicite che vanno oltre tali leggi:

*"[...] intese tutte le cose sin qui dichiarate, non sarà difficile l'intender la ragione onde avvenga che un Prisma o Cilindro solido, di vetro, acciaio, legno o altra materia frangibile, che sospeso per lungo sosterrà gravissimo peso che sia attaccato, ma in traverso [...] da minor peso assai potrà tal'volta essere spezzato, secondo che la sua lunghezza eccederà la sua grossezza. Imperò che figuriamoci il prisma solido ABCD, fitto in un muro dalla parte AB, e nell'altra estremità s'intenda la forza del Peso E (intendendo sempre, il muro, esse manifesto che, dovendosi spezzare, si romperà nel luogo B, dove il taglio del muro serve per sostegno, e la BC per la parte della Leva dove si pone la forza; e la grossezza del solido BA è l'altra parte della Leva, nella quale è posta la resistenza, che consiste nello staccamento che s'ha da fare nella parte del solido BD, che è fuor del muro, da quella che è dentro: e per le cose dichiarate, il momento della forza posta in C al momento della resistenza, che sta nella grossezza del Prisma, cioè nell'attaccamento della base BA con la sua contigua, ha la medesima proporzione che la lunghezza CB alla metà della BA; e però l'assoluta resistenza all'esser rotto, che è nel Prisma BD (la quale assoluta resistenza è quella che si fa col tirarlo per*

dritto, perché allora tanto è il moto del movente quanto quello del mosso), l'esser rotto con l'aiuto della Leva BC, ha la medesima proporzione che la lunghezza BC alla metà di AB nel Prisma, che nel Cilindro è il semidiametro della sua base. E questa sia la nostra prima proposizione. E notate che questo, che dico si debbe intendere rimossa la considerazione del peso proprio del solido BD, il quale solido ho preso, come nulla pesante" (Galilei, 1718, pp. 549-550)

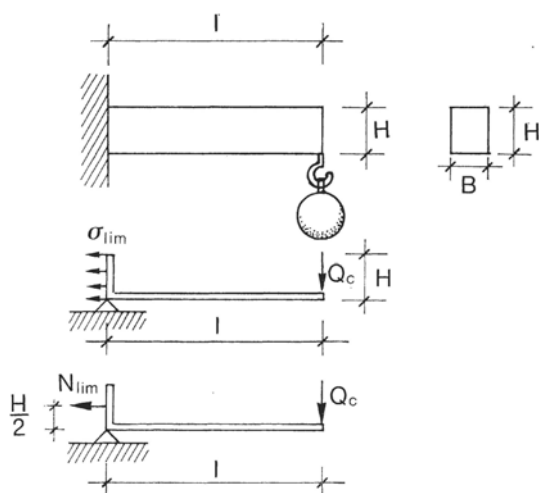


Fig. 2.4 – Applicazione del modello della leva all'analisi della mensola con carico appeso secondo Galileo (Benvenuto, 2006, pag. 119)

Galileo schematizza la mensola come una leva angolare, con fulcro sul lato inferiore della base dell'incastro, un braccio dato dalla lunghezza della trave e soggetto al carico appeso, l'altro dato dall'altezza della sezione (Fig. 2.4), e ne definisce la "resistenza assoluta" come la forza assiale massima di trazione che può esercitare una faccia della sezione trasversale della trave verso la sua opposta.

Come evidenziato da Benvenuto, queste prime ipotesi, pur costituendo un enorme progresso per lo sviluppo dell'analisi strutturale, non sono adeguate a descrivere correttamente i fenomeni di rottura e deformazione. L'ipotesi di distribuzione uniforme delle forze superficiali sarà superata da Mariotte, Bernoulli ed Eulero, mentre solo alla fine del XVIII secolo Coulomb dimostrerà la necessità di associare forze tangenziali a quelle normali alla sezione, per sollecitazioni in cui la flessione sia accompagnata da un'azione di taglio, come nel caso della mensola caricata all'estremità. Nel secolo successivo, Navier e Cauchy completeranno il

linguaggio teorico per l'analisi degli sforzi agenti in un qualunque corpo tridimensionale.

Galileo esprime le proprie osservazioni sul comportamento della mensola attraverso l'enunciazione di numerose proposizioni, le più interessanti delle quali sono dettagliatamente analizzate nel testo di Benvenuto. La prima riguarda la valutazione del carico massimo sostenibile dalla mensola, che, come detto, Galileo ricava dalle leggi dell'equilibrio e corrisponde alla relazione:

$$Q_c \cdot l = N_{lim} \cdot \frac{H}{2} \quad (2.1)$$

dove  $Q_c$  è il carico massimo,  $l$  è la lunghezza della trave,  $N_{lim}$  è la resistenza assoluta e  $H$  è l'altezza della sezione. Benvenuto rileva come la definizione di momento limite risultante da questa relazione non sia corretto, per via dell'ipotesi di distribuzione uniforme dello sforzo nella sezione:

$$M_{lim} = N_{lim} \cdot \frac{H}{2} = \sigma_{lim} \cdot \frac{B \cdot H^2}{2} \quad (2.2)$$

La distribuzione degli sforzi bi-rettagonale, nell'ipotesi di sezione interamente snervata, fornisce invece un valore del momento limite pari a:

$$M_{lim} = \sigma_{lim} \cdot \frac{B \cdot H^2}{4} \quad (2.3)$$

Tuttavia Galileo individua correttamente la relazione tra il carico e il momento limite:

$$Q_c = \frac{M_{lim}}{l} \quad (2.4)$$

A differenza di Leonardo, Galileo coglie correttamente anche la proporzionalità del carico limite al quadrato dell'altezza della trave, oltre alla proporzionalità all'inverso della sua lunghezza.

Nella seconda proposizione, Galileo osserva in modo esatto che il rapporto tra i momenti resistenti di una trave, caricata secondo le due dimensioni della sezione, è uguale al rapporto tra le dimensioni della sezione stessa.

La terza proposizione concerne l'influenza di un aumento di lunghezza della trave sulla sua resistenza, tenendo conto del peso proprio: Galileo deduce, correttamente, che il momento all'incastro dovuto al peso proprio è proporzionale al quadrato dell'aumento di lunghezza della trave.

In seguito, Galileo osserva che, variando la sezione di una trave senza modificarne il rapporto tra altezza e larghezza, l'aumento del momento resistente è proporzionale al cubo dell'altezza della trave, o del diametro se è cilindrica. Infatti, per la sezione rettangolare, posta la base della sezione pari a  $B = \alpha H$ , il momento resistente della trave risulta:

$$M_{lim} = \frac{\sigma_{lim}}{4} \cdot \alpha H^3 \quad (2.5)$$

Per il cilindro risulta invece:

$$M_{lim} = \frac{\sigma_{lim}}{4} \cdot \beta H^3 \quad (2.6)$$

dove  $\beta$  è un opportuno fattore numerico.

A questo punto, Galileo conclude le considerazioni sul rapporto tra le dimensioni della sezione e la resistenza della mensola, enunciando la proporzionalità tra il carico massimo e il cubo dell'altezza della trave, o del diametro per la trave cilindrica, e l'inverso della sua lunghezza:

$$Q_c = \frac{\sigma_{lim}}{l} \cdot \beta H^3 \quad (2.7)$$

Benvenuto sottolinea come queste deduzioni, algebricamente banali, risultino complesse per Galileo, che utilizza un linguaggio di tipo geometrico.

La settima proposizione concerne il problema delle massime dimensioni della struttura; l'importanza di questa proposizione è cruciale, poiché segna la cesura tra la concezione strutturale basata sulla proporzione e la nuova concezione fondata sulle proprietà dei materiali. Per determinare la massima lunghezza possibile della mensola soggetta al peso proprio, Galileo compie una laboriosa dimostrazione geometrica, di cui Benvenuto propone una sintesi. Considerando due mensole simili, di base  $B = \alpha l$  e altezza  $H = \alpha' l$ , con uguale peso specifico  $\gamma$ , il peso proprio è determinato dall'espressione:

$$Q = \gamma B H I = \gamma \alpha \alpha'^2 l^3 \quad (2.8)$$

Il momento limite a sua volta è pari a:

$$M_{lim} = \sigma_{lim} \frac{B H^2}{4} = \sigma_{lim} \frac{\alpha \alpha'^3 l^3}{4} = Q \frac{l}{2} = \gamma \alpha \alpha'^2 \frac{l^4}{4} \quad (2.9)$$

La massima lunghezza possibile risulta quindi:

$$l_{lim} = \sigma_{lim} \frac{\alpha'}{\gamma} \quad (2.10)$$

La questione successiva riguarda l'aumento di altezza necessario a compensare l'aumento di lunghezza della mensola oltre il valore limite; Benvenuto osserva come, analiticamente, sia sufficiente esplicitare  $\alpha'$  come rapporto tra altezza e lunghezza  $H/l$ , per trovare la relazione cercata da Galileo:

$$H_1 = 2\gamma \sigma_{lim} l_1^2 \quad (2.11)$$

Nella nona e nella decima proposizione, Galileo analizza altri problemi riguardanti la relazione tra le dimensioni della trave e la sua resistenza.

L'undicesima proposizione richiama il problema esposto nelle *Questioni meccaniche* e concerne i casi della trave in semplice appoggio e della trave con appoggio in mezzzeria, per cui la lunghezza limite risulta doppia rispetto al caso della mensola. Il momento d'incastro della trave a mensola,  $M_1 = ql_1^2/2$ , è, infatti, pari a quattro volte il momento in mezzzeria della trave in semplice appoggio,  $M_2 = ql_2^2/8$ . Ponendo il momento massimo uguale al momento resistente,  $M_1 = M_2 = M_{lim}$ , si ottiene:

$$l_{2lim} = 2l_{1lim} \quad (2.12)$$

Nelle proposizioni successive, Galileo espone alcune considerazioni sui diversi tipi di vincolo, ma è la quindicesima a rappresentare un ulteriore passo avanti sulla strada verso la moderna progettazione strutturale, affrontando per la prima volta il tema dell'ottimizzazione strutturale, che diviene in breve oggetto di un vivace dibattito. Galileo osserva come in una mensola, se la sezione si mantiene

costante, essa non sia ugualmente sollecitata per tutta la lunghezza e il carico necessario a rompere la trave all'incastro sia minore rispetto a quello necessario a romperla in una sezione della metà più vicina all'estremità. Al contrario, se la trave avesse profilo triangolare, il carico necessario alla rottura della sezione d'incastro sarebbe maggiore. Egli si pone allora il problema di trovare il profilo ideale che la trave dovrebbe avere, affinché tutte le sue sezioni siano ugualmente sollecitate, per eliminare il materiale non utile alla resistenza della struttura e diminuirne il peso proprio, giungendo alla conclusione che si tratta di un profilo parabolico (Fig. 2.5).

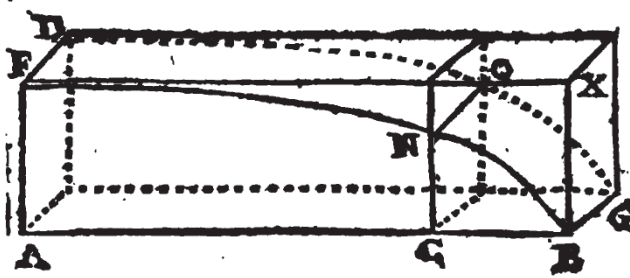


Fig. 2.5 – Profilo ideale della trave secondo Galileo (Galilei, 1718, pag. 567)

L'equazione del profilo è ottenibile imponendo l'equilibrio limite in ogni sezione di ascissa  $z$  e altezza  $h(z)$ :

$$M_{lim} = \sigma_{lim} \frac{BH^2}{4} = Q \cdot z \quad (2.13)$$

e risulta:

$$h = 2 \sqrt{\frac{Q \cdot z}{\sigma_{lim} B}} \quad (2.14)$$

Benvenuto riscontra un errore nel disegno di Galileo del profilo ideale della trave, poiché la parabola ha il vertice coincidente con l'estremità della trave, dove quindi deve avere tangente verticale. Galileo stima come l'ottimizzazione del profilo della trave porti, a parità di resistenza, a una riduzione del peso proprio pari al 33%; egli esprime inoltre alcune considerazioni a proposito della possibile sostituzione della trave prismatica con un profilo cavo, inficiate dall'ipotesi di distribuzione costante dello sforzo lungo la sezione.

L'analisi del dialogo svolta da Benvenuto si conclude con un accenno al *Problema matematico-philosophicum tripartitum, de termino magnitudinis, ac virium in animalibus*, trattato scritto nel 1660 dal gesuita Antony Terill<sup>16</sup> con lo scopo di trattare in chiave filosofica il tema della resistenza dei materiali e dei limiti dimensionali. L'autore tenta senza successo di sminuire la portata delle intuizioni di Galileo, riducendole a banali osservazioni già compiute da lui stesso e tentando di ricondurle alla disciplina aristotelica.

### **2.2.3 Distribuzione delle tensioni nella sezione e resistenza della trave inflessa**

Galileo analizza il problema della resistenza della trave in termini di equilibrio tra le forze, senza entrare nel merito del comportamento del materiale, se non nel momento in cui prova a spiegare la natura di queste forze, sebbene, come sottolineato da Di Pasquale, la sua trattazione rispecchi il comportamento di un materiale fragile e non deformabile (Di Pasquale, 1996). L'astrazione dal comportamento del materiale è uno dei maggiori limiti del ragionamento di Galileo, insieme all'ipotesi di distribuzione uniforme delle forze nella sezione. Il superamento di questi limiti avviene grazie alla scoperta delle leggi dell'elasticità, che, arricchendo il modello di Galileo basato sulla leva con altri elementi, le molle, in grado di descrivere la deformazione del materiale sotto l'azione di un carico, forniscono agli studiosi gli strumenti per giungere alla corretta soluzione del problema della trave inflessa. L'applicazione di queste leggi al comportamento deformativo della trave anima il dibattito scientifico dalla fine del XVII all'inizio del XVIII secolo (Benvenuto, 2006).

Già nel 1620 Isaac Beeckman<sup>17</sup> aveva compreso come, in una trave inflessa, le fibre del lato convesso siano tese e quelle del lato concavo siano invece compresse; successivamente, Robert Hooke<sup>18</sup> applica al caso della trave inflessa la legge dell'elasticità lineare da lui formulata nelle *Lectures de potentia restitutiva*, secondo cui la forza agente su qualsiasi molla è proporzionale alla sua estensione relativa. Hooke schematizza il comportamento elastico della trave come due linee

---

<sup>16</sup> Antony Terill, Canford 1623 - Liège 1676

<sup>17</sup> Isaac Beeckman, Middelburg 1588 – Dordrecht 1637

<sup>18</sup> Robert Hooke, Freshwater 1635 – Londra 1703

elastiche congiunte, di cui una si allunga e una si accorcia in proporzione alla flessione, senza considerare alcuna connessione tra le fibre.

Benvenuto rileva come la legge di Hooke sia valida per moltissimi materiali, tra cui quelli edili, ma non per tutti, poiché altri legami costitutivi intervengono, per esempio, oltre il dominio dell'elasticità, e come, anche in campo elastico, la sua applicabilità sia limitata al campo dei piccoli spostamenti e delle sollecitazioni lontane dalla massima resistenza del materiale. Inoltre, la proporzionalità tra forza e spostamento non permette di descrivere l'influenza del solo materiale sulla deformazione: per escludere l'influenza delle dimensioni è necessario, infatti, passare al concetto di sforzo (Benvenuto, 2006).

Il primo a introdurre una relazione locale della deformazione, in cui non compare la geometria del provino, ma solo la proprietà elastica del materiale, è Giacomo Bernoulli<sup>19</sup>, nel saggio del 1705 *Véritable hypothèse de la résistance des Solides, avec la démonstration de la Courbure des Corps qui font ressort*. Traducendo in formule i concetti espressi da Bernoulli, Benvenuto mostra come tale proprietà sia riassunta dalla costante E, il cosiddetto "modulo elastico":

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \quad (2.15)$$

Il modulo E è una costante che riassume le due proprietà elastiche di un materiale, che si allunga proporzionalmente alla lunghezza a parità di sezione e forza e si allunga proporzionalmente al rapporto tra la forza applicata e l'area della sezione del provino a parità di lunghezza. La brillante intuizione sulla relazione tra sforzo e deformazione non impedisce a Bernoulli di cadere in errore, affermando l'equivalenza tra il caso in cui le fibre all'intradosso sono compresse e quello in cui le fibre sono tutte tese e la trave ruota attorno allo spigolo, per ricondurre l'evidenza della realtà al modello proposto da Mariotte.

Nel *Traité du mouvement des eaux et des autres corps fluides*, Mariotte<sup>20</sup>, avendo riconosciuto sperimentalmente la non correttezza della formula di Galileo per la valutazione del carico massimo della mensola, aveva ipotizzato una distribuzione lineare delle tensioni nella sezione. Sulla base dei risultati sperimentali, egli aveva proposto un fattore di proporzionalità, tra il momento limite e il prodotto di quella che oggi è definita tensione ammissibile per la base della

---

<sup>19</sup> Giacomo Bernoulli, Basilea 1654 – Basilea 1705

<sup>20</sup> Edmé Mariotte, Digione 1620 circa – Parigi 1684



sezione e il quadrato dell'altezza, compreso tra 1/4 e 1/3, al posto di quello pari a 1/2 deducibile dalle ipotesi di Galileo:

$$M_{lim} = \left( \frac{1}{4} \div \frac{1}{3} \right) \sigma_{lim} b h^2 \quad (2.16)$$

Egli aveva schematizzato la mensola come una leva, con vincoli elastici collegati a diversa distanza dal fulcro, deducendo che le fibre della trave si allungano tutte proporzionalmente alla distanza dall'intradosso. Pur notando inizialmente che le fibre della metà superiore si estendono e quelle della metà inferiore si comprimono, Mariotte aveva concluso che si comportano come se tutte si allungassero; secondo quanto riportato da Benvenuto, autori successivi interpreteranno il pensiero di Mariotte come se identificasse l'asse neutro con l'intradosso della trave. Questa ipotesi conduce a una correzione della formula di Galileo per il momento limite, che diventa:

$$M_{lim} = \frac{1}{3} \sigma_{lim} b h^2 \quad (2.17)$$

Sebbene errata, questa formula è vicina ai risultati sperimentali ottenuti da Mariotte e avrà per questo grande influenza sui trattatisti di materiali del XVIII secolo, nonostante il confronto con i risultati sperimentali non sia pertinente, poiché essa presuppone un comportamento elastico della trave, a rottura, che non si verifica nella realtà.

A differenza di Galileo, che proponeva un criterio di rottura basato sulla tensione, Mariotte è il primo a introdurre un criterio basato sulla deformazione massima delle fibre (Benvenuto, 2006).

Anche Leibniz<sup>21</sup>, nelle *Demonstrationes novae de resistentia solidorum*, pur mutuando da Mariotte l'ipotesi di asse neutro corrispondente con l'intradosso, fornisce un notevole apporto alla soluzione del problema di Galileo, comprendendo che il contributo al momento resistente fornito da ogni fibra è proporzionale al quadrato della distanza dall'intradosso. Tale considerazione, derivante dal fatto che la dilatazione della fibra e la tensione sono entrambe proporzionali alla distanza dal lembo inferiore della sezione, conduce a una formula della tensione




---

<sup>21</sup> Gottfried Wilhelm von Leibniz, Lipsia 1646 – Hannover 1716

sostanzialmente corretta, escludendo l'errore sulla posizione dell'asse neutro coincidente con l'intradosso, anziché baricentrico:

$$\sigma = \frac{M_R}{J_a} y \quad (2.18)$$

dove  $J_a$  è il momento d'inerzia della sezione rispetto all'intradosso. A prescindere dalla questione della posizione dell'asse neutro, gli spunti corretti dell'analisi di Leibniz, posti in evidenza da Benvenuto, sono molti: le tensioni intese come forze di contatto attinenti a ogni particella del corpo, l'utilizzo del calcolo integrale per collegare lo stato locale di tensione al momento flettente agente sulla trave, il legame tra il momento resistente e il momento d'inerzia della sezione trasversale.

AUTORE	Galileo	Mariotte	Parent e Coulomb
<b>DISTRIBUZIONE DELLO SFORZO</b> $\sigma$ = Sforzo massimo di trazione			
<b>MOMENTO RESISTENTE</b> $b$ = larghezza sezione $h$ = altezza sezione	$\frac{1}{2}bh^2\sigma$	$\frac{1}{3}bh^2\sigma$	$\frac{1}{6}bh^2\sigma$

Tab. 2.1 – Distribuzione degli sforzi lungo la sezione di una mensola (Booth, 1999, pag. 214)

Il primo a determinare la posizione corretta dell'asse neutro è Antoine Parent<sup>22</sup>, che nella sua opera principale, *De la véritable mécanique des résistances relatives des solides, et réflexions sur le système de M. Bernoulli de Bâle*, intuisce anche l'esistenza di tensioni tangenziali nella sezione. Egli riconosce che l'equilibrio della sezione richiede, oltre all'equilibrio dei momenti, anche l'equilibrio orizzontale delle tensioni, considerazione che gli consente di determinare correttamente la posizione baricentrica dell'asse neutro. Per la trave di sezione rettangolare, la fibra neutra si trova al centro della sezione, per cui l'equilibrio alla rotazione fornisce la formula corretta del momento resistente:

<sup>22</sup> Antoine Parent, Parigi 1666 – Parigi 1716

$$M_R = \sigma_{\max} \cdot \frac{BH}{4} \cdot \frac{2}{3}H = \sigma_{\max} \frac{BH^2}{6} \quad (2.19)$$

Parent tratta anche il caso di materiali con comportamento diverso a trazione e compressione, sempre in ambito lineare. Egli è il primo a individuare la corretta distribuzione delle tensioni nella sezione, anche se i principi da lui espressi in modo ancora confuso troveranno una formulazione rigorosa solo alla fine del Settecento, nel saggio di Coulomb<sup>23</sup>, *Essai sur une Application des Règles de maximis et minimis à quelques problèmes de statique relatifs à l'architecture* (Benvenuto, 2006).

A proposito della trave inflessa, Coulomb, oltre a riconoscere che le fibre all'intradosso sono compresse e che la tensione ha una componente tangenziale, osserva che le tre equazioni di equilibrio statico, alla rotazione e alla traslazione verticale e orizzontale, sono valide qualunque sia il comportamento deformativo del materiale. Nel caso di legame perfettamente elastico, egli ritrova la formula del momento resistente già ricavata da Parent, del cui saggio non era a conoscenza. A differenza di Parent, Coulomb esplicita le ipotesi alla base del suo ragionamento, tra cui quella di sezione che ruota rimanendo piana, che, Benvenuto ricorda, viene spesso erroneamente attribuita a Navier<sup>24</sup>.

La definitiva sistemazione ottocentesca della teoria della trave presso o tenso-inflessa comunque vincolata, con la formulazione degli aspetti riguardanti l'asse neutro, al centro di sollecitazione e all'ellisse centrale d'inerzia, si deve a Jacques Antoine Charles Bresse<sup>25</sup>, nell'opera *Recherches analytiques sur la flexion et la résistance des pièces courbes* (Benvenuto, 2006).

#### 2.2.4 Deformazione della trave inflessa: la teoria della linea elastica

Lo scopo originario della trattazione di Galileo era quello di determinare il carico di rottura della mensola; per raggiungere quest'obiettivo, il dibattito scientifico ha dovuto prima chiarire il problema della distribuzione delle tensioni nella sezione, oltre a quello del legame costitutivo dei materiali. Le ipotesi concernenti i legami costitutivi, infatti, consentono di determinare la distribuzione delle tensioni all'atto di

---

<sup>23</sup> Charles Augustin de Coulomb, Angoulême 1736 – Parigi 1806

<sup>24</sup> Claude-Louis Navier, Digione 1785 – Parigi 1836

<sup>25</sup> Jacques Antoine Charles Bresse, Vienne 1822 – Parigi 1883

rottura di tutte le fibre della sezione e, finalmente, calcolare il momento e dunque il carico a rottura.

Il dibattito scaturito dall'analisi di Galileo si sviluppa dunque attorno al problema della resistenza della trave, senza interrogarsi sulla configurazione assunta dalla struttura a seguito dell'azione del carico, prima del collasso. A parere di Benvenuto, ciò è dovuto sia al tipo di struttura immaginata da Galileo, che, essendo tozza, non esalta l'aspetto deformativo del problema, sia al fatto che le strutture del XVI e del XVII secolo non offrivano occasione per preoccuparsi delle deformazioni delle membrature, quanto delle lesioni, affermazione poco condivisibile se si pensa al problema degli impalcati lignei. Di Pasquale ritiene piuttosto che Galileo, pur facendo riferimento al legno, abbia in mente il comportamento di un materiale fragile e non deformabile come la pietra.

La teoria delle curve elastiche, che permette di descrivere la configurazione assunta dall'asse della trave in seguito all'azione del carico, è comunque al centro del dibattito scientifico dalla fine del '600 fino alla seconda metà del '700, periodo entro il quale il problema è definitivamente chiarito, grazie allo sviluppo del calcolo infinitesimale e del calcolo variazionale di Eulero, che fornisce gli strumenti per l'analisi non lineare, necessaria in presenza di grandi deformazioni. Sviluppi successivi del problema riguardano esclusivamente l'elaborazione di un linguaggio fruibile ai progettisti di strutture, per opera dei maestri delle scuole politecniche, con il passaggio del modello dalla linea adimensionale alla trave tridimensionale, in cui è definita la transizione dalla sollecitazione alla tensione locale (Benvenuto, 2006).

Il primo passo per lo sviluppo della teoria della curva elastica è rappresentato dalla soluzione del problema dell'equilibrio della fune soggetta a una qualunque distribuzione di forze normali e tangenziali, di cui Giacomo Bernoulli formula le equazioni indefinite di equilibrio, sulla base delle analisi svolte da Beeckman e Huygens<sup>26</sup> sulla questione del ponte sospeso e ancora da Huygens, Leibniz e Giovanni Bernoulli<sup>27</sup> sulla questione della catenaria.

Nel saggio del 1694, *Curvatura Laminae Elasticae*, Giacomo Bernoulli propone la soluzione del problema della verga elastica, basandosi sull'ipotesi di Mariotte di fibra indeformata all'intradosso e assumendo implicitamente anche l'ipotesi di conservazione delle sezioni piane e di ortogonalità alla linea d'asse deformata, in un'analisi che oscilla dal modello monodimensionale a quello tridimensionale. Attraverso una similitudine geometrica, egli trova la relazione tra il

---

<sup>26</sup> Christiaan Huygens, L'Aia 1629 – L'Aia 1695

<sup>27</sup> Giovanni Bernoulli, Basilea 1667 – Basilea 1748

raggio di curvatura, la deformazione massima della trave, corrispondente a quella della fibra estradossale, e l'altezza della sezione. Attraverso il legame costitutivo, che unisce tensione e deformazione, è possibile mettere in relazione la curvatura e il momento flettente. Infatti, se vale per esempio la legge di Hooke, essendo:

$$\frac{1}{r} = \frac{\varepsilon_{\max}}{H}, \quad \varepsilon_{\max} = \frac{\sigma_{\max}}{E} \quad \text{e} \quad \sigma_{\max} = f(M) \quad (2.20)$$

risulta:

$$\frac{1}{r} = \frac{\sigma_{\max}}{HE} = \frac{f(M)}{HE} = F(M) \quad (2.21)$$

Bernoulli risolve completamente il problema solo per il caso della mensola caricata all'estremità in ambito lineare, per cui ricava, attraverso il calcolo differenziale, un'espressione del raggio di curvatura del tipo  $y = y(z)$ , priva di praticità per le applicazioni strutturali (Benvenuto, 2006).

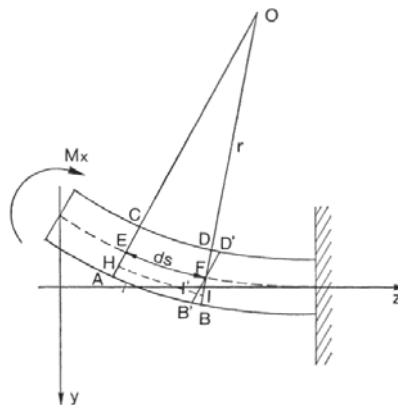


Fig. 2.6 – Trave di sezione qualunque soggetta a momento flettente (Benvenuto, 2006, pag. 208)

Nel 1727, Eulero<sup>28</sup> fornisce una rigorosa giustificazione della formula di Bernoulli, pur nell'ipotesi di fibra indeformata al lembo inferiore, svolgendo considerazioni di equilibrio globale tra le tensioni e il momento flettente. Benvenuto presenta le conclusioni raggiunte da Eulero nella breve nota *De oscillationibus*

<sup>28</sup> Leonardo Eulero, Basilea 1707 – San Pietroburgo 1783

*annulorum elasticorum*, correggendo l'errore riguardante la posizione dell'asse neutro.

Considerato un concio di trave infinitesimo, una fibra, distante  $y$  dalla fibra EF, lunga  $ds$ , dell'asse neutro, si allunga di  $\varepsilon(y)ds$  (Fig. 2.6). Per similitudine risulta:

$$\varepsilon(y) = \frac{y}{r} \quad (2.22)$$

Da cui la legge di Hooke, esplicitamente richiamata da Eulero, fornisce:

$$\sigma(y) = E \frac{y}{r} \quad (2.23)$$

Eulero introduce quindi la condizione di equilibrio globale sulla sezione trasversale, da cui si ottiene la relazione:

$$M_x = \int_A \sigma(y)y dA = \int_A E \frac{y^2}{r} dA \quad (2.24)$$

Per  $E$  costante lungo la sezione, l'ultimo integrale si riduce al momento d'inerzia  $J_x$ :

$$J_x = \int_A y^2 dA \quad (2.25)$$

La relazione fondamentale tra la curvatura della linea d'asse della trave elastica inizialmente rettilinea e il momento flettente risulta dunque:

$$M_x = \frac{EJ_x}{r} \quad (2.26)$$

Per le travi inizialmente curvilinee oggetto della trattazione di Eulero, si parla di differenza tra la curvatura iniziale e quella finale.

Nella lettera a Daniele Bernoulli del 1735 Eulero, svolgendo l'integrazione per serie della formula di Giacomo Bernoulli, trova il valore dello spostamento  $\eta$  indotto dal carico  $Q$  all'estremità della mensola incastrata (Fig. 2.7):

$$EJ_x = \frac{Ql^3}{3\eta} \cdot \frac{1}{1 - \frac{27}{35} \frac{\eta^2}{l^2}} \quad (2.27)$$

Questa espressione rappresenta la prima soluzione relativa ai piccoli spostamenti di una trave elastica (Truesdell, 1960, in Benvenuto, 2006).

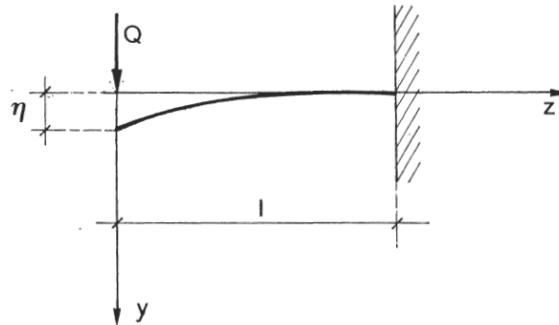


Fig. 2.7 – Spostamento indotto all'estremità della mensola incastrata dal carico concentrato (Benvenuto, 2006, pag. 211)

Daniele Bernoulli<sup>29</sup>, affrontando nel 1741 lo stesso problema con un approccio più semplice, pone l'avvio alla teoria linearizzata della trave elastica. Egli parte dalla definizione di curvatura:

$$\frac{1}{r} = -\frac{y''}{\left(\sqrt{1+y'^2}\right)^3} \quad (2.28)$$

e osserva che, se \$y'(z)\$ è sufficientemente piccolo per tutta la lunghezza della trave, il termine \$y'^2\$ è trascurabile:

$$\frac{1}{r} = -y'' \quad (2.29)$$

L'equazione differenziale che governa il fenomeno risulta quindi:

<sup>29</sup> Daniele Bernoulli, Groningen 1700 – Basilea 1782

$$y'' = -\frac{M_x}{EJ_x} \quad (2.30)$$

Essendo:

$$M_x(z) = -Q \cdot z \quad (2.31)$$

si ottiene:

$$y'' = \frac{Q \cdot z}{EJ_x} \quad (2.32)$$

Integrando questa relazione si ottiene un valore dello spostamento della trave che è un'approssimazione della formula proposta da Eulero:

$$\eta = y(0) = \frac{1}{3} \frac{Ql^3}{EJ_x} \quad (2.33)$$

Daniele Bernoulli compie inoltre alcune osservazioni sulla possibilità di trattare l'equilibrio del corpo elastico come un problema di minimo dell'energia potenziale, che forniscono a Eulero lo spunto per la formulazione del carico critico per la stabilità dell'asta compressa, attraverso la teoria lineare (Benvenuto, 2006).

Nel saggio del 1771, *Genuina principia doctrinae de statu aequilibrii et motu corporum tam perfecte flexibilium quam elasticorum*, Eulero, ricercando lo stato di sollecitazione di ogni elemento di un filo elastico in equilibrio sotto l'azione di forze qualsiasi, giunge a formulare le equazioni di equilibrio indefinito della trave (Fig. 2.8).

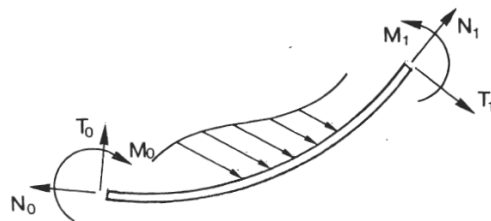


Fig. 2.8 – Trave elastica deformata in seguito all'azione dei carichi (Benvenuto, 2006, pag. 231)



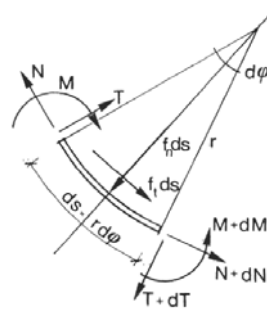


Fig. 2.9 – Elemento infinitesimo della trave elastica (Benvenuto, 2006, pag. 231)

Decomponendo la forza elementare  $f \cdot ds$ , agente sull'elemento infinitesimo  $ds$ , nelle direzioni ortogonale e tangente alla curva, se il modulo della forza si mantiene finito, le sollecitazioni variano con continuità da un estremo all'altro (Fig. 2.9):

$$N + dN - N \cos(d\varphi) + T \sin(d\varphi) + f_t ds \cos\left(\frac{d\varphi}{2}\right) = 0 \quad (2.34)$$

$$T + dT - T \cos(d\varphi) - N \sin(d\varphi) + f_n ds \cos\left(\frac{d\varphi}{2}\right) = 0 \quad (2.35)$$

$$M + dM - M - T ds \cos(d\varphi) = 0 \quad (2.36)$$

Poiché l'angolo  $d\varphi$  è infinitesimo, si possono porre  $\cos(d\varphi) = 1$  e  $\sin(d\varphi) = d\varphi$ :

$$dN + T d\varphi + f_t ds = 0 \quad (2.37)$$

$$dT + N d\varphi + f_n ds = 0 \quad (2.38)$$

$$dM - T ds = 0 \quad (2.39)$$

Essendo il raggio di curvatura pari a:

$$\frac{1}{r} = \frac{d\varphi}{ds} \quad (2.40)$$

le equazioni di equilibrio per la trave inizialmente rettilinea in cui compare la deformazione risultano:

$$\frac{dN}{ds} + \frac{T}{r} + f_t = 0 \quad (2.41)$$

$$\frac{dT}{ds} + \frac{N}{r} + f_n = 0 \quad (2.42)$$

$$\frac{dM}{ds} = T \quad (2.43)$$

Queste equazioni possono essere semplificate trascurando l'effetto della deformazione. Se la deformazione è infinitesima, allora  $ds = dz$  e, indicando con  $p \cdot dz$  e  $q \cdot dz$  le componenti della forza  $f \cdot dz$  secondo gli assi  $z$  e  $y$ , l'equilibrio dell'elemento infinitesimo  $dz$ , considerato nella posizione iniziale indeformata, fornisce:

$$N + dN - N + p \, dz = 0 \quad (2.44)$$

$$T + dT - T + q \, dz = 0 \quad (2.45)$$

$$M + dM - M - T \, dz = 0 \quad (2.46)$$

Da cui si trovano le equazioni di equilibrio nella forma usualmente utilizzata:

$$\frac{dN}{dz} + p = 0 \quad (2.47)$$

$$\frac{dT}{dz} + q = 0 \quad (2.48)$$

$$\frac{dM}{dz} = T \quad (2.49)$$

Combinando la seconda e la terza equazione si ottiene la relazione:

$$\frac{d^2M}{dz^2} = -q \quad (2.50)$$

Benvenuto illustra come sia possibile ricavare, dalle equazioni indefinite di Eulero, la cosiddetta equazione della linea elastica, che fornisce una descrizione completa del regime statico e deformativo di ogni trave elastica piana, inizialmente rettilinea e caratterizzata da deformazioni e spostamenti infinitesimi.

Come osservato da Daniele Bernoulli, per travi inizialmente rettilinee e soggette a spostamenti infinitesimi, con derivate molto piccole, è lecito porre:

$$k = \frac{1}{r} = -v'' \quad (2.51)$$

Dalla relazione precedente risulta quindi:

$$EJv'' = -M \quad (2.52)$$

E infine:

$$(EJv'')' = q \quad (2.53)$$

Se la trave è prismatica EJ è costante, per cui si ottiene la nota equazione della linea elastica alle derivate quarte:

$$EJv'''' = q \quad (2.54)$$

Questa espressione riassume in sé la condizione statica di equilibrio:

$$\frac{d^2M}{dz^2} = -q \quad (2.55)$$

la condizione di congruenza derivante dalla condizione geometrica, che esclude implicitamente discontinuità o spigolosità dello spostamento:

$$k = -v'' \quad (2.56)$$

e la condizione derivante dal legame elastico:

$$k = \frac{M}{EJ} \quad (2.57)$$

L'equazione della linea elastica si basa sull'ipotesi, assunta implicitamente da Giacomo Bernoulli, di conservazione delle sezioni piane, trascurando dunque la deformazione determinata dagli sforzi di taglio, sempre associati agli stati di sollecitazione non uniformi. Il primo a determinare il contributo della forza di taglio alla deformazione elastica della trave è Grashof nel 1878 (Biblis, 1965).

### **2.3. ANALISI DELLE ESPERIENZE SPERIMENTALI DI GEORGES-LOUIS LECLERC DE BUFFON (1707-1788) E HENRI-LOUIS DU HAMEL DU MONCEAU (1700-1782)**

#### **2.3.1 Indagini sperimentali sul comportamento della trave inflessa nel XVIII secolo**

Nei paragrafi precedenti si è visto come l'origine dello studio della meccanica possa essere collocata nella dottrina aristotelica e come, tuttavia, ancora nel Medioevo non vi siano documenti che attestino un recepimento delle conoscenze teoriche nella pratica costruttiva. È comunque probabile, secondo quanto suggerito da Booth, che, nell'antichità, venissero tramandate semplici regole empiriche per il dimensionamento di travi e colonne, di cui non è rimasta traccia scritta. In epoca rinascimentale, il problema della solidità e della resistenza delle costruzioni è risolto, come detto, nel rispetto del criterio della proporzione, in base al quale si enunciano le regole di dimensionamento. Facendo riferimento a Vitruvio, i teorici dell'architettura, tra cui Alberti<sup>30</sup> e Francesco di Giorgio Martini<sup>31</sup>, identificano la questione della resistenza dei materiali con la deteriorabilità, che deve essere contrastata per preservare l'immutabilità della perfezione geometrica nel tempo (Di Pasquale, 1996).

L'invenzione della stampa, attorno alla metà del XV secolo, permette la diffusione di trattati di ingegneria riguardanti diversi argomenti, da cui resta esclusa l'ingegneria strutturale (Booth, 1999). L'applicazione dello strumento matematico ai problemi costruttivi ed alla valutazione della resistenza dei materiali inizia, dapprima confusamente, con Leonardo e poi con Galileo, grazie al quale l'arte del costruire assume i connotati di una disciplina specifica nell'ambito della nuova scienza (Benvenuto, 2006). L'idea di progetto strutturale che ne scaturisce necessita di

---

<sup>30</sup> Leon Battista Alberti, Genova 1404 – Roma 1472

<sup>31</sup> Francesco di Giorgio Martini, Siena 1439 – Siena 1501

conoscenze attinenti sia all'ambito della teoria strutturale, per determinare le azioni agenti, sia all'ambito della resistenza dei materiali, per dimensionare elementi in grado di resistere a tali azioni. Questa è la ragione dello sviluppo contemporaneo di questi due settori scientifici, che hanno svolto una funzione di stimolo l'uno per l'altro (Booth, 1999). Nei paragrafi precedenti si sono riassunti i principali passaggi dello sviluppo della teoria della trave; i paragrafi seguenti sono dedicati ed esplorare le vicende delle prime indagini sperimentali riguardanti il comportamento delle travi in legno soggette a flessione.

Benvenuto sottolinea come le prime indagini sperimentali, seppur riguardanti elementi delle costruzioni come travi e pilastri, non abbiano fini pratici, ma siano volte esclusivamente a confermare la validità delle nascenti teorie strutturali: le ricadute delle scoperte scientifiche sullo sviluppo delle tecniche costruttive iniziano a palesarsi solo nel corso del XVIII secolo, tramite la diffusione dei trattati dedicati appunto all'arte del costruire. Per questa ragione, le prime indicazioni riguardanti indagini sperimentali sui materiali si trovano non nei trattati rinascimentali di architettura, ma negli studi di matematici e fisici, che iniziano a occuparsi dei problemi delle costruzioni. A questo proposito, un'eccezione è costituita dalle *Nouvelles inventions pour bien bastir et a petits frais*, trattato di architettura scritto da Philibert de L'Orme<sup>32</sup> nel 1561, in cui è descritta una prova condotta dall'autore per verificare la resistenza della carpenteria di travi in legno, composte di assi connesse tramite pioli, da lui inventata (Gargiani, 2003).

Benvenuto colloca l'inizio delle indagini sperimentali sulla resistenza dei materiali nella prima metà del XVII secolo, poiché le prime osservazioni metodiche e le prime indagini di laboratorio vanno attribuite a Mersenne<sup>33</sup> e Mariotte, sebbene già Leonardo si fosse occasionalmente interessato al problema. Oltre a elaborare le prime ipotesi sulla resistenza delle travi inflesse, Leonardo realizza la prima strumentazione per condurre prove di trazione su fili di ferro, immaginando che simili prove di resistenza sarebbero state condotte su ogni tipo di materiale impiegato dall'uomo. Egli presta grande attenzione alla descrizione dell'apparato sperimentale, a differenza di Galileo, che riguardo al comportamento meccanico dei materiali si limita a considerazioni teoriche derivanti dal modello di corpo rigido adottato (Benvenuto, 2006). Proprio questo, secondo Di Pasquale, è il motivo che induce Galileo a considerare erroneamente la distribuzione delle forze uniforme lungo la sezione della trave inflessa. Tuttavia, Booth ritiene che nel dialogo di

---

<sup>32</sup> Philibert de L'Orme, Lione 1510 ca. – Parigi 1570

<sup>33</sup> Marin Mersenne, Oizé 1588 – Parigi 1648

Galileo possa essere individuato il primo resoconto di un test di trazione ed è la trattazione di Galileo sulla resistenza della trave inflessa ad accendere il dibattito sulla resistenza dei materiali: solo nel XVIII secolo l'attenzione degli scienziati si rivolgerà ad altri aspetti del loro comportamento meccanico.

Come ricorda Gargiani, quest'attenzione per il comportamento delle travi in legno è legata all'interesse per la realizzazione di navi militari e mercantili più leggere, tramite l'ottimizzazione delle sezioni degli elementi in legno. Questo interesse, simbolicamente espresso dall'ambientazione dei *Discorsi* presso l'Arsenale di Venezia, stimola la nascita delle prime esperienze sulla resistenza dei materiali a Venezia, Londra, Parigi.

Le prime indagini condotte in Inghilterra per determinare la resistenza del legno sono quelle predisposte da Robert Hooke, presso la Royal Society, nel 1664; i risultati di queste prove non sono significativi, ma costituiscono il preludio di esperimenti successivi, che contribuiranno alla formulazione della teoria dell'elasticità. Queste prime indagini includono prove di rottura di campioni in abete, quercia e frassino, di un pollice di spessore e due piedi di lunghezza, di cui si riportano peso e carico di rottura, ma non la modalità di applicazione del carico, che Booth suppone appeso in corrispondenza della mezzeria dei provini semplicemente appoggiati. Altri provini di abete, quercia e frassino, di lunghezza pari a 12 pollici e sezione con lato variabile tra 0,5 e 1,5 pollici, furono sottoposti a flessione, ma senza trarre conclusioni sulla relazione tra resistenza e dimensioni dei campioni. Il risultato più importante di questi esperimenti, secondo Booth, è quello di porre in evidenza la necessità di ulteriori indagini riguardanti la deformazione dei provini prima della rottura e l'influenza di variabili quali l'età del legno, la presenza di nodi e il terreno di crescita. Ciò nonostante, nei mesi successivi vengono condotti ulteriori esperimenti senza un programma rigoroso, i cui risultati non sono raffrontabili l'uno con l'altro; è quindi evidente come i risultati degli esperimenti di Hooke sul legno non siano significativi quanto quelli degli esperimenti da lui condotti su altri materiali, quali le molle in metallo, che condurranno alla formulazione della legge di Hooke e della teoria dell'elasticità (Booth, 1999).

Nel *Traité du mouvement des eaux* del 1686, Mariotte pubblica i risultati di esperimenti volti a dimostrare che la distribuzione degli sforzi nella sezione della mensola non è uniforme, introducendo il metodo della verifica sperimentale sia per la resistenza assoluta sia per le proprietà elastiche dei materiali. Egli indaga la resistenza di molti materiali, tra cui legno, carta, vetro, alle diverse sollecitazioni, constatando che l'allungamento è proporzionale alle forze applicate e proponendo,

come già accennato, il criterio per cui la rottura avviene quando la deformazione supera un certo limite (Benvenuto, 2006).

Per verificare la sua teoria sulla trave inflessa, che prevede una distribuzione lineare degli sforzi, con asse neutro corrispondente alla fibra intradossale, Mariotte conduce un test, costituito da una prova di flessione e una di trazione, su due provini cilindrici di legno molto secco, con diametro pari a 0,25 pollici<sup>34</sup>, di cui quello soggetto a flessione ha una lunghezza pari a 4 pollici (Fig. 2.10).

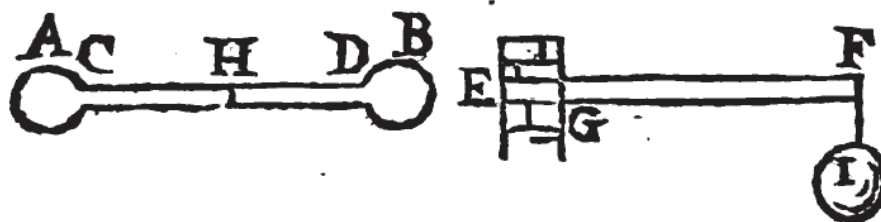


Fig. 2.10 – Provini per il test di trazione e flessione condotto da Mariotte (Mariotte, 1686, pag. 380)

Il rapporto tra il carico ultimo del provino a trazione, pari a 330 libbre, corrispondenti a uno sforzo di 6700 libbre al pollice quadrato, e quello del provino a flessione, pari a 6 libbre, corrispondente a uno sforzo di flessione di 15600 libbre al pollice quadrato, risulta pari a 55, mentre quello atteso da Mariotte era pari a 48. L'autore attribuisce questa discordanza a un'applicazione del carico troppo rapida, valutando che la rottura sarebbe giunta anche con un carico di 300 libbre, ma di durata maggiore, per cui considera dimostrata la propria teoria (Booth, 1999). Questa osservazione rivela una qualche consapevolezza dell'importanza della durata del carico per il comportamento meccanico del legno; tuttavia Mariotte, oltre a compiere un errore nel supporre l'asse neutro coincidente con l'intradosso, commette un'ulteriore imprecisione, calcolando il carico di collasso come se i provini avessero sezione rettangolare anziché circolare. Infine, Booth ritiene che Mariotte abbia compiuto anche qualche errore sperimentale, forse utilizzando un campione con fibre deviate per la prova di trazione, o applicando il carico in modo da generare un momento flettente, poiché il rapporto tra il carico di rottura a trazione e quello a flessione risulta eccessivamente basso (Booth, 1999).

<sup>34</sup> Le unità di misura adottate in Francia prima del sistema metrico differiscono leggermente da quelle inglesi: 76 pollici francesi corrispondono a 81 pollici inglesi, mentre 100 libbre francesi equivalgono a 108 libbre inglesi (Booth, 1999)

Come detto, il primo a ricavare la formula corretta del carico di rottura a flessione, nell'ipotesi di comportamento elastico-lineare del materiale, è Parent, il quale pone a confronto la propria teoria con i risultati sperimentali di Mariotte, non trovando una corrispondenza. Il mancato riscontro sperimentale della teoria di Parent, dovuto sia al carico di rottura a trazione eccessivamente basso ottenuto da Mariotte, sia al fatto che il comportamento del legno, in prossimità della rottura, esce dalla linearità, è la ragione per cui gli ingegneri continueranno a utilizzare la teoria scorretta di Mariotte a lungo (Booth, 1999).

Nella relazione presentata all'Accademia delle Scienze di Francia nel 1707, Parent descrive i risultati di alcuni esperimenti condotti per valutare il rapporto tra le resistenze a flessione di travi con diverse condizioni di vincolo: incastro a un'estremità, doppio appoggio e doppio incastro. I test impiegano, come tutti quelli descritti in precedenza, provini di piccole dimensioni; i campioni, in legno di quercia e di abete, hanno uguale sezione, ma la lunghezza dei provini vincolati a entrambe le estremità è doppia rispetto a quella dei provini incastrati a una sola estremità. Dai risultati di queste prove, Parent ricava un rapporto tra la resistenza delle mensole e quella delle travi appoggiate pari a  $7/12$  ed un rapporto tra la resistenza delle mensole e quella delle travi doppiamente incastrate pari a  $7/18$ . Tuttavia, il numero di prove da cui sono dedotti questi rapporti è esiguo: una prova per ciascuna configurazione dei provini di abete, una per ciascuna configurazione dei provini di quercia e due prove aggiuntive su una mensola e una trave appoggiata, realizzate in un legno di quercia più duro, per un totale di 8 prove. Per questo motivo, Booth ritiene che Parent non avesse compreso appieno la variabilità del comportamento meccanico del legno.

Un'ulteriore serie di provini in quercia, con sezioni e luci variabili, è disposta da Parent per verificare la proporzionalità della resistenza al prodotto della larghezza della trave per il quadrato dell'altezza. Secondo Booth, l'obiettivo dei test di Parent è la verifica delle sue teorie sul comportamento delle travi, più che la valutazione della resistenza del legno, per cui non predispone prove di trazione, ma accetta i risultati di Mariotte, che lo portano fuori strada.

Nel XVIII secolo, la ricerca scientifica ottiene un notevole impulso dalle scuole militari, create in Francia all'inizio del Settecento, dove l'interesse per l'applicazione delle teorie matematiche ai problemi della balistica e delle fortificazioni giustifica la disponibilità di mezzi sperimentali. È in questo periodo che si definisce la figura dell'ingegnere e che i risultati sperimentali confluiscono in tabelle di riferimento per il dimensionamento delle strutture (Booth, 1999).



*La science des Ingénieurs*, trattato scritto da Bernard Forest de Bélidor<sup>35</sup> nel 1729, che si inserisce nell'ambito culturale delle scuole militari, rimane un punto di riferimento per l'arte del costruire fino a Ottocento inoltrato, quando Navier appone le proprie note a una sua riedizione, limitandosi a poche precisazioni. Questo evidenzia, secondo Benvenuto, il distacco tra la tecnologia, per cui il trattato era ancora importante, e la scienza, ormai prossima ai traguardi attuali. Il testo, che presenta una sezione ancora dedicata agli ordini architettonici, non fornisce contributi originali alla scienza delle costruzioni, ma raccoglie gli orientamenti più diffusi, anche se ormai superati, come la soluzione di Mariotte per la trave, al posto di quella corretta di Parent (Benvenuto, 2006).

Pur non proponendo contributi teorici propri, Belidor conduce prove sperimentali sulla resistenza delle travi in legno, per verificare la proporzionalità della resistenza alla larghezza e al quadrato dell'altezza della sezione, non accontentandosi dei risultati ottenuti da Parent, di cui pure era a conoscenza. Il suo obiettivo è di ricavare tavole per il dimensionamento delle travi in legno; i campioni da lui impiegati sono di dimensioni maggiori rispetto a quelli di Parent, variabili da 1 x 1 x 18 pollici, fino a 2,33 x 1,33 x 36 pollici, di legno stagionato, di qualità omogenea e con fibre prive di deviazioni. Per tener conto della variabilità del legno, Belidor compie tre prove per ciascun tipo di campione, da cui ricava una media dei risultati. Gli esperimenti sono condotti su travi in semplice appoggio e, in due casi, su travi doppiamente incastrate, mentre il carico è applicato sempre in mezzaria. Le conclusioni di Belidor confermano le osservazioni di Parent sulla maggiore resistenza delle travi doppiamente incastrate, che risulta pari a una volta e mezzo la resistenza delle travi in semplice appoggio (Booth, 1999).

Come Belidor, anche gli altri trattatisti settecenteschi fanno ancora riferimento all'ipotesi di Mariotte, oppure fanno riferimento a ipotesi diverse nella stessa opera; Benvenuto individua l'origine di tale confusione nella mancanza di riscontro tra le ipotesi teoriche e i risultati sperimentali, dovuta, come detto, all'errore di confrontare il comportamento a rottura con l'ipotesi di comportamento elastico-lineare. La mancata traduzione dei progressi teorici in strumenti pratici per la progettazione si accompagna, nel XVIII secolo, a un forte interesse per le indagini sperimentali sulle travi di diverso materiale, allo scopo di raccogliere una casistica adeguata da utilizzare come riferimento per il dimensionamento delle strutture.

---

<sup>35</sup> Bernard Forest de Belidor, *Catalogna* 1698 – Parigi 1761

Un ruolo importante nella ricerca sulla resistenza dei materiali è svolto dall'Accademia Reale delle Scienze di Francia, che raccoglie nei propri Atti i risultati ottenuti da studiosi quali De La Hire<sup>36</sup>, Varignon, Bernoulli, Parent, Du Hamel e De Buffon. Come sottolinea Benvenuto, questi studi presentano impostazioni ancora molto eterogenee nei metodi di analisi e nel linguaggio, variando dal linguaggio geometrico, riferito a corpi astratti di materiale generico, di Varignon<sup>37</sup>, all'approccio sperimentale di Du Hamel, a quello intermedio di Parent, che cerca conferme sperimentali alle sue tesi, espresse con un linguaggio simile a quello di Varignon.

Nella memoria del 1742, intitolata *Riflessioni ed esperienze sulla resistenza del legno*, discussa in modo approfondito nel seguito, Henry Luis Du Hamel<sup>38</sup>, naturalista e ingegnere navale, illustra i risultati di prove di flessione che lo portano a concludere che nella trave inflessa vi è la presenza di fibre compresse. Egli mostra inoltre di intuire che l'inflessione si accompagna a una sollecitazione che tende a far scorrere le fibre l'una sull'altra, la tensione tangenziale individuata esplicitamente per la prima volta da Coulomb nel 1773.

Gli Atti dell'Accademia Reale delle Scienze di Francia custodiscono anche il resoconto dei primi studi sperimentali condotti su travi in legno di dimensione strutturale, per opera del conte De Buffon<sup>39</sup>, che, come la memoria di Du Hamel, verranno approfonditi nel seguito.

Oltre a coloro che afferiscono all'ambito dell'Accademia di Francia, nel XVIII secolo altri studiosi contribuiscono allo sviluppo delle conoscenze sul comportamento delle travi inflesse. Tra questi è necessario ricordare Pieter Van Musschenbroek<sup>40</sup>, che appronta la prima vasta campagna di esperimenti su diversi tipi di legno, interessandosi, a differenza dei primi sperimentatori, che hanno come obiettivo la verifica delle proprie teorie sulla flessione delle travi, anche alla resistenza del materiale come argomento autonomo (Booth, 1999).

Nella sua opera fondamentale, le *Dissertationes physicae experimentales et geometricae*, pubblicata a Leida nel 1729, Musschenbroek si occupa dello studio sperimentale dell'elasticità e della resistenza dei corpi, predisponendo raffinati procedimenti per le prove di trazione, flessione e compressione. Tali procedimenti rispondono al moderno criterio di esclusione di tutte le circostanze accidentali che

---

<sup>36</sup> Philippe De La Hire, Parigi 1640 – Parigi 1718

<sup>37</sup> Pierre Varignon, Caen 1654 – Parigi 1722

<sup>38</sup> Henry Luis Du Hamel Du Monceau, Parigi 1700 – Parigi 1782

<sup>39</sup> Georges-Louis Leclerc De Buffon, Montbard 1707 – Parigi 1788

<sup>40</sup> Pieter van Musschenbroek, Leida 1692 – Leida 1761

possono alterare i risultati sperimentali e consentono all'autore di ricavare tabelle riguardanti la resistenza di vari materiali (Benvenuto, 2006).

Nel 1762, Musschenbroek pubblica un'opera ancora più vasta delle *Dissertationes*, dal titolo *Introductio ad Philosophiam Naturalem*, in cui descrive alcuni test condotti per valutare la differenza nella resistenza a trazione delle diverse parti del tronco; i commenti dell'autore riguardo ad alcuni provini che si rompono in prossimità della variazione di sezione, come spade che si sfilano dal fodero, rappresentano per Booth la prima descrizione di una rottura del legno per taglio parallelo alle fibre. Per determinare la variazione di resistenza nelle diverse parti del tronco, Musschenbroek testa 33 provini di frassino e 16 provini di noce, affermando di aver adottato la maggior accuratezza possibile per assicurare l'affidabilità dei risultati. Egli conclude che il legno prossimo al midollo è meno resistente dell'alburno e che il legno più resistente è quello della zona intermedia tra midollo e corteccia, riconoscendo che, tuttavia, altri studiosi non concordano.

Musschenbroek riporta inoltre una tabella delle resistenze a trazione di diverse specie legnose, ricavate, secondo quanto sottolineato dall'autore stesso, da un esiguo numero di prove e da campioni di cui non è nota la posizione all'interno della pianta. Lo scrupolo mostrato nel rilevare i limiti del proprio lavoro rispecchia il rigore scientifico dell'autore, cui, a parere di Booth, le uniche critiche che si possono muovere riguardano la non sufficiente chiarezza nel descrivere le modalità di rottura, l'apparato di prova, tale da indurre concentrazioni di sforzo nei provini, e la mancata considerazione dell'effetto del contenuto d'acqua. A questo proposito, una delle poche affermazioni espresse da Musschenbroek senza riferimento a prove, è quella, successivamente dimostratasi errata, per cui il legno fresco dovrebbe essere più resistente di quello stagionato (Booth, 1999). Benvenuto riporta come Girard<sup>41</sup> rimproveri a Musschenbroek l'utilizzo di campioni troppo piccoli che, per garantire l'omogeneità, non sono rappresentativi delle imperfezioni sempre presenti nei materiali da costruzione, giudicando per questo più utili le ricerche condotte da De Buffon. Tuttavia, lo stesso Girard riconosce che i risultati di Musschenbroek sono i primi a essere affidabili, sia per la precisione sia per la mole di prove eseguite.

Nelle *Dissertationes*, Musschenbroek sottolinea la diversità del comportamento dei solidi in funzione della sollecitazione cui sono sottoposti, a

---

<sup>41</sup> Pierre-Simon Girard, Caen 1765 - Parigi 1836

trazione, compressione o flessione<sup>42</sup>. Conducendo prove di flessione con diverse condizioni di vincolo, egli conferma la proporzionalità del carico di rottura alla larghezza e al quadrato dell'altezza della trave; come Parent e Mariotte, riconosce la maggiore resistenza delle travi doppiamente incastrate rispetto a quelle in semplice appoggio, osservando inoltre che, se la rottura avviene solo in mezzeria, la resistenza è doppia, ma se la rottura sopraggiunge sia in mezzeria che a un'estremità, la resistenza diviene pari a due volte e mezzo, triplicando se la rottura avviene in mezzeria e a entrambe le estremità. Secondo Booth, questa è la prima descrizione del fenomeno della redistribuzione degli sforzi in una struttura iperstatica (Booth, 1999).

Musschenbroek è il primo a osservare l'aumento nel tempo della deformazione nelle travi in legno soggette a carico costante, circostanza che lo porta a criticare anche la formula di Bernoulli sulla curvatura della trave. La sua opera fornisce anche un importante contributo al problema dell'inflessione delle aste snelle soggette a compressione, con una soluzione sperimentale, non del tutto corretta, che precede di circa 15 anni la soluzione corretta di Eulero (Benvenuto, 2006). Nella memoria del 1742, Du Hamel fa esplicito riferimento alle indagini sperimentali svolte da Musschenbroek, che con buona probabilità sono servite da riferimento anche per la campagna di prove condotta da De Buffon.

Il comportamento del legno è trattato anche dal matematico inglese William Emerson<sup>43</sup>, che vi dedica una sezione del trattato *Principles of Mechanics*, in cui sono contenute per lo più regole per prevedere il comportamento delle travi, con qualche osservazione finale sulla resistenza effettiva del legno. Non sono riportate descrizioni degli esperimenti svolti: l'autore si limita a riportare una tavola con le resistenze relative di diverse specie legnose e alcune osservazioni generiche, tra cui una relativa a un elemento che, pur avendo portato un gran peso per un breve tempo, si era rotto sotto un peso molto più piccolo, applicato però per un tempo

---

<sup>42</sup> Musschenbroek non propone legami costitutivi, limitandosi a rilevare, per ogni provino, il carico di rottura a trazione, l'allungamento e la strizione della superficie resistente. Evidenziando le difformità nel comportamento dei campioni, egli mette in dubbio, più che confermare, le formule note; la sua attenta osservazione dei fenomeni, tuttavia, pone in luce aspetti che erano passati inosservati fino a quel momento. Gli esperimenti sulla resistenza a trazione dei fili metallici, ad esempio, lo portano a contraddire spesso la tesi del rapporto costante  $N/A$  a rottura, ma lo portano anche alla prima constatazione dell'aspetto non conservativo del comportamento del materiale, grazie all'osservazione dell'insorgenza di calore all'atto della rottura, che attribuisce all'attrito interno delle parti e alle forti compressioni trasversali, che si verificano quando il provino si assottiglia (Benvenuto, 2006).

<sup>43</sup> William Emerson, Hurworth 1701 – Hurworth 1782

maggiore. Pur trattandosi della stessa conclusione espressa da De Buffon, Booth ritiene che Emerson non conoscesse il suo lavoro, poiché osserva, correttamente, che la resistenza del legno verde è inferiore a quella del legno stagionato, in disaccordo sia con De Buffon che con Musschenbroek.

Emerson rileva anche la minore resistenza del legno in direzione trasversale alle fibre, osservando che legni duri, come olmo e frassino, hanno resistenza trasversale alle fibre anche dieci volte inferiore rispetto a quella longitudinale, mentre legni più teneri, come l'abete, hanno resistenza trasversale alle fibre fino a venti volte inferiore a quella longitudinale. Nella terza edizione dell'*Encyclopaedia Britannica*, Robison<sup>44</sup> riporta il limite di sicurezza del carico di trazione per pollice quadrato di diverse specie legnose, senza fornire una relazione con il corrispondente carico di rottura, attribuendo i dati a Emerson e sottolineandone le differenze con quelli di Musschenbroek (Booth, 1999).

Nel *Traité analytique de la résistance des solides et des solides d'égalé résistance*, pubblicato a Parigi nel 1798, Pierre-Simone Girard esprime alcune considerazioni sull'importanza delle indagini sperimentali, in cui Benvenuto ravvisa una comprensione della differenza tra le equazioni generali di equilibrio e le equazioni costitutive che legano sforzo e deformazione, che anticipa di un secolo e mezzo un chiarimento critico sulle leggi della meccanica in genere ritenuto un'acquisizione recente della scienza. Girard ritiene che esistano due tipi di leggi di equilibrio: un tipo, perfettamente assegnabile, riguarda le forze opposte che si controbilanciano, mentre un altro riguarda la coerenza delle parti di cui le macchine sono composte ed è assegnabile solo per approssimazione, poiché per conoscere le leggi esatte sarebbe necessario fare riferimento alla composizione molecolare dei corpi e alla forza che ne tiene unite le particelle elementari. Ritenendo questi aspetti fuori dalla portata dei mezzi scientifici della sua epoca, egli afferma che la soluzione dei legami costitutivi non può che essere approssimata e che la soluzione più corretta è quella che meglio si avvicina ai risultati sperimentali.

Nelle sue indagini sul comportamento flessionale delle travi, Girard nota, come aveva fatto Du Hamel, che la resistenza della trave in legno dipende dalla coesione tra le fibre, intuendo dunque la presenza della tensione tangenziale. Come Musschenbroek e De Buffon, esprime inoltre alcune osservazioni riguardanti i problemi della viscosità e della diminuzione della resistenza dei materiali al perdurare del carico. Egli avverte l'esigenza di descrivere l'anelasticità dei materiali,

---

<sup>44</sup> John Robison, Boggall 1739 – Edinburgh 1805

introducendo gli incrementi temporali della deformazione, senza tuttavia poter cogliere esattamente la natura del problema fisico.

Girard conduce numerosi esperimenti per determinare il modulo di elasticità e la resistenza a rottura delle travi lignee e per verificare il carico critico delle colonne, raccogliendo i risultati in apposite tavole (Benvenuto, 2006). I suoi esperimenti non confermano i risultati attesi, poiché egli fa riferimento alla prima definizione numerica della rigidità flessionale, proposta da Bernoulli ed Eulero, proporzionale alla larghezza e al quadrato dell'altezza della sezione, anziché al cubo dell'altezza. Inoltre, egli conduce esperimenti su elementi di dimensioni molto maggiori al legno netto, per cui la presenza di nodi ha un effetto non trascurabile, così come non trascurabile è l'effetto della durata del carico (Booth, 1999).

Come si è visto, escludendo le indagini di De Buffon, nei resoconti degli studiosi che nel XVIII secolo conducono campagne sperimentali sul comportamento del legno, compaiono solo sporadiche osservazioni sull'effetto del tempo. Prove sperimentali ulteriori, riguardanti l'effetto della durata del carico sulla resistenza, vengono pubblicate solo nel 1817, per opera di Barlow. Egli verifica la resistenza a rottura residua di provini di piccole dimensioni, a seguito dell'azione di carichi di notevole entità, protratta per un breve intervallo di tempo. I risultati ottenuti lo portano a concludere che il carico di sicurezza per gli elementi in legno è compreso tra la metà e i due terzi del carico di rottura, poiché constatata che carichi pari a due terzi del carico di rottura, agenti per 48 ore, non hanno effetti apprezzabili sulla resistenza (Fridley et al., 1995). Nel 1841, Herman Haupt<sup>45</sup> avvia le prime indagini specifiche sugli effetti della durata del carico su travi di diversi tipi di legno, constatando una riduzione del 30-40% della resistenza per carichi di durata pari a un anno (Tiemann, 1951).

Da questa panoramica sulle indagini sperimentali condotte, nel corso del XVII e del XVIII secolo, sulle travi in legno soggette a flessione, emerge come, a partire dall'opera di Leonardo e Galileo, esse abbiano svolto un ruolo fondamentale, non solo per lo sviluppo delle conoscenze sul materiale, ma anche per la nascita e l'evoluzione della stessa scienza delle costruzioni. Nel seguito viene dedicato un approfondimento a tre memorie, raccolte negli atti dell'Académie Royale des Sciences de France, particolarmente interessanti per l'argomento di questa tesi: le "mémoires" del conte De Buffon del 1740 e del 1741 e quella di Du Hamel del 1742. Di queste si riporta in Appendice la traduzione integrale dal francese, compiuta al

---

<sup>45</sup> Herman Haupt, Philadelphia 1817 – Jersey City 1905

fine di documentare le osservazioni critiche esposte nei seguenti paragrafi proprio in relazione a tali memorie (cfr. Appendice A, Appendice B e Appendice C).

### **2.3.2 Le Esperienze sulla resistenza del legno di Georges-Louis Leclerc De Buffon (1707-1788)**

George-Luis Le Clerc, conte di De Buffon, è presentato da Booth come uno dei più illustri uomini di scienza e studiosi a tutto campo del suo tempo: buon matematico, raggiunge la fama grazie ai suoi studi naturalistici e viene ricordato nei testi di storia della scienza delle costruzioni per la conduzione di una vasta campagna sperimentale sulla resistenza delle travi in legno. Nato a Montbard nel 1707, diviene assistente di Henry-Luis Du Hamel du Monceau, incaricato dal governo di studiare la coltivazione e la conservazione del legno per le costruzioni navali. Grazie alla sua posizione, è in grado di ottenere con facilità forniture di legname di sezione molto più grossa di quelle disponibili ai precedenti sperimentatori (Booth, 1999).

I risultati delle sue ricerche sono riportati in numerose memorie, raccolte negli Atti dell'Accademia delle Scienze di Francia, tre delle quali riguardano i risultati di esperimenti sulla resistenza del legno, successivamente ripresi in molti manuali per la progettazione, tra cui quello di Milizia<sup>46</sup> e un'edizione del manuale di Branca<sup>47</sup>, nelle note del curatore de Vegni<sup>48</sup>. Queste prove rappresentano, infatti, un episodio cardine della storia delle indagini sul comportamento del legno, sia perché sono le prime condotte su travi in scala reale, sia perché sono le prime a considerare gli effetti della durata del carico, e sono per questo ancora ricordate nei testi di ingegneria dedicati al legno, come quello di Madsen.

La prima memoria, intitolata *Moyen facile d'augmenter la solidité, la force et la durée du bois*, riguarda la possibilità di incrementare la densità, e dunque la resistenza, del legno, rimuovendo la corteccia in primavera e abbattendo le piante l'autunno successivo. Eseguendo prove di flessione su travi di quercia lunghe 14 piedi e di 6 pollici quadrati di sezione, soggette a un carico concentrato in mezzera, De Buffon mostra come quelle ricavate dalle querce cui è stata rimossa la corteccia siano più pesanti e resistenti delle altre, risultato confermato da prove su campioni

---

<sup>46</sup> Francesco Milizia, Oria 1725 – Roma 1798

<sup>47</sup> Giovanni Branca, Sant'Angelo in Lizzola 1571 – Loreto 1645

<sup>48</sup> Leonardo de Vegni, Chianciano 1731 – Chianciano 1801

di alburno di piccole dimensioni. Come osserva Booth, queste osservazioni interessano più la silvicoltura che il campo delle costruzioni, a differenza dei risultati esposti nelle due memorie successive, quella del 1740, *Expériences sur la force du Bois*, e quella del 1741, *Expériences sur la force du Bois. Second Mémoire*, di cui si riporta la traduzione in appendice (cfr. Appendice A e Appendice B).

Le *Expériences sur la force du Bois* si aprono con la dichiarazione dell'obiettivo della campagna di indagini condotte dall'autore, che si propone di "determinare con qualche precisione la resistenza del legno" (De Buffon, 1742, p.453). In accordo con quanto osservato da Laner, ciò sembra sottintendere la convinzione di poter trovare la resistenza assoluta del materiale. A questo proposito, Laner evidenzia la differenza tra l'atteggiamento deterministico di De Buffon e quello probabilistico mostrato ad esempio da Poleni<sup>49</sup>, che, svolgendo a sua volta indagini sperimentali sul legno, suggerisce di scartare i valori estremi nell'elaborazione dei risultati (Laner, 1994).

Per determinare la resistenza del legno, De Buffon dichiara di aver svolto un gran numero di prove di collasso su elementi in scala reale ("poutres") e su campioni di piccole dimensioni ("solives"). Nella prima memoria, egli si propone di presentare le conclusioni generali tratte da queste esperienze, rimandando a un intervento successivo la descrizione dettagliata delle prove, che è, infatti, raccolta nella seconda memoria presentata all'Académie.

Prima di esporre tali conclusioni, De Buffon si dilunga nell'illustrazione dell'organizzazione del tronco e delle modalità di accrescimento della pianta, da cui emerge l'osservazione degli anelli annuali di crescita, sebbene l'autore mostri di ritenere il legno primaverile un tessuto connettivo di natura diversa, oltre che meno resistente, rispetto al legno tardivo, considerato il tessuto legnoso vero e proprio. De Buffon mostra di aver già compreso la natura anisotropa del legno, attribuendo alle modalità di accrescimento del tronco, e dunque alla natura organica del materiale, la minore resistenza a trazione in direzione trasversale alle fibre rispetto a quella in direzione longitudinale:

*"[...] Da questa semplice esposizione della tessitura del legno si vede che la coesione longitudinale deve essere molto più considerevole di quella trasversale"* (De Buffon, 1742, p.456)

---

<sup>49</sup> Giovanni Poleni, Venezia 1683 – Padova 1761



Le considerazioni sull'importanza della direzione della sollecitazione rispetto alle fibre e sul diverso comportamento meccanico del legno primaticcio e quello tardivo, portano De Buffon a un'altra intuizione molto brillante, che fa del suo lavoro una pietra miliare delle indagini sul comportamento del legno: la certezza che il comportamento strutturale delle travi non possa essere dedotto dagli esperimenti su campioni di piccole dimensioni condotti fino a quel momento<sup>50</sup>. Egli afferma, infatti, che "*non si può valutare la forza di un pezzo grosso da quella di una barra*" (De Buffon, 1742, p.456), pur prendendo in considerazione solo la questione della direzione delle fibre e la posizione degli anelli e non l'aspetto riguardante la presenza di difetti, anche perché si accerta di scegliere campioni che ne siano privi.

De Buffon pone inoltre l'accento sui numerosi fattori che influiscono sulla resistenza del legno, quali l'età, la parte del tronco da cui proviene e il contenuto d'acqua. A questo proposito, egli cade in errore, ritenendo il legno stagionato meno resistente di quello fresco:

*"[...] d'ailleurs le degré de dessechement du bois fait beaucoup à sa résistance, le bois vert casse bien plus difficilement que le bois sec"* (De Buffon, 1742, p.458)

Booth ritiene che questa affermazione sia stata interpretata in modo errato dagli autori successivi, poiché, a suo parere, De Buffon semplicemente osserva che il legno verde è meno fragile di quello secco, non più resistente.

De Buffon sottolinea infine l'importanza dell'effetto della durata del carico sulla resistenza, aspetto trascurato degli sperimentatori che l'hanno preceduto, ma che ritiene tanto importante da meritare indagini apposite. Per questo, egli effettua prove di collasso su 6 travi, di 18 piedi di lunghezza e sezione con lato di 7 pollici quadrati. Due travi, soggette a un carico di 9000 libbre, giungono a collasso dopo un'ora. Altre due travi vengono caricate con 7000 libbre e giungono a collasso una dopo quasi sei mesi e l'altra dopo sei mesi e mezzo. Le travi della terza coppia, caricate con 4500 libbre, sostengono il carico per più di due anni senza giungere a collasso, ma evidenziando notevoli deformazioni. Sulla base di questi risultati, egli conclude che la sicurezza delle travi in legno è garantita per carichi di lunga durata

---

<sup>50</sup> De Buffon cita espressamente gli esperimenti condotti da Musschenbroek, di cui evidentemente era a conoscenza, ma ritiene inaffidabili anche le formule utilizzate per calcolare la resistenza delle travi, mostrando come non fosse chiara la distinzione tra comportamento a rottura e teoria della trave elastica.

inferiori alla metà del carico di rottura istantaneo, suggerendo che la sollecitazione può essere aumentata ai due terzi del carico istantaneo di rottura solo per le strutture temporanee e d'emergenza.

La variabilità riscontrata nelle prove sui campioni di piccole dimensioni spinge De Buffon a intraprendere una vasta campagna di indagini su elementi in scala reale, seguendo precisi criteri di scelta delle travi da testare, ricavate da 100 querce della stessa specie e provenienti dallo stesso terreno, messe in carico il terzo giorno dopo l'abbattimento, per evitare le differenze di comportamento determinate da un diverso grado di stagionatura.

L'apparato di prova è descritto accuratamente, sebbene non siano presenti illustrazioni. Le travi sono disposte in semplice appoggio, con un carico appeso in mezzeria, attraverso un apparato di cui l'autore determina il peso proprio. Nelle operazioni di prova, De Buffon si avvale dell'ausilio di 16 operai, per le operazioni di messa in carico e di rilevamento dei dati; tutte le procedure sono descritte in modo particolareggiato. A titolo esemplificativo, l'autore riporta il procedimento dell'esperimento condotto il 4 aprile del 1740, su una trave di quercia con sezione quadrata di 8 pollici di lato e lunga 12 piedi, giunta a rottura sotto un carico di 23625 libbre e dopo aver mostrato una freccia di 4 pollici.

L'autore dichiara di aver portato a collasso più di 100 travi di sezione quadrata, di diverse dimensioni, dai 10 ai 28 piedi di lunghezza e dai 4 agli 8 pollici di lato della sezione. Per garantire l'affidabilità dei risultati, egli esegue tre o quattro prove per ciascuna geometria dei provini.

Le esperienze condotte portano De Buffon a concludere che il legno di dimensioni strutturali non mostri rotture fragili, ma segnali il collasso attraverso evidenti deformazioni; egli ritiene che una maggiore deformabilità debba corrispondere a una maggiore resistenza, spiegando in questo modo l'affermazione, errata, che il legno stagionato è meno resistente di quello verde. È corretta invece la corrispondenza osservata tra una maggiore densità e una maggiore resistenza.

Com'era già noto, il carico di rottura risulta non essere proporzionale all'area delle travi, ma De Buffon trova che non è confermata neppure la proporzionalità inversa tra carico di rottura e luce della trave. Per quanto riguarda le condizioni di vincolo, l'autore osserva acutamente che la muratura non sia in grado di fornire alle travi un incastro perfetto, per cui ritiene il semplice appoggio il vincolo più rappresentativo delle condizioni reali dei solai lignei. Egli dichiara inoltre che i dati per il progetto di travi soggette a carichi uniformemente distribuiti possono essere facilmente ricavati dalle prove con carico concentrato in mezzeria. Interessandosi

alla resistenza del fasciame delle navi, De Buffon conduce alcune prove su elementi curvi, osservando che la resistenza maggiore si ottiene opponendo al carico la parte concava, a causa del taglio delle fibre.

La prima memoria si conclude con l'ammissione che, sebbene la vasta campagna sperimentale condotta abbia prodotto numerosi e interessanti risultati, gli aspetti del comportamento del legno ancora da approfondire restano numerosi, per cui l'autore si impegna a continuare il duro lavoro intrapreso.

La seconda memoria raccoglie il resoconto particolareggiato di molti degli esperimenti condotti da De Buffon, le cui conclusioni sono state già esposte nella memoria precedente. Le prime prove di flessione, condotte su campioni di piccole dimensioni, con sezione di un pollice quadrato e lunghezza di 1, 1,5, 2 e 3 piedi, consentono all'autore di valutare la resistenza delle diverse parti del tronco di querce di età diversa, constatando il legame tra densità e resistenza e tra resistenza e direzione di applicazione delle fibre.

Una successiva serie di test su piccole travi di quercia ha come obiettivo la verifica della proporzionalità della resistenza a flessione con l'area della sezione e con l'inverso della lunghezza della trave, seguita da alcune indagini sul diverso contributo dell'altezza e della larghezza della sezione, che non sono risolutive. Sulla base di questi risultati, e delle numerose indagini condotte su travi di dimensioni strutturali, De Buffon conclude, in accordo con gli autori precedenti, che la resistenza a flessione non è proporzionale all'area della sezione, ma neppure segue la proporzionalità, accettata dai fisici, con il prodotto della base per il quadrato dell'altezza e con l'inverso della lunghezza; la resistenza delle travi di lunghezza maggiore, risulta infatti, a parità di sezione, inferiore a quella attesa. Egli ipotizza, dunque, che la regola di Galileo non sia applicabile ai corpi elastici come il legno, ma solo a corpi dal comportamento rigido-fragile, sottolineando inoltre che il peso proprio nelle travi di grandi dimensioni fornisce un contributo maggiore al carico di rottura rispetto a quelle di dimensioni inferiori. Booth evidenzia comunque come De Buffon non proponga teorie alternative a quelle da lui ritenute errate, valutando i risultati ottenuti sufficienti per la progettazione di strutture sicure (Booth, 1999).

De Buffon asserisce di aver testato più di 1000 campioni di piccole dimensioni, ottenendo una significativa variabilità delle resistenze, a dispetto dell'apparente omogeneità e dell'assenza di difetti o deviazioni delle fibre. Booth precisa comunque che, sebbene non tutti i risultati siano stati registrati, quelli noti mostrano una dispersione che attualmente è considerata accettabile.

Il contributo originale di De Buffon alla conoscenza del comportamento del legno è rappresentato dalle numerose indagini riguardanti la resistenza a flessione di travi in scala reale. L'autore descrive dettagliatamente lo svolgimento di 30 esperimenti, ciascuno dei quali comprendente più di una prova di collasso, raccogliendo poi i risultati di 81 prove in tabelle contenenti le dimensioni delle travi, il peso proprio, il carico ultimo, la freccia al momento della prima fessurazione o del collasso e il tempo di applicazione del carico (Fig. 2.11).

*PREMIÈRE TABLE,  
Pour les pièces de quatre pouces d'équarrissage.*

Longueurs des pièces.	Poids des pièces.	Charges.	Temps employé à charger les pièces.	Flèches de la courbure des pièces dans l'instant où elles commencent à rompre.
<i>Pieds.</i>	<i>Livres.</i>	<i>Livres.</i>	<i>Heures. Minutes.</i>	<i>Pouces. Lignes.</i>
7	60	5350	0 29	3 6
	56	5275	0 22	4 6
8	68	4600	0 15	3 9
	63	4500	0 13	4 8
9	77	4100	0 14	4 10
	71	3950	0 12	5 6
10	84	3625	0 15	5 10
	82	3600	0 15	6 6
12	100	3050	.....	7
	98	2925	.....	8

Fig. 2.11 – Tabella riepilogativa dei risultati di prove di flessione su travi in legno (De Buffon, 1741, pag. 328)

Pur riconoscendo l'enorme importanza del suo lavoro, Booth ritiene che gli scritti di De Buffon forniscano l'impressione di un dilettante entusiasta più che di uno scienziato rigoroso come Musschenbroek, cui De Buffon potrebbe essersi ispirato per le indagini sulla resistenza delle diverse parti del tronco, pur utilizzando campioni meno soggetti all'influenza di difetti locali.

Booth ricorda come anche l'idea di una proporzionalità tra densità e resistenza e il tentativo di verificare sperimentalmente la legge di Galileo non siano aspetti nuovi delle indagini sul legno, mentre lo sono la comprensione che il

comportamento del legno netto non è rappresentativo di quello del legno in scala reale e la dimostrazione che la durata del carico ha una notevole influenza sulla resistenza e sulla deformazione degli elementi in legno. Un pregio ulteriore dell'opera di De Buffon è costituito dalla metodologia di raccolta dei risultati, attraverso tabelle estremamente chiare, sebbene, a questo proposito, l'assenza di diagrammi rappresenti ancora un limite (Booth, 1999).

Dalla lettura della seconda memoria emerge un'ultima intuizione innovativa di De Buffon, non ricordata da Booth né da Benvenuto, che può essere interpretata come una prima osservazione del comportamento elasto-plastico del legno. Constatando che una trave di sezione quadrata, con lato di 6 pollici e lunga 18 piedi, non era giunta a rottura in due ore e mezzo sotto un carico di 5625 libbre, egli decide di scaricarla e ripetere le operazioni di carico il giorno seguente. Dopo aver osservato che la trave aveva recuperato buona parte, ma non tutta la deformazione accumulata nel corso della prima prova, De Buffon ripete il test, registrando un carico di rottura di sole 5475 libbre. Questa esperienza pone in evidenza sia il fenomeno della diminuzione della resistenza dovuto alla durata del carico, sia la plasticizzazione del materiale oltre un certo livello di sollecitazione:

*"[...] si vede che un pezzo che ha portato un gran carico per qualche tempo perde resistenza [...] Ciò prova altresì che il legno ha una molla che ritorna fino a un certo punto, ma che questa molla essendo tesa quanto può essere senza rompersi, non si può più ristabilire perfettamente"* (De Buffon, 1741, p. 319)

### **2.3.3 Le Riflessioni ed esperienze sulla resistenza del legno di Henri Louis Du Hamel du Monceau (1700–1782)**

Nel 1735, Henri Louis Du Hamel du Monceau, grazie alla sua fama di botanico, viene nominato da Luigi XV Ispettore della Marina, con il compito di consulente riguardo alla coltivazione e alla conservazione del legno per l'impiego navale. Inizia dunque a condurre indagini sperimentali sul comportamento del legno, ma ben presto passa l'incarico al suo collaboratore, il conte De Buffon (Booth, 1999).

Sebbene esponga i risultati di esperimenti condotti precedentemente a quelli di De Buffon, la memoria di Du Hamel, *Réflexions et expériences sur la force des bois*, di cui si riporta la traduzione in appendice (cfr. Appendice C), è raccolta negli Atti dell'Accademia Reale delle Scienze di Francia del 1742. L'obiettivo delle

indagini descritte è dimostrare la presenza di fibre compresse nella trave soggetta a flessione: pur essendo trascorsa una ventina d'anni da quando Parent aveva esposto le proprie conclusioni riguardanti la distribuzione degli sforzi nella sezione, infatti, come si è visto, la teoria di Mariotte sulla posizione dell'asse neutro coincidente con l'intradosso godeva ancora di un certo credito, anche per l'errata interpretazione dei risultati sperimentali.

Le finalità delle indagini di Du Hamel sono quindi dichiaratamente diverse da quelle di De Buffon, non essendo volte a caratterizzare il comportamento del materiale ma, come le prime indagini di cui si è discusso nel paragrafo precedente, a verificare l'esattezza di una teoria sul comportamento della trave. Per questo motivo, l'autore dedica ampio spazio all'esposizione delle sue riflessioni sulla distribuzione degli sforzi nella sezione.

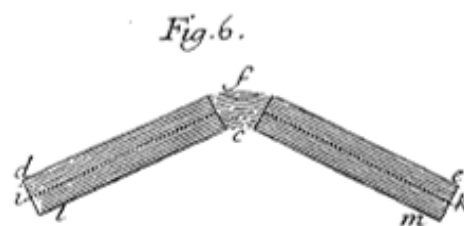
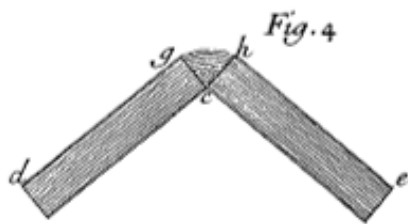


Fig. 2.12 – Ipotesi di sezione interamente tesa (Du Hamel, 1742, p.346)      Fig. 2.13 – Ipotesi di sezione parzialmente compressa (Du Hamel, 1742, p.346)

Riferendosi a una trave con un appoggio nel mezzo e due carichi appesi alle estremità, egli schematizza il comportamento deformativo delle fibre del legno attraverso una serie di molle, osservando che, nell'ipotesi di comportamento elastico e di sezione interamente tesa, la fibra all'estradosso risulta quella più sollecitata (Fig. 2.12). A questo punto però, anche facendo riferimento alle osservazioni di De Buffon, Du Hamel introduce, molto acutamente, il concetto di plasticizzazione del materiale, pur facendo una certa confusione tra l'effetto del livello del carico e quello della durata:

*“[...] è un dato sperimentale costante che una fibra che è stata allungata poco, ritorna all'incirca al suo stato iniziale quando viene rilasciata, e che invece conserva parte dell'allungamento quando è stata tesa fino a un certo punto: se ne vede un esempio in una verga di legno che, quando è stata piegata leggermente, ritorna al suo stato iniziale, e che, quando è stata*

*piegata maggiormente, conserva una parte della curvatura che le è stata data*" (Du Hamel, 1742, pp. 337-338)

Seguendo questo ragionamento, egli sostanzialmente ipotizza lo snervamento di una parte delle fibre della sezione, con conseguente redistribuzione degli sforzi, poiché *"la fibra gh potrebbe quindi aver perso la sua reazione quando le altre fibre meno tese godono ancora di questa proprietà"* (Du Hamel, 1742, p. 338). L'autore introduce quindi anche l'ipotesi di sezione parzialmente compressa, proponendo l'esempio di una candela di cera che, se piegata, mostra un chiaro rigonfiamento sul lato concavo, indice della compressione della materia (*Fig. 2.13*). Discutendo la distribuzione degli sforzi, si spinge anche a ipotizzare un comportamento asimmetrico del legno a trazione e compressione:

*"Ci sono quindi delle fibre in compressione, e delle fibre che sono in trazione; è evidente, mi pare, che la quantità di fibre in compressione o in dilatazione in un pezzo di legno caricato, varia a seconda che le fibre siano più allungabili che comprimibili, o più comprimibili che dilatabili: cosicché, se le fibre fossero più comprimibili che allungabili, ci sarebbero molte fibre in contrazione e poche in allungamento; al contrario, se le fibre fossero più allungabili che comprimibili, ci sarebbero molte fibre in dilatazione e poche in accorciamento"* (Du Hamel, 1742, p. 338)

Prima di passare alla descrizione degli esperimenti da lui condotti, Du Hamel esprime un'ultima brillante osservazione, riportata anche da Benvenuto, che sembra indicare come l'autore colga la presenza della tensione tangenziale, determinata dall'azione del taglio sulla trave inflessa, senza tuttavia comprenderne il vero significato:

*"[...] la forza di coesione delle fibre di legno tra loro influisce molto sulla resistenza del legno, in modo che un pezzo di legno formato da fibre molto forti, ma poco aderenti tra loro, potrebbe rompersi sotto un carico che un altro pezzo, le cui fibre fossero più deboli, ma meglio unite, potrebbe sopportare."* (Du Hamel, 1742, p. 340)

Per dimostrare la presenza di fibre compresse nella sezione, Du Hamel conduce una serie di prove di flessione, con carico concentrato in mezzzeria, su piccoli campioni di salice, con sezione quadrata di 1,5 pollici di lato e 3 piedi di

lunghezza. I primi sei campioni raggiungono il collasso a un carico medio di 525 libbre. Successivamente, vengono sottoposti a flessione due campioni con un intaglio in mezzeria, dall'estradosso fino a un terzo dell'altezza, in cui è stata infilata una zeppa in legno di quercia stagionato; il carico di rottura medio di questi provini risulta pari a 551 libbre. Un'ulteriore coppia di travi, con un intaglio che giunge alla metà dello spessore, mostra un carico di rottura medio di 542 libbre; infine 6 travi, intagliate fino a tre quarti dello spessore, mostrano una resistenza superiore a quella delle travi originali, con un carico di rottura medio pari a 530 libbre. Du Hamel ritiene così dimostrata la presenza di fibre compresse nella sezione e spiega la maggiore resistenza delle travi intagliate fino a tre quarti dello spessore con la precompressione delle fibre, determinata dalla forzatura del blocco di quercia nella fessura. Booth sottolinea come questa considerazione possa ritenersi la prima descrizione dei vantaggi della precompressione in una trave in legno (Booth, 1999).

Benvenuto interpreta diversamente i risultati ottenuti da Du Hamel; a suo parere, nell'intento di dimostrare la presenza di fibre compresse nella sezione, Du Hamel propone per la prima volta l'impiego di una sezione mista per il rinforzo delle travi soggette a flessione. Benvenuto evidenzia la genialità dell'idea di contrastare la perdita di prestazione delle fibre compresse rispetto a quelle tese, attraverso l'accoppiamento con un altro materiale, per cui considera Du Hamel un precursore dei concetti che porteranno al cemento armato. Grazie a queste intuizioni, Du Hamel può a buon diritto essere ritenuto un precursore anche delle strutture miste in legno e calcestruzzo, per cui si è ritenuto opportuno trattare approfonditamente il suo lavoro in questa sede.

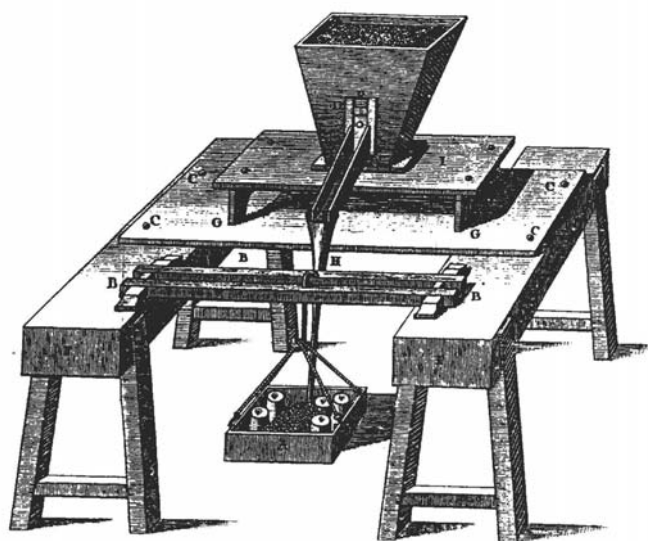
La memoria di Du Hamel, generalmente ritenuta meno innovativa di quelle di De Buffon, mostra una maggiore conoscenza teorica del comportamento della trave, contenendo spunti molto brillanti sul comportamento delle strutture, che l'autore non è tuttavia in grado di sviluppare compiutamente.

Una memoria successiva, presentata nel 1768, riporta i risultati di prove condotte dall'autore su tre travi, per confrontarne la resistenza con quella del legno impiegato 30 anni prima, senza ottenere risultati significativi (Booth, 1999).

Di maggior rilievo è il testo pubblicato da Du Hamel nel 1767, *Du transport, de la conservation et la force des bois*, conclusione della trattazione iniziata con il testo del 1764, *De l'exploitation des bois*, in cui sono presentate indagini su piccoli campioni volte a confrontare il comportamento delle diverse parti del tronco e a verificare il rapporto tra le dimensioni e la resistenza delle travi. Booth sottolinea la chiarezza con cui sono descritti gli esperimenti, che però non presentano aspetti innovativi, eccetto le prove fatte per confrontare la resistenza del legno verde e



quella del legno stagionato (*Fig. 2.14*). Per valutare la differenza, Du Hamel confronta il carico di rottura a flessione di 8 campioni di piccole dimensioni non stagionati, con quello di 8 provini, ricavati da una pianta simile e lasciati stagionare per 20 mesi. I risultati del confronto tra i carichi di rottura ricavati per campioni provenienti da zone corrispondenti del tronco, mostrano una resistenza dei campioni stagionati pari a solo l'85% di quella dei campioni freschi, per cui Du Hamel, come De Buffon, conclude che il legno stagionato sia meno resistente di quello fresco. Booth osserva come non sia facile spiegare il motivo di questo evidente errore, ipotizzando che i provini stagionati, che avevano sezione analoga agli altri al momento del taglio, avessero subito un ritiro tale da diminuire significativamente la dimensione della sezione resistente (Booth, 1999).



*Fig. 2.14 – Apparato per prove di flessione utilizzato da Du Hamel (Booth, 1999, pag. 229)*

## 2.4. OSSERVAZIONI

In questo capitolo si è visto come, tra la fine del XVII e il XVIII secolo, grazie all'impatto dell'opera di Galileo, che porta all'attenzione della comunità scientifica europea il problema della resistenza dei materiali, numerosi studiosi contribuiscano allo sviluppo della teoria della trave, che si accompagna all'applicazione sempre più raffinata del metodo sperimentale alle indagini sul comportamento del legno.

Il rapporto tra sviluppi teorici e indagini sperimentali è biunivoco: prima che per caratterizzare il comportamento meccanico del materiale, le prove sulla resistenza delle travi in legno nascono per confermare le teorie che si susseguono e che, a loro volta, vengono influenzate, anche erroneamente, come nel caso di Parent, dai risultati empirici. Particolarmente interessanti, per quanto riguarda il rapporto tra la durata del carico, la resistenza e la deformazione delle travi in legno di dimensione strutturale, sono le indagini di De Buffon e Du Hamel, che sono state descritte dettagliatamente.

Per concludere, vengono presentate alcune tavole sinottiche, che riassumono il quadro evolutivo delle conoscenze teoriche sul comportamento della trave e la storia delle prime indagini sperimentali sulle travi in legno. Restano comunque aperti vasti campi d'indagine: in questa sede, non sono state ad esempio contemplate le prove sperimentali condotte da Poleni.

Autore	Concetto	Espressione analitica	Data
[Aristotele <sup>51</sup> ]	Resistenza della trave inflessa ricondotta all'equilibrio della leva		IV sec. a.C.
Leonardo	Resistenza della trave Freccia della trave in semplice appoggio	$Q_{lim} = \alpha(bd)/l$ $v = \alpha l^2$	XV sec.
Galileo	Resistenza a trazione di un solido Resistenza della trave Distribuzione uniforme dello sforzo lungo la sezione	$F_{lim} = \alpha A$ $Q_{lim} = \alpha(bd^2)/l$ $M_{lim} = 1/2\sigma_{lim}(bd^2)$	1638
Beeckman	Presenza di fibre compresse nella sezione		1620
Hooke	Relazione lineare tra carico e deformazione Trave schematizzata come due fibre elastiche, di cui una si allunga e una si accorcia	$F = k\delta$	1678
Mariotte	Distribuzione lineare degli sforzi lungo la sezione, comportamento della trave schematizzabile come se tutte le fibre fossero tese	$M_{lim} = 1/3\sigma_{lim}(bd^2)$	1686 <sup>52</sup>
Leibniz	Contributo di ciascuna fibra al momento resistente della sezione proporzionale al quadrato della distanza dall'intradosso (asse neutro) Applicazione del calcolo integrale alla relazione tra stato locale di tensione e momento flettente	$\sigma = (M_R/J_a)y$	1684
Giacomo Bernoulli	Relazione tra raggio di curvatura, deformazione massima della trave, corrispondente a quella della fibra estradossale, e altezza della sezione Relazione locale sforzo-deformazione	$\sigma = E\varepsilon$	1694 1705

<sup>51</sup> Come detto in precedenza, l'attribuzione ad Aristotele delle *Questioni meccaniche*, l'opera in cui compare per la prima volta il problema della trave inflessa, è generalmente contestata

<sup>52</sup> La data è riferita alla pubblicazione, postuma, del *Traité du mouvement des eaux et des autres corps fluids*

Indagini sul comportamento delle travi in legno agli albori del metodo sperimentale: le esperienze di Georges Louis Leclerc De Buffon (1707-1788) e di Henri-Louis Du Hamel Du Monceau (1700-1782) nelle "Mémoires" dell'Académie Royale des Sciences

Parent	Corretta distribuzione degli sforzi nella sezione della trave	$M_{lim} = 1/6\sigma_{lim}(bd^2)$	1708
Eulero	Relazione tra la differenza di curvatura della fibra indeformata della trave elastica (posta all'intradosso) e il momento flettente	$M = EJ_x/r$ $EJ_x = \frac{Ql^3}{3v} \cdot \left(1 - \frac{27}{35} \frac{v^2}{l^2}\right)^{-1}$	1727
Daniele Bernoulli	Teoria linearizzata della trave Freccia all'estremità della mensola	$V = Ql^3/(3EJ_x)$	1735 1741
Du Hamel	Distribuzione degli sforzi in una trave dipendente dal rapporto tra resistenza a trazione e resistenza a compressione. Plasticizzazione della sezione. Intuizione della presenza di tensioni tangenziali		1742
Eulero	Equazioni di equilibrio indefinito della trave		1771
Coulomb	Formulazione rigorosa del momento resistente corretto di una trave. Individuazione della tensione tangenziale	$M_{lim} = 1/6\sigma_{lim}(bd^2)$	1773
Girard	Intuizioni sull'anelasticità dei materiali, incrementi temporali della deformazione.		1798
Bresse	Sistemazione definitiva della teoria della trave		1854

Tab. 2.2 – Quadro riassuntivo dello sviluppo delle teorie sulla trave inflessa, elaborato sulla base di quello proposto in Booth, 1999, p.235

Autore	Oggetto e modalità delle indagini sperimentali	Data
Leonardo	Prove di flessione su travi in semplice appoggio con carico appeso in mezzzeria, forse esperimenti mentali	XV sec.
De L'Orme	Prova di resistenza su di una struttura di travi in legno composte di elementi di piccola dimensione	1561
Galileo	Descrizione di un test di trazione. Esperimento mentale relativo al carico di rottura di una mensola	1638
Mariotte	Carico di rottura di una mensola di piccole dimensioni	1680
Hooke	Prove di rottura di travi di piccole dimensioni, probabilmente semplicemente appoggiate con carico appeso in mezzzeria	1678
Parent	Carico di rottura di travi di piccole dimensioni in quercia e abete, incastrate a un'estremità, doppiamente incastrate e in semplice appoggio	1707
De Bélidor	Carico di rottura di travette in semplice appoggio e doppiamente incastrate, con carico appeso in mezzzeria. Analisi dei dati che mostra consapevolezza della variabilità del legno. Proporzionalità della resistenza alla larghezza e al quadrato dell'altezza della sezione	1729
Musschenbroek	Macchina per prove di trazione. Resistenza a trazione delle diverse parti del tronco e di diverse specie legnose. Effetto del contenuto d'acqua sulla resistenza. Rilievo delle fessure. Carico critico di una colonna	1729-1762
De Buffon	Effetto della velocità di crescita sulla densità. Prove su travi di grandi dimensioni. Legame carico-deformazione delle travi. Effetto della durata del carico. Tabulazione dei risultati	1740-1741
Du Hamel	Verifica della presenza di fibre compresse nella trave inflessa	1742
Emerson	Effetto del contenuto d'acqua sulla resistenza corretto	1758

Girard	Macchina per prove di flessione e compressione su provini di grandi dimensioni. Effetti della durata del carico	1798
Barlow	Effetto dei carichi di breve durata sulla resistenza	1817
Haupt	Effetto dei carichi di lunga durata sulla resistenza	1841

Tab. 2.3 – Quadro riassuntivo della storia delle indagini sperimentali sul legno in epoca moderna, elaborato sulla base di quello proposto in Booth, 1999, p.235

Autore	Osservazione	Data
Mariotte	Intuizione dell'influenza della velocità di applicazione del carico sulla resistenza	1686 <sup>53</sup>
Musschenbroek	Osservazione dell'aumento di deformazione conseguente alla durata del carico	1729-1762
De Buffon	Rilevazione sperimentale del tempo di collasso Rilevazione sperimentale della deformazione differita	1740-1741
Emerson	Osservazione della diminuzione di resistenza dovuta alla durata del carico	1758
Girard	Osservazione dell'effetto della durata del carico su resistenza e deformazione	1798
Barlow	Verifica sperimentale della resistenza residua di provini soggetti a carichi di breve durata	1817
Haupt	Verifica sperimentale della resistenza residua di provini soggetti a carichi di lunga durata	1841

Tab. 2.4 – Quadro riassuntivo delle osservazioni sugli effetti della durata del carico compiute dagli autori degli esperimenti sulle travi in legno in epoca moderna

## 2.5. REFERENZE

- BARLOW P., *An essay on the strength and stress of timber, founded upon experiments performed at the Royal Military Academy on specimens from the Royal Arsenal and his Majesty's Dockyard, Woolwich [...]*, Third Edition, Architectural Library, Londra 1826
- BEECKMAN I., *Journal tenu par Isaac Beeckman de 1604 à 1634. Publié avec une introduction et des notes par C. de Waard*, M. Nijhoff, La Haye 1939-1953
- BÉLIDOR B.F. DE, *La science des Ingénieurs dans la conduite des travaux de fortification et d'architecture civile [...]*, F. Didot, Parigi 1813
- BENVENUTO E., *La scienza delle costruzioni e il suo sviluppo storico*, Edizioni di Storia e Letteratura, Roma 2006
- BERNOULLI G., *Véritable hypothèse de la résistance des Solides, avec la démonstration de la Courbure des Corps qui font ressort*, in AA. VV., *Histoire de l'Académie Royale des Science. Année MDCCVII. Avec les Mémoires de Mathématique et de Physique, pour la meme Année. Tirés des*

<sup>53</sup> Si veda la nota precedente

- registres de cette Académie*, G. Martin, J.B. Coignard fils et H.L. Guerin, Parigi 1730, pp. 176-186
- BERNOULLI G., *Curvatura Laminae Elasticae. Ejus Identitas cum Curvatura Lintei a pondere inclusi fluidi expansi [...], Ec.*, in "Acta Eruditorum", Giugno 1694, pp. 262-276
- BIBLIS E.J., *Shear Deflection of Wood Beams*, in "Forest Product Journal", 1965, n.15, pp.492-498
- BIRINGUCCI O.V., *Parafraresi di Monsignor Alessandro Piccolomini Arcivescovo di Patras sopra le Meccaniche d'Aristotele*, Francesco Zanetti, Roma 1582
- BOOTH L.G., *The strength testing of timber during the 17th and the 18th centuries*, in *The development of Timber as a Structural Material*, edited by D.T. Yeomans, "Studies in the History of Civil Engineering", vol. 8, Ashgate Publishing Limited, Grain Britain, USA, 1999, pp. 211-236
- BRANCA G., *Manuale d'Architettura*, a cura di L. de Vegni, G. Monaldini, Roma 1772
- BRESSE J.A.C., *Recherches analytiques sur la flexion et la résistance des pièces courbes, accompagnées de tables numériques pour calculer la poussée des arcs chargés de poids d'une manière quelconque, et leur pression maximum sous une charge uniformément répartie [...]*, Mallet-Bachelier, Paris 1854
- COULOMB C.A., *Essai sur une Application des Règles de maximis et minimis à quelques problèmes de statique relatifs à l'architecture*, in "Mémoires de mathématique et de physique, présentés à l'Académie royale des sciences, par divers sçavans, & lûs dans ses assemblées", n. 7, 1776, pp. 343-382
- DE BUFFON G.L.L., *Expériences sur la force du Bois. Second Mémoire. Par M. de Buffon*, in AA. VV., *Histoire de l'Académie Royale des Science. Année M.DCCXLI. Avec les Mémoires de Mathématique et de Physique, pour la meme Année. Tirés des registres de cette Académie*, Imprimerie Royale, Paris 1744, pp. 292-334
- DE BUFFON G.L.L., *Expériences sur la force du Bois. Par M. de Buffon*, in AA. VV., *Histoire de l'Académie Royale des Science. Année M.DCCXL. Avec les Mémoires de Mathématique et de Physique, pour la meme Année. Tirés des registres de cette Académie*, Imprimerie Royale, Paris 1742, pp. 453-467
- DE BUFFON G.L.L., *Moyen facile d'augmenter la solidité, la force et la durée du bois*, in AA. VV., *Histoire de l'Académie Royale des Science. Année M.DCCXXXVIII. Avec les Mémoires de Mathématique et de Physique, pour la meme Année. Tirés des registres de cette Académie*, Imprimerie Royale, Paris 1740, pp. 169-184
- DE L'ORME, *Nouvelles inventions pour bien bastir et a petits frais, trouvées naguère par Philibert De l'Orme [...]*, F. Morel, Paris 1561
- DI PASQUALE S., *L'arte del costruire. Tra conoscenza e scienza*, Marsilio, Venezia 1996
- DU HAMEL DU MONCEAU H.L., *Expériences pour connoître la force des Bois. Par M. du Hamel*, in AA. VV., *Histoire de l'Académie Royale des Science. Année M.DCCLXVIII. Avec les Mémoires de Mathématique et de Physique, pour la meme Année. Tirés des registres de cette Académie*, Imprimerie Royale, Paris 1770, pp. 534-537
- DU HAMEL DU MONCEAU H.L., *Du Transport, de la Conservation et la Force des Bois; où l'On Trouvera des Moyens d'Attendrir les Bois, de Leur Donner Diverses Courbures, sur-tot pour Suppléer au Défaut des Pièces Simples*, L.F. Delatour, Paris 1767
- DU HAMEL DU MONCEAU H.L., *De l'exploitation des bois; ou moyens de tirer un parti avantageux des taillis, demi-futaies et hautes-futaies, et d'en faire une juste Estimation: Avec la Description des Arts qui se pratiquent dans le Forêts: Faisant partie du Traité complet des Bois & des Forests [...]*, H.L. Guerin & L.F. Delatour, Paris 1764

- DU HAMEL DU MONCEAU H.L., *Réflexions et expériences sur la force des bois. Par M. du Hamel*, in AA. VV., *Histoire de l'Académie Royale des Science. Année M.DCCXLII. Avec les Mémoires de Mathématique et de Physique, pour la meme Année. Tirés des registres de cette Académie*, Imprimerie Royale, Paris 1745, pp. 335-346
- EMERSON W., *The principles of mechanics: explaining and demonstrating [...]*, O. Hodgson, London 1836
- ERONE, *Mechanica et catoptrica: accedunt quaedam excerpta*, in ERONE, *Heronis Alexandrini Opera quae supersunt omnia*, a cura di L. Nix e W. Schmidt, B.G. Teubneri, Stoccarda 1976, vol. 2
- EULERO L., *De oscillationibus annulorum elasticorum*, in EULERO L., *Opera posthuma*, a cura di P.H. Fuss e N. Fuss, Eggers e soci, San Pietroburgo, 1862, vol. 2, pp. 129-131
- EULERO L., *Recensio litterarum a Cl. D. Bernoullio Basilea die 26 Oct. 1735 ad me datarum una cum annotationibus meis*, in EULERO L., *Opera posthuma*, a cura di P.H. Fuss e N. Fuss, Eggers e soci, San Pietroburgo, 1862, vol. 2, pp. 125-128
- EULERO L., *Genuina principia doctrinae de statu aequilibrii et motu corporum tam perfecte flexibilia quam elasticorum*, in "Novi commentarii Academiae scientiarum Imperialis Petropolitanae", 1771, n. 15, pp. 381-413
- FRIDLEY K.J. – HUNT M.O. – SENFT J.F., *Historical perspective of Duration-of-Load concepts*, in "Forest Products Journal", 1995, n. 45, pp. 72-74
- GALILEI G., *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze, attinenti alla Meccanica, ed ai Movimenti Locali*, in GALILEI G., *Opere di Galileo Galilei [...]*, Gaetano Tartini e Santi Franchi, Firenze 1718, vol. 2
- GARGIANI R., *Macchine divisorie tra Sei e Settecento per calcolare la resistenza dei materiali: verso la costruzione perfetta*, in "Matières", 2003, n. 6
- [GIORDANO NEMORARIO], *Iordani Opusculum de ponderositate Nicolai Tartaleae studio correctum, nouisque figuris auctum*, a cura di N. Tartaglia, Curzio Troiano, Venezia 1565
- GIRARD P.S., *Traité analytique de la résistance des solides et des solides d'égalé résistance [...]*, F. Didot, Du Pont, Paris 1798
- GRASHOF F., *Theorie der Elastizität und Festigkeit mit Bezug auf ihre Anwendung in der Technik*, Zweite Auflage, R. Gaertner, Berlin 1878
- HOOKE R., *Lectures de potentia restitutiva, or, of springs: explaining the power of springing bodies [...]*, J. Martyn, London 1678
- LEIBNIZ G.W., *Demonstrationes novae de resistentia solidorum*, in "Acta Eruditorum", Luglio 1684, pp. 467-473
- LANER F., *La concezione delle strutture lignee nel sec. XIX*, Atti del quarto seminario di Storia delle Scienze e delle Tecniche, "Tecnica e Tecnologia dell'Architettura dell'Ottocento", Venezia, Italia, 11-12 Novembre 1994
- MARIOTTE E., *Traité du mouvement des eaux et des autres corps fluids. Divisé en V parties. Par feu M. Mariotte [...]*, E. Michallet, Paris 1686
- MADSEN B., *Structural behavior of timber*, Timber Engineering LTD, North Vancouver 1992
- MILIZIA F., *Principj di architettura civile*, J. de' Rossi, Finale 1781
- MUSSCHENBROEK P. VAN, *Dissertationes physicae experimentales et geometricae [...]*, S. Luchtman, Leida 1729
- MUSSCHENBROEK P. VAN, *Introductio ad Philosophiam Naturalem*, S. Luchtman e J. Luchtman, Leida 1762
- PARENT A., *De la véritable mécanique des résistances relatives des solides, et réflexions sur le système de M. Bernoulli de Bâle*, in PARENT A., *Essais et recherches des mathématiques et des physiques [...]*, J. de Nully, Paris 1713, vol. 2

- PARENT A., *Expériences. Pour connoître la résistance des bois de Chêne et de Sapin. Par M. Parent*, in AA. VV., *Histoire de l'Académie Royale des Science. Année M.DCCVII. Avec les Mémoires de Mathématique et de Physique, pour la meme Année. Tirés des registres de cette Académie*, G. Martin, J.B. Coignard fils, H.L. Guerin, Paris 1730, pp. 512-516
- PARVOPASSU, *Visione storica della scienza e della tecnica delle costruzioni*, in "Politecnico di Milano. Rendiconti e pubblicazioni del corso di perfezionamento per le costruzioni in cemento armato", Fondazione Fratelli Pesenti, Milano 1953, n. 5
- ROBISON J., *Strength of Materials*, in AA.VV., *Encyclopaedia Britannica; or, a Dictionary of Arts, Sciences, and Miscellaneous Literature [...]*, edited by C. Macfarquhar and G. Gleg, Third Edition, A. Bell and C. Macfarquhae, Edinburg 1798
- TERILL A., *Problema matematico-philosophicum tripartitum, de termino magnitudinis, ac virium in animalibus*, Vigna, Parma 1660
- TIEMANN H.D., *Wood Technology*, Pitman Publishing, New York 1951
- VARIGNON P., *La Nouvelle Mécanique ou Statique*, Claude Joubert, Parigi 1725
- VINCI L. DA, *Codice Atlantico*, (Veneranda Biblioteca Ambrosiana), ff. 152rb, 211rb, 225rf, 332rb
- VINCI L. DA, *Manoscritto A*, (Institut de France), f. 49r
- VITRUVIO, *De architectura*, a cura di P. Gros, trad. it. di A. Corso e E. Romano, Giulio Einaudi Editore, Torino 1997





---

## 3. COMPORTAMENTO FLESSIONALE DELLA TRAVE IN LEGNO

---

### 3.1. PROPRIETÀ ANATOMICHE E STRUTTURA CHIMICA DEL LEGNO

#### 3.1.1 Introduzione

Il legno si differenzia dagli altri materiali da costruzione per la sua origine organica, che ne garantisce la sostenibilità ambientale e, nello stesso tempo, ne determina sia il particolare comportamento meccanico sia la deteriorabilità. Per questo motivo lo studio del legno come materiale strutturale non può prescindere dalla conoscenza della sua struttura biologica e chimica.

Nel capitolo precedente è emerso come la struttura anatomica del legno fosse già nota agli albori della scienza moderna (cfr. cap. 2); essa è ampiamente descritta in letteratura, a differenza della composizione chimica, che presenta alcuni aspetti ancora non del tutto chiari.

Nel seguito si riassumono gli aspetti di maggior interesse per la comprensione del fenomeno deformativo degli elementi strutturali in legno, desunti dai principali testi dedicati a questo materiale e in particolar modo dal testo *Strutture in legno. Materiale, calcolo e progetto secondo le nuove normative europee*, di Piazza, Tomasi e Modena, dal testo *Tecnica delle costruzioni in legno*, di Giordano e dal testo *Mechanics of wood and wood composites*, di Bodig e Jayne.

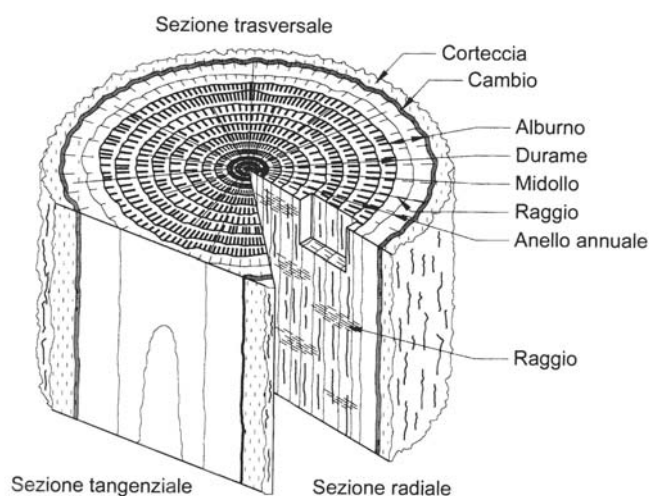
#### 3.1.2 Anatomia del tronco

Il legno è il tessuto di sostegno prodotto dalle piante per consentire l'esposizione delle parti verdi alla luce solare, mediante l'accrescimento stagionale,

in altezza e in diametro, del fusto ed è composto da molecole organiche complesse, tra cui la cellulosa, prodotte grazie all'assorbimento dell'energia solare (Piazza et al., 2005). In natura, alla morte della pianta la decomposizione restituisce all'ecosistema le sostanze immagazzinate nel legno: la rinnovabilità è uno degli aspetti di maggior interesse nell'impiego di questo materiale nel campo delle costruzioni (Bodig e Jayne, 1982).

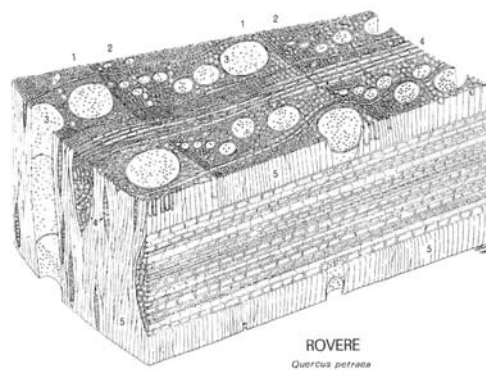
La produzione del legno nella pianta viva avviene ad opera dello strato cambiale, le cui cellule generano sia lo xilema, il tessuto che sostiene la pianta e conduce la linfa verso le foglie, dove avviene la fotosintesi, sia la corteccia, composta da uno strato interno che trasporta la linfa elaborata dalle foglie alla pianta e da uno strato esterno di protezione (*Fig. 3.1*).

La riproduzione delle cellule cambiali avviene per scissione in due nuove cellule, che possono essere entrambe di tessuto cambiale oppure una di tessuto cambiale e una di xilema o di corteccia. Sei giorni dopo la scissione inizia la differenziazione: le cellule destinate a diventare xilema o corteccia subiscono il processo di lignificazione, un'alterazione chimica che comporta l'ispessimento delle pareti cellulari a discapito dello svuotamento del nucleo e che si conclude con la morte della cellula. Il legno è dunque costituito da cellule morte, ad esclusione del tessuto cambiale e del tessuto parenchimatico, che ha la funzione di immagazzinare le sostanze nutritive di riserva (Piazza et al., 2005).

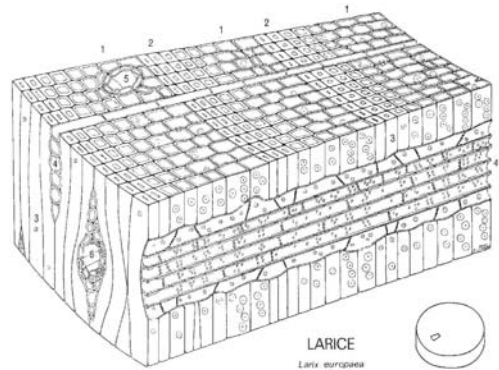


*Fig. 3.1 - Costituzione del tronco (Piazza et al., 2005, pag. 4)*

In funzione dei caratteri botanici le piante possono essere distinte in angiosperme, cui appartengono le latifoglie, e gimnosperme, cui appartengono le conifere (Giordano, 1999). Nelle prime, che hanno foglie larghe e piatte e producono fiori, le funzioni di sostegno e quelle di conduzione sono svolte rispettivamente dalle fibre, cellule fusiformi, e dai vasi, cellule cilindriche (Fig. 3.2). Nelle conifere, che hanno foglie sottili e appuntite e producono pseudo-frutti dalla forma conica, entrambe le funzioni sono svolte da cellule fusiformi dette tracheidi, che presentano aperture sulle pareti dette punteggiature (Fig. 3.3). In ambito tecnologico e strutturale, il termine fibra indica indistintamente le cellule deputate al sostegno della pianta, sia per le latifoglie sia per le conifere.



ROVERE  
*Quercus petraea*



LARICE  
*Larix europaea*

Fig. 3.2 - Schema prospettico di un frammento di legno di rovere. Scala approssimativa 12,5:1 (Giordano 1999, p.9):

1. Zona primaticcia
2. Zona tardiva
3. Vasi di diametro decrescente dalla zona primaticcia a quella tardiva
4. Raggi midollari mono e multiseriati
5. Fibre con cellule parenchimatiche disperse

Fig. 3.3 - Schema prospettico di un frammento di legno di larice. Scala approssimativa 25:1 (Giordano 1999, p.8):

1. Zona primaticcia
2. Zona tardiva
3. Tracheidi con pareti di spessore crescente dalla zona primaverile alla zona tardiva
4. Raggi midollari
5. Canale resinifero assiale
6. Canale resinifero orizzontale

Nei climi in cui vi è una netta distinzione tra stagione calda e stagione fredda, le piante mostrano anelli di accrescimento annuali, costituiti da uno strato primaverile di legno chiaro e da uno strato autunnale di legno più scuro e più denso. Questa differenza tra legno primaticcio e legno tardivo è determinata dal risveglio primaverile della pianta, che richiede una grande circolazione di fluidi, determinando la produzione di un tessuto conduttore con diametro cellulare

maggiore nelle latifoglie e con pareti cellulari più sottili nelle conifere (Piazza et al., 2005). Eventi straordinari quali periodi di siccità o la perdita delle foglie a causa dell'attacco di insetti possono interrompere l'accrescimento radiale, portando alla formazione di più di un anello nella stessa stagione (Miller, 1999).

Nella maggior parte delle piante la circolazione dei fluidi è limitata allo strato del tronco prossimo alla corteccia, detto alburno, poiché nel corso degli anni la morte delle cellule parenchimatiche genera il deposito di sostanze che la ostacolano. La parte di tronco in cui non è più attiva la circolazione della linfa, il durame, occupa la maggior parte della sezione, sebbene in alcune specie, tra cui l'abete rosso impiegato nel corso delle indagini sperimentali presentate in questo lavoro, non sia presente questa differenziazione (Piazza et al., 2005). Il durame possiede caratteristiche meccaniche migliori rispetto all'alburno e una maggiore resistenza agli attacchi biologici, dovuta alle sostanze depositate nelle cavità cellulari, per cui travi e tavole per impieghi strutturali vengono private dell'alburno (Giordano, 1999).

La circolazione delle sostanze nutritive in direzione trasversale avviene attraverso i raggi, tessuti composti di cellule parenchimatiche disposte orizzontalmente che connettono i diversi strati del tronco, dal centro della pianta alla corteccia. Al centro del tronco si trova il midollo, un piccolo nucleo di tessuto presente all'interno del fusto e dei rami da cui ha avuto inizio la crescita della pianta (Miller, 1999).

La formazione del tessuto attraverso cerchi concentrici suggerisce l'individuazione di tre direzioni principali, longitudinale, radiale e tangenziale, per la definizione di alcune proprietà del legno, tra cui il comportamento meccanico, strettamente dipendente dalla direzione delle sollecitazioni applicate.

### **3.1.3 Struttura e composizione chimica delle fibre**

Le caratteristiche meccaniche del legno e il loro legame con il contenuto d'acqua, discusso approfonditamente nel seguito, dipendono principalmente dall'organizzazione e dalla composizione chimica delle pareti cellulari, che è simile nelle tracheidi delle conifere e nelle fibre e nei vasi delle latifoglie (Bodig e Jayne, 1982).

La parete cellulare delle tracheidi ha una struttura cilindrica, costituita da uno strato primario e uno strato secondario di microfibrille, lunghe catene di cellulosa disposte in fasci con diversi gradi di reticolazione (*Fig. 3.4*). Le microfibrille fungono

da sostegno a incrostazioni di diverse sostanze, di cui la principale è la lignina, presenti in quantità crescente verso la zona di transizione tra due cellule, detta lamella mediana.

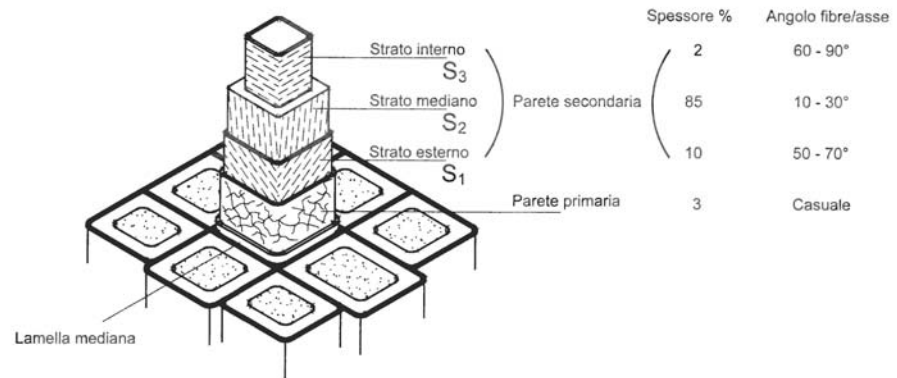


Fig. 3.4 - Organizzazione e struttura delle fibre nel legno di conifera (Piazza et al., 2005, pag. 7)

Lo strato primario costituisce circa il 3% della parete cellulare ed è composto da microfibrille di cellulosa disposte disordinatamente. La parete secondaria è a sua volta composta da strati differenti; il primo è costituito da poche lamelle, in cui le microfibrille sono disposte secondo un'elica alternativamente destrorsa e sinistrorsa, formante con l'asse della fibra un angolo variabile tra 50° e 70°. Il secondo strato occupa la maggior parte dello spessore della parete secondaria ed è costituito da molte lamelle, in cui le microfibrille sono parallele tra loro e formano un'elica destrorsa, con angolo variabile tra i 10° e i 30° rispetto all'asse della fibra. Lo strato interno, nelle specie in cui è presente, è composto da poche lamelle, in cui le fibrille descrivono eliche alternate, con angoli tra i 60° e i 90° rispetto all'asse della fibra.

Poiché lo strato mediano della parete secondaria è il principale costituente della parete cellulare, il comportamento meccanico del legno è determinato dalle sue caratteristiche: l'elevata resistenza a trazione dipende, infatti, dalla giacitura delle microfibrille in questo strato (Piazza et al., 2005).

Le sostanze organiche che costituiscono il legno possono essere distinte tra componenti delle pareti cellulari ed estrattivi, sostanze solubili in acqua depositate dalla linfa nei lumi cellulari. La parete cellulare è composta da tre elementi principali: cellulosa, emicellulosa e lignina. Cellulosa ed emicellulosa sono

carboidrati e costituiscono circa il 70% del materiale<sup>1</sup>, insieme a un altro carboidrato, la pectina, in genere annoverata tra gli estrattivi (Bodig e Jayne, 1982).

La cellulosa è un polimero organico, costituito da catene prevalentemente lineari di cellobiosio, un disaccaride composto da due molecole di  $\beta$ -glucosio (Fig. 3.5). Il legame C-O-C tra le molecole di glucosio determina la resistenza a trazione del materiale, mentre la formazione di legami a idrogeno tra i gruppi di ossidrili laterali -OH delle diverse catene conferisce una parziale cristallizzazione. I gruppi di ossidrili rimasti liberi nelle zone amorphe favoriscono il comportamento idrofilo della cellulosa, che presenta quindi caratteristiche eterogenee sia dal punto di vista chimico che da quello fisico (Piazza et al., 2005).

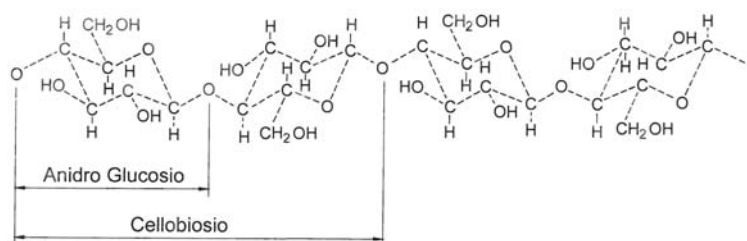


Fig. 3.5 - Schema della struttura del polimero della cellulosa (Piazza et al., 2005, pag. 9)

L'emicellulosa è una forma modificata di cellulosa, contenente due polimeri carboidrati, xilosio e mannosio; le latifoglie contengono più xilosio, le conifere più mannosio, ma sono abbastanza uniformi nei loro rispettivi gruppi. A differenza della cellulosa, l'emicellulosa si trova nelle pareti cellulari in forma di singole molecole, per cui si lega più strettamente alla lignina. La presenza di molti gruppi laterali impedisce all'emicellulosa la formazione dello stretto legame tra le molecole necessario alla cristallizzazione (Bodig e Jayne, 1982).

<sup>1</sup> Le percentuali di cellulosa, emicellulosa e lignina presenti nel legno differiscono leggermente nei diversi autori: secondo quanto riportato in Bodig e Jayne le latifoglie contengono più cellulosa delle conifere (45% contro 41%) e meno lignina (22% contro 28%), mentre il contenuto di emicellulosa sarebbe in entrambi i casi pari a circa il 30%. In Piazza et al. si trova che la cellulosa costituisce circa la metà del peso del legno anidro sia di conifera che di latifolia, mentre le percentuali di emicellulosa e di lignina sono variabili.

La lignina è un polimero tridimensionale non cristallino, la cui struttura chimica non è ancora del tutto chiara, prodotto dal processo di svuotamento della cellula. Pur essendo presente anche all'interno delle pareti cellulari, essa è concentrata principalmente tra le cellule, per le quali svolge la funzione di legante (Miller, 1999).

Gli estrattivi sono sostanze organiche estranee alle pareti cellulari, che non influenzano direttamente le proprietà meccaniche del legno, ma possono modificarle indirettamente, agendo sulla massa volumica e sul contenuto d'acqua di equilibrio. Il tipo di estrattivi varia tra le specie arboree e può determinarne l'impiego, poiché, oltre ad influenzare l'aspetto del legno, può migliorarne la durabilità. Alcuni estrattivi forniscono, infatti, una migliore resistenza agli attacchi degli insetti, mentre gli estrattivi derivati dalle sostanze nutritive della pianta possono, al contrario, divenire cibo per i microorganismi (Bodig e Jayne, 1982). Alcuni estrattivi, quali i tannini, esercitano un'azione aggressiva sui metalli, per cui la loro presenza può pregiudicare la durabilità delle unioni chiodate (Giordano, 1999).

Dal punto di vista degli elementi chimici, il legno è composto per il 50% di carbonio, per il 44 % di ossigeno e per il 6% di idrogeno; poiché la maggior parte del tessuto del tronco è costituita da cellule morte, non sono presenti proteine o altre sostanze a base d'azoto, che pertanto si trova in una quantità inferiore allo 0,1%. Il contenuto di ceneri ammonta allo 0,2-0,3% ed è un indicatore dei costituenti minerali, carbonato di calcio, magnesio, ossalati e, occasionalmente, cristalli di silice (Bodig e Jayne, 1982).

#### **3.1.4 Aspetti caratteristici del materiale: variabilità, anisotropia e comportamento igroscopico**

L'origine organica è la fonte della principale caratteristica che distingue il legno dagli altri materiali da costruzione: la variabilità delle sue proprietà fisiche, sia da una specie all'altra che all'interno della stessa specie. Nel capitolo precedente è emerso come, già nel XVIII secolo, i botanici fossero consapevoli del legame tra le caratteristiche fisiche e meccaniche del legno e le condizioni ambientali incontrate dalla pianta durante la crescita (cfr. cap. 2). La variabilità riguarda sia le caratteristiche meccaniche, come la resistenza o il coefficiente di dilatazione in funzione del contenuto d'acqua, sia altre proprietà, come il colore, che contribuiscono alla scelta di una specie legnosa per un determinato impiego.

L'ereditarietà delle proprietà fisiche del legno, tuttavia, fanno sì che la variabilità all'interno della stessa specie sia molto minore rispetto a quella tra specie diverse; a tal proposito in Bodig e Jayne è proposto il caso del peso specifico, che può variare anche di 30 volte da specie a specie, fino a 6 volte tra piante della stessa specie e ancora di 3 volte da un anello all'altro della stessa pianta.

Altre caratteristiche del legno legate alla sua origine organica sono l'anisotropia, la disomogeneità e la porosità. L'anisotropia deriva dalla complessità della struttura del legno, a partire dalla composizione della cellula, fino all'organizzazione dei diversi tessuti.

La complessità strutturale è responsabile anche della disomogeneità del legno, sia per le caratteristiche delle diverse parti del tronco, alburno, durame, legno primaticcio e legno tardivo, sia per la possibile presenza di difetti. In Bodig e Jayne è sottolineato come, in passato, il problema della disomogeneità fosse aggirato dall'impiego esclusivo di legname proveniente da poche specie e da alberi di grandi dimensioni, da cui fosse possibile ricavare elementi dotati di una discreta omogeneità, strategia non compatibile con le esigenze della produzione industriale.

La porosità è una caratteristica legata alla specie legnosa: in alcune specie, tra cui quercia e frassino, è osservabile a occhio nudo, mentre in altre, come faggio e acero, è molto meno evidente (Bodig e Jayne, 1982).

Grazie alla sua natura porosa e al comportamento igroscopico delle zone amorfe delle microfibrille, il legno può contenere una quantità di acqua variabile; molte delle proprietà fisiche del materiale, tra cui il peso e la resistenza dipendono da questa quantità. Per questo motivo la massa volumica del legno deve essere definita rispetto a un contenuto d'acqua di riferimento. Nella pianta viva la quantità di acqua, presente sia nelle pareti cellulari, legata alla cellulosa, sia nel lume cellulare saturo di linfa, può variare dal 30% a più del 200% del peso del legno (Simpson e TenWolde, 1999). A seguito dell'abbattimento, inizia un processo di evaporazione che può arrivare a svuotare la cellula; se l'evaporazione arriva a coinvolgere l'acqua presente nelle pareti cellulari si parla di desorbimento.

Il desorbimento determina un aumento della resistenza meccanica e della rigidità delle pareti cellulari, accompagnato dalla diminuzione delle dimensioni causata dall'avvicinamento delle microfibrille (*Fig. 3.6*). La natura del legame a idrogeno tra l'acqua e la cellulosa rende il desorbimento facilmente reversibile, con conseguente peggioramento delle caratteristiche meccaniche e aumento delle dimensioni delle pareti cellulari. La saturazione dei lumi cellulari non altera le dimensioni delle cellule, pur determinando un aumento della massa del legno (Piazza et al., 2005).



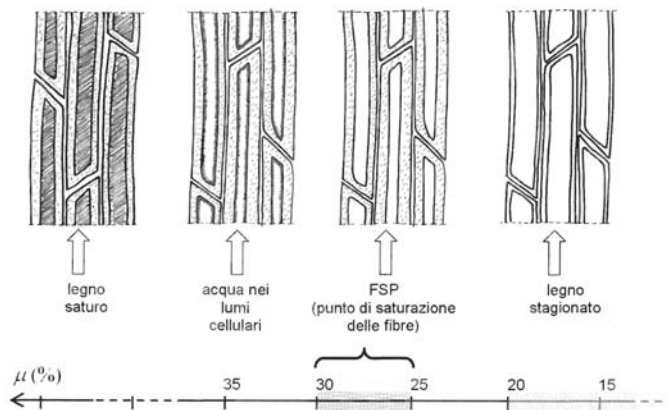


Fig. 3.6 - Rappresentazione schematica dei capillari e dei tessuti legnosi in varie condizioni di umidità (Piazza et al., 2005, pag. 10)

Il contenuto d'acqua MC ("Moisture Content") di un elemento in legno di massa  $m$ , può essere definito in funzione della massa del legno anidro  $m_0$ , che è la massa valutata dopo l'essiccazione al 100%, che comporta la quasi completa eliminazione dell'acqua dalle pareti cellulari:

$$MC = \frac{m - m_0}{m_0} \cdot 100 \quad (3.1)$$

È comunque necessario ricordare che il contenuto d'acqua può non essere uniforme all'interno dell'elemento ligneo. Il punto di saturazione delle pareti cellulari può variare in funzione della specie legnosa, della presenza di estrattivi e di altre caratteristiche del legno, dal 20% al 50% di contenuto d'acqua (Rowell, 2005), ma generalmente si aggira attorno al 25-30%. Al di sotto del punto di saturazione delle fibre, il legno raggiunge uno stato di equilibrio igroscopico con l'ambiente quando la quantità d'acqua che si lega alle pareti cellulari è equivalente a quella che viene rilasciata. Il contenuto d'acqua corrispondente all'equilibrio con l'ambiente dipende dalla specie, dalla temperatura e dalle variazioni di umidità; il legno di conifera in condizioni di 65% di umidità relativa dell'ambiente e di 20 °C di temperatura ha un contenuto d'acqua di equilibrio attorno al 12%, convenzionalmente considerato condizione "normale" per il legno. La relazione tra le condizioni ambientali e il contenuto d'acqua del legno non è biunivoca (Fig. 3.7), ma l'isteresi dei cicli di

variazione del contenuto d'acqua può essere considerata trascurabile (Piazza et al., 2005).

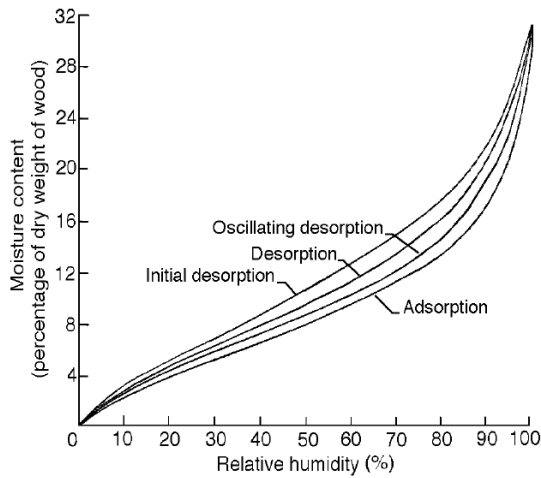


Fig. 3.7 – Relazione tra l'umidità relativa dell'ambiente e il contenuto d'acqua del legno in fase di adsorbimento e di desorbimento (Simpson e TenWolde, 1999, pag. 8)

Il contenuto d'acqua di equilibrio può essere determinato dalle condizioni ambientali attraverso una relazione approssimata (Simpson e TenWolde, 1999):

$$MC = \frac{1800}{W} \left[ \frac{Kh}{1-Kh} + \frac{K_1Kh + 2K_1K_2K^2h^2}{1 + K_1Kh + K_1K_2K^2h^2} \right] \quad (3.2)$$

- Dove:
- h = umidità relativa dell'ambiente [%/100]
  - MC = contenuto d'acqua [%]
  - T = temperatura dell'ambiente [°C]
  - W =  $349 + 1.29T + 0,01135T^2$
  - K =  $0,805 + 0,000736T - 0,00000273T^2$
  - K<sub>1</sub> =  $6.27 - 0,000938T - 0,000303T^2$
  - K<sub>2</sub> =  $1.91 - 0,0407T - 0,000293T^2$

I processi di adsorbimento e desorbimento hanno conseguenze rilevanti sulle dimensioni e sulle caratteristiche meccaniche del legno, quindi per gli elementi strutturali è indispensabile il raggiungimento dell'equilibrio igroscopico con l'ambiente prima della messa in opera. Campioni di piccole dimensioni, in

condizioni di umidità relativa costante, possono raggiungere il contenuto d'acqua d'equilibrio in una quindicina di giorni, mentre elementi di dimensioni maggiori, come quelli strutturali, impiegano settimane (Rowell, 2005); di conseguenza, oscillazioni contenute dell'umidità ambientale determinano variazioni dimensionali trascurabili.

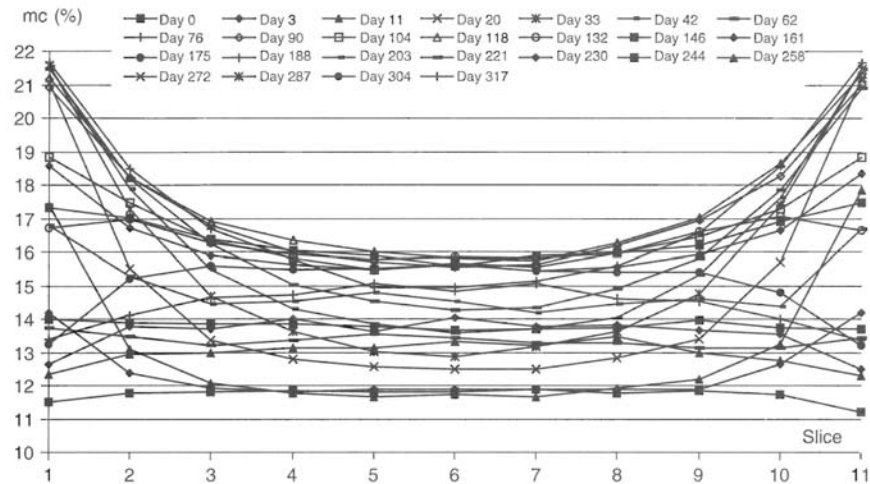


Fig. 3.8 - Distribuzioni del contenuto d'acqua rilevate in sezioni di legno lamellare incollato ( $90 \times 270 \text{ mm}^2$ ) in ambiente esterno riparato, durante un ciclo stagionale inverno-estate (Jönsson, 2001, in Thelandersson, 2003, pag. 21)

Le escursioni giornaliere dell'umidità ambientale influenzano solo superficialmente il contenuto d'acqua delle strutture in legno e la presenza di gradienti di umidità nelle sezioni non è comunque tale da indurre stati di coazione significativi. Al contrario i cambiamenti climatici stagionali determinano la presenza di gradienti di contenuto d'acqua nella sezione tali da indurre stati di sforzo non trascurabili, dovuti ai fenomeni di ritiro e rigonfiamento impediti (Fig. 3.8). Queste autotensioni si sviluppano in ogni direzione; tuttavia, mentre in direzione parallela alle fibre sono trascurabili rispetto alla resistenza del materiale, in direzione ortogonale alle fibre raggiungono valori importanti rispetto alla resistenza del materiale, come mostrano i dati raccolti da Jönsson. Egli, monitorando per 12 settimane, nel corso della stagione invernale, una trave posta in ambiente esterno non riparato, ha riscontrato la presenza di sforzi di tensione ortogonali alle fibre pari a 0,5 MPa, maggiori della resistenza a trazione ortogonale del materiale (Thelandersson, 2003).

Il superamento delle resistenze caratteristiche a trazione e compressione del materiale è stato posto in evidenza anche dalle analisi numeriche condotte da Tononi e Usardi, volte a determinare la variazione annuale delle tensioni ortogonali alle fibre, dovute al gradiente del contenuto d'acqua, in una sezione in legno lamellare (Fig. 3.9). Tali analisi sono state svolte con riferimento ai dati climatici della città di Firenze del 1999 (Tononi e Usardi, 2010).

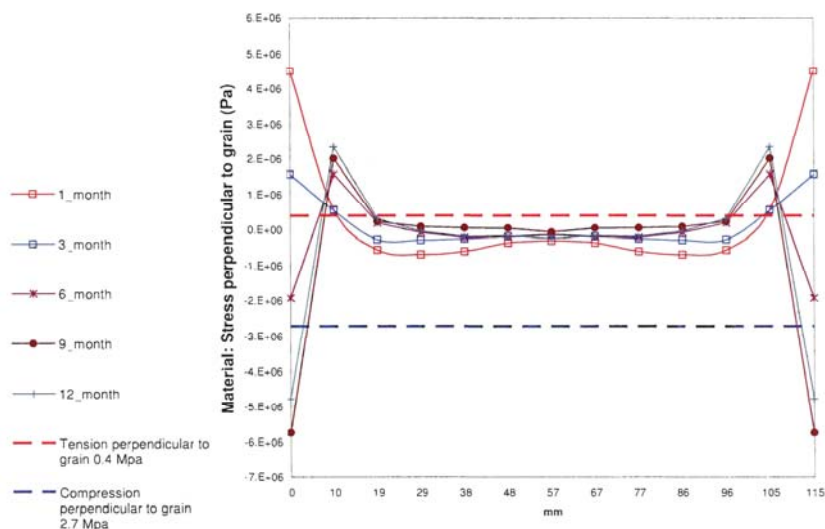


Fig. 3.9 – Sforzi perpendicolari alle fibre in una sezione di legno lamellare GL28c, determinati tramite analisi numerica, con riferimento ai dati climatici della città di Firenze del 1999. I risultati sono posti a confronto con le resistenze caratteristiche previste dalla normativa<sup>2</sup> (Tononi e Usardi, 2010, pag. 140)

Il legno mostra un comportamento fortemente anisotropo nei confronti dei fenomeni di ritiro e rigonfiamento, riconducibile all'orientamento delle microfibrille nel secondo strato della parete cellulare secondaria, quasi parallelo all'asse delle fibre. In letteratura sono definiti i valori dei coefficienti di ritiro nelle tre direzioni longitudinale, radiale e trasversale.

Il ritiro volumetrico viene quantificato attraverso un coefficiente di ritiro totale, che indica la differenza percentuale di volume tra il legno verde e il legno allo stato anidro:

<sup>2</sup> UNI EN 1194:2000: Strutture di legno – Legno lamellare incollato – Classi di resistenza e valori caratteristici

$$\beta_v = \frac{(V_f - V_0)}{V_f} \cdot 100 \text{ (\%)} \quad (3.3)$$

Analogamente si possono definire il coefficiente di rigonfiamento volumetrico totale e i coefficienti di ritiro e di rigonfiamento nelle direzioni anatomiche principali.

Il ritiro in direzione tangenziale varia in genere tra il 6% e il 12% ed è circa il doppio di quello in direzione radiale. Tale differenza, generalmente trascurata nei calcoli, è spiegabile con diverse ipotesi, relative alle diverse caratteristiche delle fibre legnose nelle due direzioni o alle diverse proprietà del legno primaticcio e tardivo (Piazza et al., 2005). Il ritiro in direzione longitudinale è molto inferiore a quello nelle altre direzioni, essendo però molto più consistente per il legno giovanile e per il legno di reazione<sup>3</sup>, per i quali si aggira attorno al 2% (Simpson e TenWolde, 1999).

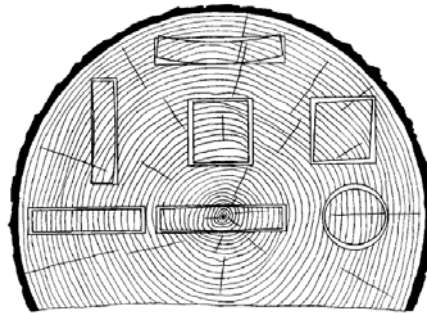


Fig. 3.10 – Cretti e distorsioni da ritiro di elementi a sezione quadrata, rettangolare e circolare, in funzione dell'orientamento degli anelli di crescita (Simpson e TenWolde, 1999, pag. 8)

Il comportamento anisotropo del legno rispetto al ritiro causa alterazioni della forma degli elementi segati e la nascita di tensioni interne che possono essere causa di fessurazioni, inevitabili nel caso di elementi che contengono il cuore della pianta, come spesso avviene per le travi (Fig. 3.10). Un ritiro molto elevato può

<sup>3</sup> Il legno giovanile presenta particolarità anatomiche che, oltre ad aumentarne il ritiro in direzione longitudinale, ne riducono le caratteristiche meccaniche. Il legno di reazione si forma in conseguenza di carichi orizzontali agenti sulla pianta e presenta caratteristiche diverse tra conifere e latifoglie; generalmente il comportamento meccanico di questo legno si discosta dai valori medi della specie, per cui non viene utilizzato per impieghi strutturali (Piazza et al., 2005).

causare, negli elementi in opera, l'insorgenza di tensioni molto pericolose come quelle di torsione: per questo, oltre che per la minore resistenza e la maggiore viscosità del legno verde, la stagionatura degli elementi strutturali è fondamentale.

Il legno presenta un comportamento anisotropo anche rispetto alla dilatazione termica; tuttavia questo comportamento non ha rilevanza pratica, poiché, per contenuti d'acqua superiori al 3%, la dilatazione termica è annullata dal ritiro associato all'aumento della temperatura (Piazza et al., 2005).

## **3.2 PROPRIETÀ MECCANICHE DEL MATERIALE**

### **3.2.1 Introduzione**

La struttura tubolare delle cellule e la conformazione chimica delle pareti conferiscono al legno un ottimo rapporto tra la resistenza alle sollecitazioni meccaniche e il peso proprio; tuttavia, proprio l'organizzazione cellulare determina una forte anisotropia delle caratteristiche meccaniche di questo materiale, per cui la rigidità e la resistenza sono molto maggiori nella direzione della fibratura (Piazza et al., 2005).

In elementi di piccole dimensioni e privi di difetti, definiti come "*legno netto*", le caratteristiche meccaniche in direzione longitudinale, soprattutto a trazione, sono molto migliori, in rapporto al peso proprio, rispetto a quelle degli altri materiali da costruzione. Se si considera il legno strutturale, la presenza di difetti riduce questo rapporto a un ordine di grandezza paragonabile a quello di un acciaio ordinario per impieghi strutturali.

Il comportamento meccanico del legno strutturale non può essere dedotto in modo affidabile da quello del legno netto, per la grande variabilità conseguente alla possibile presenza di nodi e altri difetti. I parametri di resistenza sono perciò definiti normalmente attraverso prove standard su elementi strutturali e comprendono implicitamente l'effetto della presenza di difetti, sebbene i risultati siano espressi in termini di sforzi, ottenuti nell'ipotesi di comportamento elastico del materiale. Per questo motivo ci sono parametri di resistenza diversi per sollecitazioni differenti quali flessione, trazione e compressione (Thelandersson, 2003).

Di seguito è analizzato il comportamento del legno netto soggetto ad azione assiale, flessione e taglio, per prove di breve durata, con alcune considerazioni sul comportamento del legno strutturale. Problemi concernenti torsione o instabilità non

sono affrontati, poiché non attinenti al comportamento della trave isostatica, oggetto di questo studio. Il comportamento meccanico del legno è fortemente influenzato dalla durata del carico e dalla variazione delle condizioni climatiche; questi aspetti saranno trattati successivamente.

### 3.2.2 Ortotropia

Il comportamento meccanico del legno può essere interpretato alla luce di una teoria dell'elasticità che, seppur semplificata, tenga conto dell'anisotropia del materiale. Il legno netto può essere approssimativamente considerato un materiale ortotropo, schematizzando gli anelli di accrescimento attraverso piani paralleli alla direzione longitudinale; tale approssimazione introduce un errore nella modellazione del materiale, tanto minore quanto più l'elemento considerato è lontano dal cuore della pianta, per cui la curvatura degli anelli di accrescimento è trascurabile. Una valutazione dell'errore che si compie con questa approssimazione è discussa in Bodig e Jayne.

L'introduzione dell'ipotesi di ortotropia consente di semplificare la matrice delle rigidezze che identifica il legame costitutivo del materiale, facendovi comparire solo 9 parametri indipendenti:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_R \\ \varepsilon_T \\ \gamma_{RT} \\ \gamma_{LT} \\ \gamma_{LR} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_L} & -\frac{\nu_{RL}}{E_R} & -\frac{\nu_{TL}}{E_T} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{LR}}{E_L} & \frac{1}{E_R} & -\frac{\nu_{TR}}{E_T} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{LT}}{E_L} & -\frac{\nu_{RT}}{E_R} & \frac{1}{E_T} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{RT}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LT}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LR}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_R \\ \sigma_T \\ \tau_{RT} \\ \tau_{LT} \\ \tau_{LR} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Dove:

$$\frac{V_{LR}}{E_L} = \frac{V_{RL}}{E_R}, \frac{V_{LT}}{E_L} = \frac{V_{RT}}{E_T}, \frac{V_{RT}}{E_R} = \frac{V_{TR}}{E_T}$$

$E_L, E_R, E_T$  = moduli di elasticità normale nelle tre direzioni longitudinale, radiale e tangenziale rispetto alle fibre

$G_{LR}, G_{LT}, G_{RT}$  = moduli di scorrimento longitudinale-radiale, longitudinale-tangenziale e radiale-tangenziale

$V_{LR}, V_{LT}, V_{RT}$  = coefficienti di Poisson longitudinale-radiale, longitudinale-tangenziale e radiale-tangenziale

$\varepsilon_L, \varepsilon_R, \varepsilon_T$  = deformazioni normali nelle tre direzioni longitudinale, radiale e tangenziale rispetto alle fibre

$\gamma_{LR}, \gamma_{LT}, \gamma_{RT}$  = deformazioni angolari longitudinale-radiale, longitudinale-tangenziale e radiale-tangenziale

$\sigma_L, \sigma_R, \sigma_T$  = sforzi normali nelle tre direzioni longitudinale, radiale e tangenziale rispetto alle fibre

$\tau_{LR}, \tau_{LT}, \tau_{RT}$  = sforzi di taglio longitudinale-radiale, longitudinale-tangenziale e radiale-tangenziale

La simmetria della matrice delle rigidezze risulta verificata, a patto di non confrontare i coefficienti di Poisson  $v_{RL}$  e  $v_{TL}$ , di difficile riscontro sperimentale. Questi coefficienti, a differenza delle costanti elastiche, non sembrano variare sensibilmente in funzione delle caratteristiche anatomiche o di altri parametri (Piazza et al., 2005).

Per la maggior parte delle specie, possono essere ritenuti validi i seguenti rapporti tra le costanti elastiche<sup>4</sup> (Bodig e Jayne, 1982):

$$\begin{aligned} E_L : E_R : E_T &\cong 20 : 1,6 : 1 \\ G_{LR} : G_{LT} : G_{RT} &\cong 10 : 9,4 : 1 \\ E_L : G_{LR} &\cong 14 : 1 \end{aligned} \quad (3.5)$$

In *Tab. 3.1* sono riportati i moduli elastici di alcune specie legnose.

<sup>4</sup> In Ceccotti, 1999 sono riportati valori leggermente diversi dei rapporti tra le costanti elastiche, validi per il legno di conifera:

$$\begin{aligned} E_L : E_R : E_T &\approx 30 : 1,6 : 1 \\ G_{LR} : G_{LT} : G_{RT} &\approx 10 : 9,4 : 1 \\ E_L : G_{LR} &\approx 15 : 1 \end{aligned}$$



Materiale	Modulo E (GPa)			Modulo G (GPa)		
	$E_L$	$E_R$	$E_T$	$G_{LR}$	$G_{LT}$	$G_{RT}$
Douglas	14,5	0,96	0,09	0,83	0,76	0,08
Larice	14,13	1,05	0,69	0,84	0,78	0,09
Pioppo	10,76	0,76	0,33	0,59	0,42	0,13
Pino	11,52	1,00	0,65	0,81	0,75	0,09
Faggio	13,06	1,31	0,68	1,01	0,75	0,25
Quercia	13,82	1,28	0,66	0,99	0,74	0,25
Betulla	15,25	1,26	0,64	0,97	0,72	0,24
Balsa	3,30	0,27	0,08	0,21	0,14	0,03

Tab. 3.1 – Moduli elastici indicativi di differenti specie legnose (Bodig e Jayne, 1982, in Piazza et al., 2005, p. 35)

Nelle applicazioni strutturali è possibile trascurare la differenza tra la direzione radiale e quella tangenziale, per cui il comportamento elastico del materiale risulta definito da tre parametri: modulo di elasticità longitudinale  $E_0$ , modulo di elasticità ortogonale alle fibre  $E_{90}$  e modulo di elasticità tangenziale  $G$  (Tab. 3.2).

Materiale	Modulo E (GPa)						Modulo G (GPa)		
	$E_{0,mean}$			$E_{90,mean}$			$G_{mean}$		
	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_1$	$S_2$	$S_3$
Abete Nord	12	10,5	9,5	0,4	0,35	0,32	0,75	0,66	0,5
Abete Centro-Sud	11	10	9,5	0,37	0,33	0,32	0,69	0,63	0,5
Larice	13	12	11,5	0,43	0,40	0,38	0,81	0,75	0,7
	$E_{0,mean}$			$E_{90,mean}$			$G_{mean}$		
	$S$			$S$			$S$		
Castagno	11			0,73			0,95		
Querce caducifoglie	12			0,8			0,75		
Pioppo e ontano	8			0,53			0,50		

Tab. 3.2 – Moduli elastici per alcune specie legnose italiane (UNI-EN 11035)<sup>5</sup>

È importante osservare che il rapporto tra il modulo elastico  $E$  del legno e i parametri di resistenza, per esempio la resistenza a compressione, è di circa un terzo rispetto a quello del calcestruzzo ed è paragonabile a quello dell'acciaio, per cui appare evidente l'importanza delle verifiche sulla deformazione nella progettazione delle strutture in legno (Piazza et al., 2005).

<sup>5</sup> UNI EN 11035-2: 2003: Legno strutturale – Regole per la classificazione a vista secondo la resistenza e i valori caratteristici per tipi di legname strutturale italiani

Per stati di tensione piani, in cui uno degli assi del sistema di riferimento coincide con la direzione longitudinale, la matrice di deformabilità si semplifica ulteriormente (Ceccotti, 1999):

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_0 \\ \varepsilon_{90} \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_0} & \frac{\nu_{90}}{E_{90}} & 0 \\ \frac{\nu_{90}}{E_{90}} & \frac{1}{E_{90}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_0 \\ \sigma_{90} \\ \tau \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Dove:

$$\frac{\nu_{0,90}}{E_0} = \frac{\nu_{90,0}}{E_{90}} \quad (3.7)$$

I valori di  $\nu$ , di  $E_{90}$  e di  $G$  dovrebbero essere rispettivamente i valori di  $\nu_{RL}$  o  $\nu_{TL}$ , di  $E_R$  o  $E_T$  e di  $G_{TL}$  o  $G_{RL}$  in funzione della direzione degli anelli nell'elemento considerato, ma è possibile, come si è visto, trascurare la differenza tra la direzione radiale e quella tangenziale.

### 3.2.3 Comportamento assiale

Il comportamento meccanico del legno, come detto, è strettamente dipendente dalla direzione della sollecitazione rispetto alle fibre, poiché la struttura del materiale determina l'attivazione di meccanismi di resistenza differenti che implicano una resistenza in direzione ortogonale molto minore rispetto a quella in direzione longitudinale, soprattutto per le sollecitazioni di trazione.

Per la stessa ragione, il comportamento del legno differisce in funzione del verso della sollecitazione: per carichi applicati in direzione longitudinale, la resistenza a compressione è circa la metà di quella a trazione, a causa di fenomeni locali di imbozzamento e rottura delle pareti cellulari (Piazza et al., 2005).

Nel testo di Giordano è descritta la rottura di un provino per compressione parallela alle fibre, osservata attraverso il microscopio a scansione (*Fig. 3.11*): le deformazioni delle pareti delle singole cellule si dispongono lungo un piano formante un angolo tra i 50° e i 70° con l'asse longitudinale. In alcuni casi il piano è

unico e attraversa da parte a parte le pareti di due cellule contigue, in altri casi si forma una coppia di piani divergenti, con vertice in corrispondenza del margine della parete terziaria, oppure una coppia di piani incrociati, con il nodo in corrispondenza della lamella mediana tra due cellule contigue. Con il crescere del carico la deformazione delle pareti cellulari diventa una piegatura continua che prosegue da una cellula all'altra e il piano di deformazione diviene visibile a occhio nudo, costituendo un piano di scivolamento della parte superiore del provino. In prossimità del carico di rottura la cellulosa della fascia interessata dalla ripiegatura, detta fascia di clivaggio, perde almeno parzialmente la sua cristallinità (Giordano, 1999). Le zone interessate dall'imbozzamento delle fibre, anche se l'elemento non raggiunge il collasso per compressione, vedono un decadimento della resistenza a trazione, molto pericoloso in caso di inversione delle sollecitazioni.

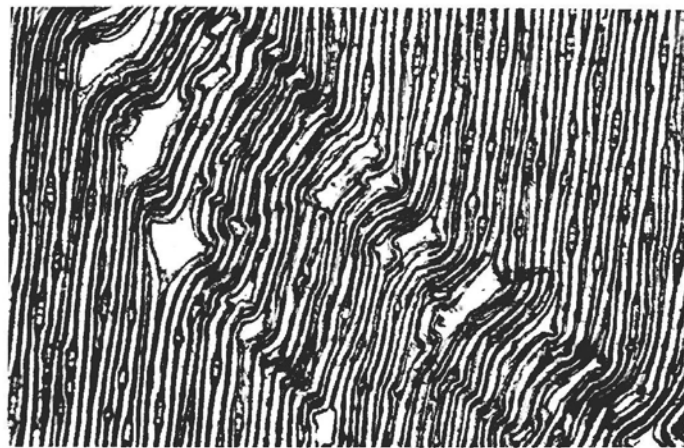


Fig. 3.11 – Microfotografia dell'inizio di rottura per compressione assiale in un provino di abete bianco (Giordano, 1999, pag. 108)

In Fig. 3.12 sono rappresentate le possibili modalità di rottura di un elemento in legno per compressione parallela alle fibre.

Per sollecitazioni di compressione il diagramma sforzo-deformazione (Fig. 3.13) mostra un andamento elasto-plastico, che può essere approssimato semplicemente con un modello bilineare triangolo-rettangolo, sebbene esistano modelli più accurati che tengono conto del comportamento di "softening" mostrato dal materiale (Piazza et al., 2005).

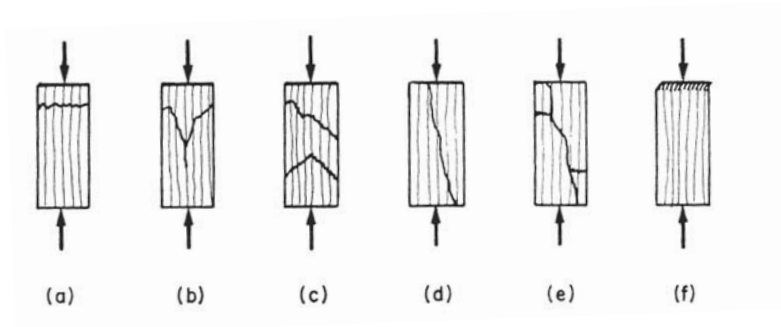


Fig. 3.12 – Modalità di rottura per compressione parallela alle fibre (Bodig e Jayne, 1982, pag. 291):

- a. “Crushing”
- b. “Splitting” cuneiforme
- c. “Shearing”
- d. “Splitting”
- e. “Crushing” e “splitting”
- f. “Brooming” e “end-rolling”

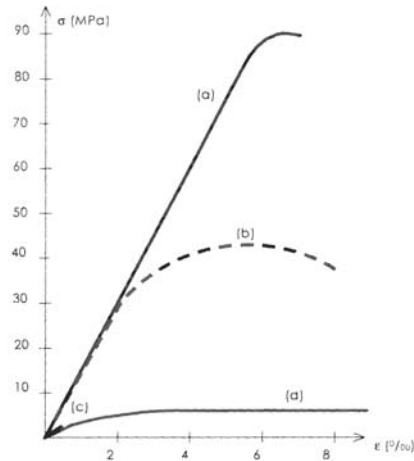


Fig. 3.13 – Curve tipiche tensione-deformazione per il legno netto di conifera (Piazza et al., 2005, pag. 29):

- a. Trazione parallela alle fibre
- b. Compressione parallela alle fibre
- c. Trazione ortogonale alle fibre
- d. Compressione ortogonale alle fibre

Per azioni di compressione trasversale alle fibre il legno denota una minore rigidità e un tratto elastico-lineare più breve, senza mostrare un picco di rottura, ma una lunga fase plastica, che può essere sia discendente sia ascendente, fino alla rottura completa dell'elemento. La differenza tra il comportamento a compressione longitudinale e trasversale dipende dalla struttura cellulare; nel caso della compressione assiale il carico agisce su elementi allungati, la cui tendenza a ripiegarsi è impedita dalla stretta connessione tra le fibre, che si comportano secondo la legge di Poisson; di conseguenza, la resistenza a compressione è molto influenzata dagli effetti di confinamento. Nel caso di carico trasversale si ha uno schiacciamento della cavità cellulare per instabilità delle pareti, fino alla chiusura del lume cellulare; le cellule affiancate a quelle soggette al carico oppongono solo un debole contrasto all'allargamento che si accompagna allo schiacciamento, mentre lo strato di cellule sottostanti si deforma a sua volta (Giordano, 1999).

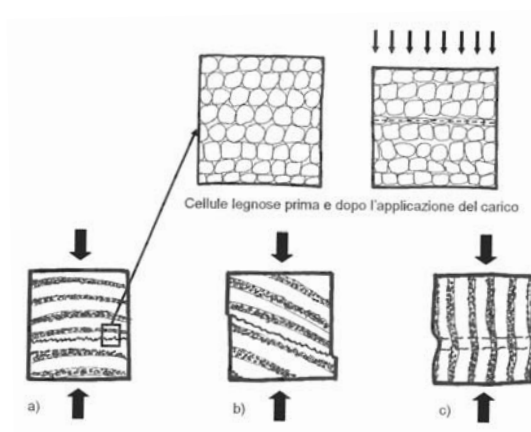


Fig. 3.14 – Forme di collasso per compressione ortogonale alla fibratura e rotture osservate sperimentalmente (Piazza et al., 2005, pag. 38):

- a. Rottura per "crushing" delle cellule di legno primaticcio
- b. Rottura a taglio lungo un anello di accrescimento
- c. Rottura per instabilizzazione degli anelli di accrescimento

Il comportamento del legno soggetto a compressione ortogonale alle fibre dipende dalla direzione della sollecitazione rispetto agli anelli di accrescimento (Fig. 3.14); per sollecitazioni di compressione ortogonali agli anelli di crescita, il collasso avviene per schiacciamento delle cellule di legno primaticcio, in caso di compressioni trasversali avviene uno scivolamento lungo gli anelli di accrescimento e infine, per sollecitazioni parallele, il collasso sopraggiunge per instabilizzazione

degli anelli di accrescimento (Bodig e Jayne, 1982). Giordano sottolinea il contributo irrigidente dei raggi, che comporterebbe una maggiore resistenza ai carichi applicati in direzione radiale rispetto a quella tangenziale (Giordano, 1999).

La resistenza a compressione in direzione longitudinale dipende dall'azione irrigidente della lignina, che si oppone alla piegatura delle fibre, mentre la resistenza a trazione dipende dalla resistenza delle lunghe catene di cellulosa delle pareti cellulari ed è quindi notevolmente superiore (Giordano, 1999); per questo motivo il legno può essere paragonato a un materiale composto, in cui la lignina funge da matrice tra le fibre.

Il diagramma sforzo-deformazione mostra un comportamento elasto-fragile del legno per le sollecitazioni di trazione, siano esse parallele od ortogonali alle fibre, mentre la resistenza è strettamente legata alla direzione della sollecitazione. La resistenza a trazione longitudinale è fornita dalle catene di cellulosa che compongono le fibre, che si allungano parallelamente all'asse cellulare, mentre la lignina impedisce la trasmissione dell'energia di frattura tra le fibre. La resistenza a trazione delle pareti cellulari si aggira attorno ai 350 MPa e si traduce in una resistenza del legno alla trazione longitudinale compresa tra i 60 e i 180 MPa (Giordano, 1999).

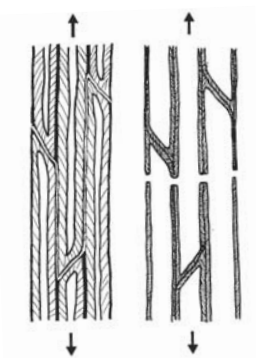


Fig. 3.15 – Modalità di rottura per trazione delle tracheidi (Bodig e Jayne, 1982, pag. 297)

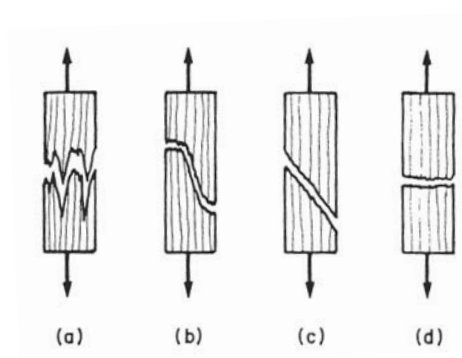
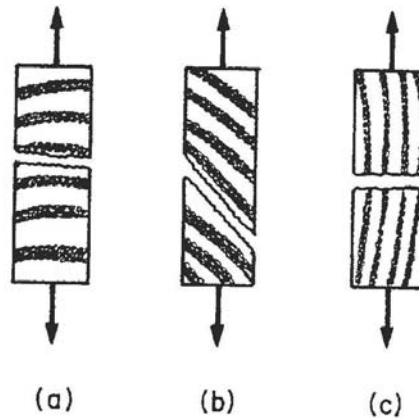


Fig. 3.16 – Modalità di rottura per trazione parallela alle fibre (Bodig e Jayne, 1982, pag. 297):

- a. Scheggiatura
- b. Mista taglio-trazione
- c. Taglio
- d. Trazione fragile

Il collasso delle fibre può avvenire secondo due modalità, per rottura delle cellule, modalità frequente nel legno primaticcio, oppure per separazione dei tessuti in corrispondenza della lamella mediana, modalità più frequente nel legno tardivo (*Fig. 3.15*, Piazza et al., 2005). Anche le modalità di rottura riscontrabili nei campioni soggetti a trazione longitudinale possono essere di diversa tipologia, con formazione di scheggiature, per trazione fragile o a taglio (*Fig. 3.16*).



*Fig. 3.17 – Modalità di rottura per trazione ortogonale alle fibre (Bodig e Jayne, 1982, pag. 299)*

- a. *Rottura per trazione nel legno primaticcio*
- b. *Rottura a taglio lungo gli anelli di crescita*
- c. *Rottura a livello dei raggi*

La resistenza a trazione trasversale alle fibre è dalle 30 alle 70 volte minore di quella in direzione longitudinale ed è minore anche della resistenza a compressione in direzione trasversale (Giordano 1999). Anche in questo tipo di sollecitazione la modalità di rottura è influenzata dall'orientamento degli anelli (*Fig. 3.17*); in direzione radiale la frattura tende a seguire l'andamento degli anelli, localizzandosi in uno strato di legno primaticcio, mentre in direzione tangenziale possono osservarsi rotture in corrispondenza dei raggi (Piazza et al., 2005).

Sebbene nella progettazione delle strutture in legno si cerchi di evitare l'insorgenza di trazioni ortogonali alle fibre, non è possibile evitarla del tutto, per esempio in corrispondenza delle unioni, per cui molti danni alle strutture in legno sono dovuti proprio a queste sollecitazioni (*Fig. 3.18*).

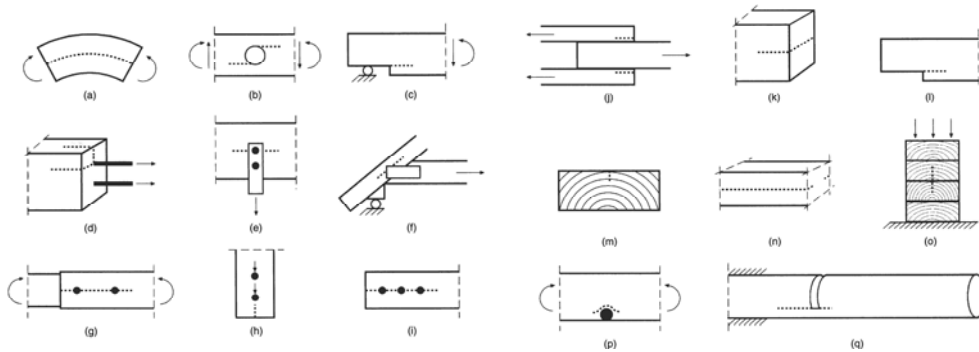


Fig. 3.18 – Possibili cause dell'insorgenza di fessure perpendicolari alle fibre nelle strutture in legno: geometria della struttura che implica l'insorgenza di trazioni trasversali all'applicazione dei carichi (a, b, c), insorgenza di tensioni trasversali nelle unioni meccaniche e nei giunti incollati (d, e, f, g, h, i, j), autotensioni dovute alla crescita che, in alcune latifoglie, determinano fessurazioni quando l'elemento viene segato e gli sforzi sono rilasciati (k), autotensioni determinate da un gradiente del contenuto d'acqua (k, l), autotensioni determinate dal ritiro (m, n), tensioni di trazione determinate dalla variazione dell'ortotropia del materiale a causa dell'orientamento degli anelli di crescita, nel legno lamellare sollecitato a compressione ortogonale alle fibre (o), tensioni di trazione determinate dalla deviazione delle fibre attorno ai nodi nelle travi soggette a flessione (p), propagazione di fessure durante il taglio dei tronchi raccolti con l'ausilio di macchine forestali (Gustaffson, 2003, pag. 105)

Il comportamento del legno soggetto a carichi che hanno una direzione inclinata rispetto alla fibratura è intermedio tra quello mostrato in risposta ai carichi in direzione longitudinale e ortogonale. Le proprietà meccaniche relative a sollecitazioni con una determinata inclinazione rispetto all'asse delle fibre possono essere determinate con una buona approssimazione sulla base della formula empirica proposta da Hankinson (Green et al., 1999):

$$N = \frac{PQ}{P \sin^n \theta + Q \cos^n \theta} \quad (3.8)$$

- Dove:
- N = caratteristica meccanica nella direzione  $\theta$  rispetto alla fibratura
  - P = caratteristica meccanica nella direzione longitudinale
  - Q = caratteristica meccanica nella direzione ortogonale
  - n = parametro determinato sperimentalmente, variabile tra 1,5 e 2,5

Il comportamento meccanico del legno per carichi di breve durata è influenzato, oltre che dalla direzione del carico, da numerosi altri parametri, tra cui



la deviazione della fibratura, la massa volumica, il contenuto d'acqua, la temperatura e la presenza di difetti.

La deviazione della fibratura è il risultato della composizione della rastremazione del fusto e dell'eventuale deviazione elicoidale determinata da particolari condizioni di crescita, per esempio in aree soggette a forte vento o in zone montane. Per azioni di compressione, la deviazione delle fibre può determinare una sollecitazione di scorrimento di una parte dell'elemento rispetto alla restante parte, con conseguente diminuzione della resistenza, valutabile attraverso diverse formule, in funzione dell'angolo di deviazione elicoidale. Nel caso di sollecitazioni di trazione, la diminuzione di resistenza determinata dalla deviazione della fibratura è ancora maggiore che per le sollecitazioni di compressione (Fig. 3.19).

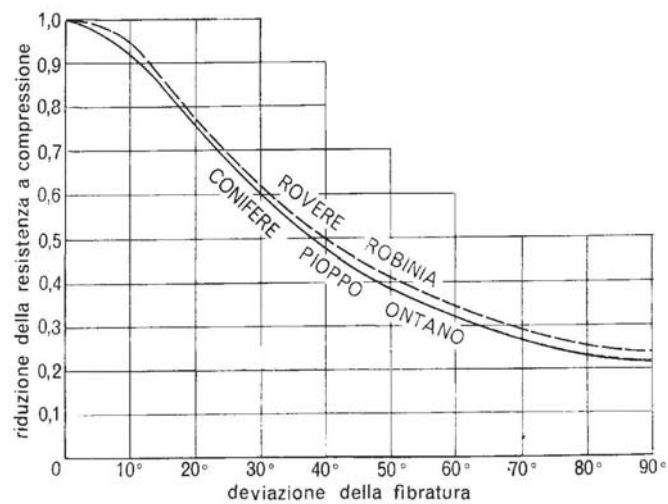


Fig. 3.19 – Riduzione della resistenza a compressione assiale in conseguenza della deviazione della fibratura (Giordano, 1999, pag. 118)

La massa volumica ha un effetto positivo sulla resistenza del legno alle azioni assiali, secondo una legge lineare di cui in letteratura si trovano diverse formulazioni. In caso di sollecitazioni di trazione, raramente è possibile riscontrare una concavità di questa legge verso l'asse della massa volumica.

Al di sotto del punto di saturazione delle fibre, molte proprietà meccaniche del legno migliorano al diminuire del contenuto d'acqua (Fig. 3.20 e Fig. 3.21); in

condizioni di temperatura di 21 °C, questa dipendenza può essere espressa attraverso una relazione semplificata (Green et al., 1999):

$$P = P_{12} \left( \frac{P_{12}}{P_g} \right)^{\left( \frac{12-M}{M_p-12} \right)} \quad (3.9)$$

- Dove:
- P = caratteristica meccanica ricercata al contenuto d'acqua dato M
  - P<sub>12</sub> = medesima caratteristica meccanica per MC = 12%
  - P<sub>g</sub> = medesima caratteristica meccanica del legno verde
  - M<sub>p</sub> = contenuto d'acqua al di sotto del quale iniziano a cambiare le caratteristiche meccaniche del legno

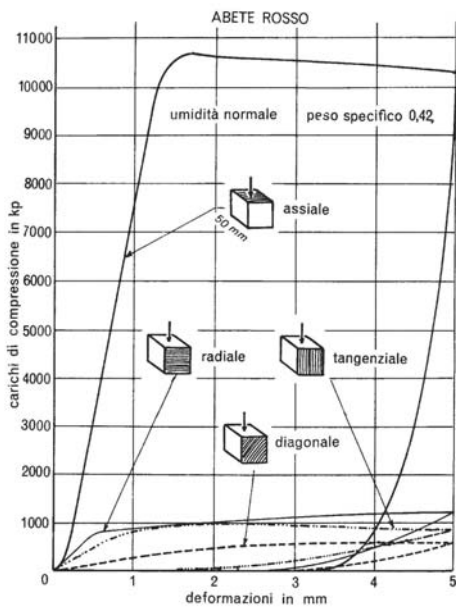


Fig. 3.20 – Curva sforzo-deformazione per provini cubici di abete rosso con lato di 50 mm in condizioni di umidità normale (Giordano 1999, p.106)

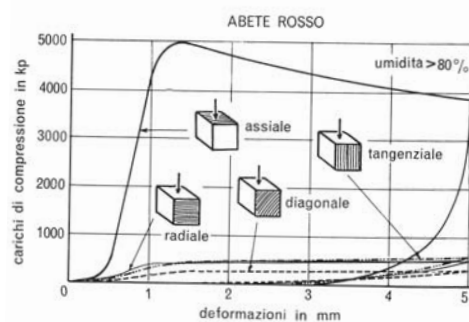


Fig. 3.21 - Curva sforzo-deformazione provini cubici di abete rosso con lato di 50 mm in condizioni di umidità ambientale superiore all'80% (Giordano 1999, p.107)

Il contenuto d'acqua al di sotto del quale iniziano a cambiare le caratteristiche meccaniche del legno M<sub>p</sub> può essere definito dall'intersezione tra la linea retta

rappresentante la caratteristica meccanica del legno verde e una linea inclinata, rappresentante il logaritmo della relazione tra contenuto d'acqua e resistenza per il legno anidro e risulta leggermente inferiore al punto di saturazione delle fibre.

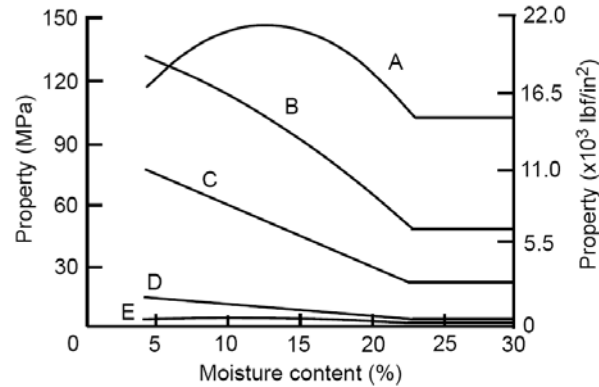


Fig. 3.22 – Influenza del contenuto d'acqua su alcune proprietà meccaniche (Green et al., 1999, pag. 35):

- A. Resistenza a trazione parallela alla fibratura
- B. Resistenza a flessione (MoR)
- C. Resistenza a compressione parallela alla fibratura
- D. Resistenza a compressione ortogonale alla fibratura
- E. Resistenza a trazione ortogonale alla fibratura

Sebbene molte proprietà meccaniche continuano a crescere con la diminuzione del contenuto d'acqua a valori molto bassi, per molte specie legnose alcune proprietà raggiungono un picco e poi decrescono con ulteriori diminuzioni del contenuto d'acqua (Fig. 3.22, Green et al., 1999). La resistenza a trazione, sia parallela sia ortogonale alle fibre, raggiunge il picco per contenuti d'acqua compresi tra il 7% e il 13% (Rammer, 2001).

L'influenza del contenuto d'acqua sulla resistenza a compressione è maggiore per azioni applicate trasversalmente alle fibre. Il legno verde, con contenuto d'acqua superiore al punto di saturazione delle pareti cellulari, mostra, rispetto al legno in condizioni normali, con contenuto d'acqua pari al 12%, una minore ampiezza del campo elastico e una minore resistenza per ogni direzione di applicazione del carico (Giordano, 1999).

L'influenza della temperatura sul comportamento meccanico può essere valutata solo per il legno anidro o per il legno immerso in acqua, condizioni nelle quali la variazione di temperatura non determina variazioni del contenuto d'acqua.

Sensibili aumenti di temperatura comportano una significativa diminuzione della resistenza alle azioni assiali; queste variazioni sono trascurabili per le comuni condizioni di esercizio delle strutture in legno, ma sono indicative del comportamento di alcune strutture particolari, per esempio le palificate di ponti immerse in acqua, oppure in caso d'incendio (Giordano, 1999).

La presenza di nodi influisce negativamente sulla resistenza alle azioni assiali, come su altre proprietà meccaniche, per diversi motivi: sostituisce il legno netto con il legno dei nodi, interrompe la continuità delle fibre, causando anomale concentrazioni degli sforzi, genera una deviazione della fibratura, e innesca la formazione di fessure da ritiro (Green et al., 1999). La diminuzione della resistenza a compressione è funzione della superficie della sezione sollecitata occupata dai nodi; la diminuzione più consistente si verifica nelle piante che hanno palchi regolari di rami, per cui si riscontra una concentrazione di nodi in alcune sezioni. La diminuzione di resistenza alla trazione determinata dalla presenza di nodi è maggiore che nel caso della compressione (Giordano 1999).

Negli elementi di dimensioni strutturali la probabilità della presenza di difetti quali nodi, o deviazioni della fibratura, è maggiore rispetto a quella riscontrabile in campioni di legno di piccole dimensioni (legno netto). Per questo motivo si riscontra una diminuzione di alcune proprietà meccaniche, tra cui la resistenza alle azioni assiali, con l'aumento di dimensione degli elementi in legno (Ceccotti, 1999); questo fenomeno è noto come "*effetto scala*".

#### **3.2.4 Comportamento a taglio**

Come per le altre sollecitazioni, le modalità di rottura del legno soggetto a sforzo di taglio cambiano in funzione della direzione di applicazione della sollecitazione (*Fig. 3.23*). Il caso più comune di rottura per taglio, frequentemente associato alla rottura per flessione, è quello determinato da una sollecitazione longitudinale-radiale, che vede lo scorrimento tra le fibre parallelamente al loro asse longitudinale. La resistenza a questa sollecitazione è determinata dalla resistenza allo scorrimento del legno primaverile (Ceccotti, 1999, Giuriani e Metelli, 2004).

La rottura per taglio longitudinale-tangenziale, in cui le cellule vengono sollecitate perpendicolarmente al loro asse, è difficilmente riscontrabile nelle strutture reali; la resistenza a taglio in questa direzione è superiore rispetto a quella in direzione longitudinale. Infine, il taglio applicato in direzione radiale-tangenziale, definito "*rolling shear*", comporta una rottura per separazione delle fibre, che

ruotano l'una sull'altra; la resistenza a questo tipo di meccanismo è circa la metà di quella al taglio longitudinale (Piazza et al., 2005).

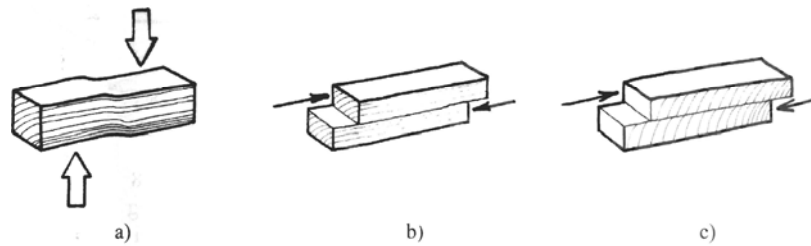


Fig. 3.23 – Sollecitazioni di taglio negli elementi di legno netto (Piazza et al., 2005, pag. 43):

- Taglio longitudinale-tangenziale
- Taglio longitudinale-radiale
- Taglio radiale-tangenziale, o "rolling shear"

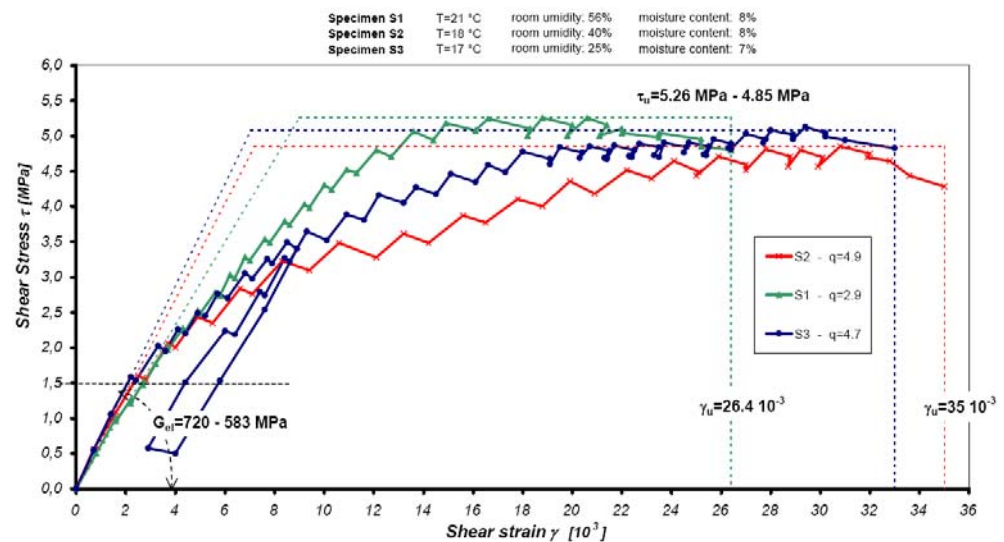


Fig. 3.24 – Curve sperimentali sforzo-deformazione per campioni di larice di piccole dimensioni soggetti a sforzo di taglio longitudinale-radiale (Giuriani e Metelli, 2004, p. 11)

In ambito strutturale, sollecitazioni di taglio radiale-tangenziale si riscontrano solo in elementi di importanza minore, per tanto è sufficiente valutare il comportamento del legno rispetto alle sollecitazioni di taglio longitudinale-radiale e longitudinale-tangenziale; poiché distinguere queste due sollecitazioni nelle applicazioni pratiche risulterebbe difficile, si fa riferimento cautelativamente al valore

minore, la resistenza al taglio longitudinale-radiale (*Fig. 3.24*). Tale resistenza si aggira attorno agli 8 MPa per il legno netto, ma è molto ridotta dalla presenza di fessure e cipollature, mentre la presenza di nodi, che si oppongono allo scorrimento relativo degli strati, ne determina un incremento. La resistenza a taglio in direzione longitudinale-tangenziale, che interessa elementi quali gli spinotti lignei, può arrivare, per legni come quercia o faggio, a 25 MPa (Ceccotti, 1999).

Il modulo di taglio  $G$  aumenta linearmente con la massa volumica, mentre è inversamente proporzionale al contenuto d'acqua e alla temperatura (Giordano, 1999).

### 3.2.5 Comportamento a flessione

Nell'edilizia italiana il legno è impiegato principalmente per la realizzazione di travi nelle strutture di copertura e nei solai, per cui la flessione è la sollecitazione cui è soggetto con maggiore frequenza. Lo schema statico usuale per le travi principali è quello di trave in semplice appoggio; il comportamento delle travi secondarie e dei travetti può comunque essere studiato con riferimento al caso della trave in semplice appoggio, compiendo un'approssimazione a favore di sicurezza rispetto al caso della trave continua.

La curva carico-deformazione delle travi in legno soggette a flessione mostra un primo tratto elastico, in cui la deformazione è totalmente reversibile se il carico applicato è di breve durata, seguito da un tratto plastico con concavità verso il basso fino alla rottura. Il passaggio tra il campo elastico e quello plastico è in genere chiaramente individuabile per i provini di legno netto, mentre per i provini di legno strutturale, che presentano disomogeneità e difetti, si nota un lungo tratto di raccordo tra i due rami della curva (Giordano, 1999).

Nella trave soggetta a flessione la rottura può avvenire per diversi meccanismi, che spesso si presentano contemporaneamente (*Fig. 3.25*): la crisi della sezione può sopraggiungere per compressione longitudinale delle fibre all'intradosso o per trazione longitudinale delle fibre all'intradosso; in prossimità dell'asse neutro possono verificarsi fessurazioni dovute allo sforzo di taglio parallelo alle fibre, sebbene il collasso di travi per taglio sia molto raro (Piazza et al., 2005).

La rottura completa è preceduta da fratture parziali individuabili dagli scricchiolii prodotti (Giordano, 1999). Come emerso dall'analisi dei documenti, questo fenomeno acustico che accompagna il collasso della trave inflessa era già

stato rilevato come indice di crisi della sezione da De Buffon nel corso delle indagini da lui condotte (cfr. cap. 2).

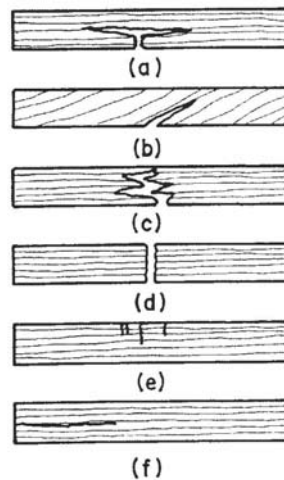


Fig. 3.25 – Tipologie di rottura a flessione in campioni di legno netto con luce parallela alle fibre (Bodig e Jayne, 1982, pag. 305):

- a. Rottura per trazione semplice
- b. Rottura per trazione in presenza di deviazioni della fibratura
- c. Rottura scheggiata per bassi contenuti d'acqua
- d. Rottura fragile passante dipendente da una struttura molecolare anomala
- e. Crisi della sezione per compressione, riscontrabile in specie legnose a bassa massa volumica
- f. Crisi della sezione per taglio, riscontrabile in specie legnose in cui la resistenza del legno primaverile è molto inferiore a quella del legno tardivo

In prima approssimazione il comportamento del legno netto soggetto a flessione può essere assimilato a quello di un materiale elastico isotropo, per cui il diagramma delle tensioni nella sezione è costituito da due triangoli uguali con vertice in corrispondenza dell'asse neutro, coincidente con il baricentro della sezione (Piazza et al., 2005).

Nell'ipotesi di comportamento elastico, la resistenza a flessione di una trave in legno può essere descritta attraverso il “*modulo di rottura*” (MoR), definito come il rapporto tra il momento flettente a rottura e il modulo di resistenza della sezione rettangolare di base  $b$  e altezza  $h$ :

$$\text{MoR} = \frac{M_R}{W} = \frac{6M_R}{b \cdot h^2} \quad (3.10)$$

In realtà il comportamento del legno si discosta sensibilmente da quello elastico-lineare, soprattutto per quanto riguarda la sollecitazione di compressione, per cui la resistenza è anche significativamente inferiore di quella a trazione. Di conseguenza il diagramma delle tensioni nella sezione assume una configurazione asimmetrica, con spostamento dell'asse neutro al di sotto dell'asse baricentrico della sezione (Fig. 3.26). In letteratura sono proposte diverse ipotesi per l'andamento del diagramma delle tensioni e la posizione dell'asse neutro (Giordano, 1999).

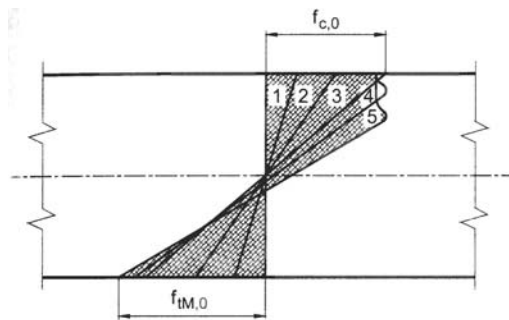


Fig. 3.26 – Distribuzione delle tensioni in un provino di legno netto per progressivo incremento del momento flettente applicato (Piazza et al., 2005, pag. 45)

Il comportamento a flessione è governato dal comportamento a trazione e compressione del legno in direzione parallela alla fibratura; applicando carichi monotonicamente crescenti è possibile osservare l'insorgere di crisi locali per compressione della fibratura prima della rottura fragile delle fibre tese. Ipotizzando un andamento trapezoidale del diagramma degli sforzi nella parte di sezione compressa, è possibile determinare il momento di rottura a partire dalla resistenza a trazione e compressione del legno:

$$M_R = f_{c,0} \cdot \frac{(3-m)}{1+m} \cdot \left( \frac{b \cdot h^2}{6} \right) \quad (3.11)$$

dove  $m$  è il rapporto tra resistenza a compressione  $f_{c,0}$  e resistenza a trazione  $f_{tM,0}$ , da cui dipende la posizione dell'asse neutro:

$$m = \frac{f_{c,0}}{f_{tM,0}} \quad (3.12)$$



Una maggiore massa volumica del legno comporta un aumento, secondo una relazione lineare, sia della rigidezza sia della resistenza della trave. Le conifere d'alta quota, tra cui larice e diversi pini, costituiscono un'eccezione, poiché l'alto contenuto di resine determina un aumento della massa volumica e un leggero decremento sia della rigidezza sia della resistenza a flessione. Contenuti d'acqua maggiori corrispondono a un peggiore comportamento flessionale, valutabile attraverso diverse formule disponibili in letteratura, così come un aumento di temperatura. Non essendo costante la distribuzione dello sforzo nella sezione, per travi soggette a flessione sono le parti più sollecitate, i bordi estremi, a risentire maggiormente delle variazioni di umidità e temperatura, per cui, per esempio in caso d'incendio, la diminuzione di resistenza può essere molto rapida, senza che l'inerzia termica della parte interna della sezione possa rallentarne il decadimento. Effetti negativi sulla resistenza a flessione sono stati riscontrati anche a causa dei processi di essiccazione artificiale (Giordano, 1999).

La deviazione della fibratura ha conseguenze molto negative sul comportamento del legno soggetto a flessione, aggravate dall'eventuale presenza di fessure da ritiro, che, per non compromettere la resistenza a flessione dell'elemento, dovrebbero essere orientate verticalmente nelle zone dove il momento flettente è più elevato. L'influenza dei nodi sulla resistenza flessionale dipende dal rapporto tra l'area della sezione interessata dai nodi e quello dell'intera sezione e dalla posizione dei nodi nella sezione, per cui quelli più vicini ai bordi riducono la resistenza della sezione più di quelli più interni e quelli nella parte tesa della sezione sono più dannosi di quelli nella parte di sezione compressa.

Per quanto riguarda l'effetto scala, secondo le conclusioni formulate nel 1966 dal Forest Products Laboratory di Madison, successivamente confermate da altri studi, l'aumento di altezza della sezione e l'aumento della luce comportano una diminuzione del carico di rottura delle travi, che è influenzato anche dal tipo di distribuzione delle azioni, per cui il carico di rottura per un carico concentrato è superiore a quello per due carichi equidistanti dagli appoggi. L'osservazione concernente l'indipendenza del carico unitario di rottura dalla larghezza della sezione, secondo quanto riportato dal Giordano, è ancora controversa (Giordano, 1999).

Come accennato in riferimento al rapporto tra il modulo elastico e i parametri di resistenza del materiale (cfr. par. 3.2.2), l'aspetto di maggiore criticità del comportamento in opera delle travi soggette a flessione è costituito dalla deformazione, sia nel caso di strutture di nuova realizzazione che nel caso di recupero di strutture storiche. Oltre alla deformazione flessionale, le fibre

longitudinali della trave subiscono, per effetto dell'azione di taglio, uno scorrimento  $\gamma$ , funzione della tensione tangenziale  $\tau$  e del modulo di elasticità tangenziale  $G$ :

$$\tau = G \cdot \gamma \quad (3.13)$$

Essendo la tensione tangenziale  $\tau$  variabile nella sezione, anche lo scorrimento  $\gamma$  è variabile, per cui le sezioni non si conservano piane, come nell'ipotesi alla base della teoria della linea elastica, ma diventano gobbe per mantenere l'angolo retto tra le fibre longitudinali e quelle trasversali agli estremi superiore e inferiore della sezione, dove le tensioni tangenziali sono nulle (Fig. 3.27).

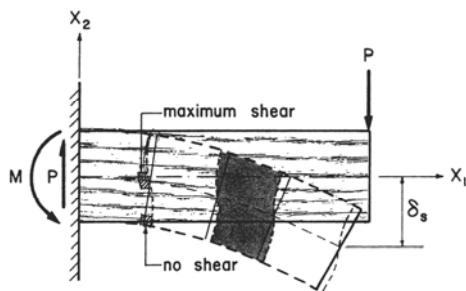


Fig. 3.27 – Deformazione di una trave dovuta al taglio (Bodig e Jayne, 1982, pag. 154)

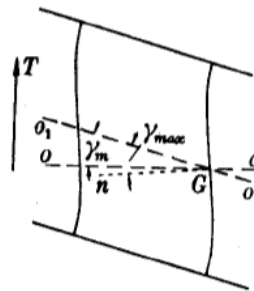


Fig. 3.28 – Scorrimento medio della sezione (Belluzzi, 2001, pag. 248)

La massima variazione dell'angolo tra le fibre orizzontali e quelle verticali  $\gamma_{max}$  si riscontra in corrispondenza dell'asse neutro, dove le tensioni tangenziali sono massime. La deformazione della trave può essere determinata attraverso lo scorrimento medio della sezione  $\gamma_m$ , che rappresenta l'angolo di cui devia l'asse geometrico rispetto alla posizione iniziale e corrisponde allo scorrimento relativo di due sezioni a distanza unitaria (Fig. 3.28).

Lo scorrimento medio si ottiene attraverso l'uguaglianza energetica tra il lavoro esterno di deformazione, compiuto dall'azione di taglio  $T$  per lo spostamento relativo  $\gamma_m \cdot dx$  di due sezioni poste a distanza infinitesima  $dx$ , e il lavoro interno di deformazione del concio di trave di lunghezza infinitesima  $dx$  (Belluzzi, 2001):

$$\frac{T \gamma_m dx}{2} = x \frac{T^2 dx}{2GA} \quad (3.14)$$

Dove:  $\gamma_m$  = scorrimento medio della sezione  
 $dx$  = distanza tra le sezioni  
 $X$  = fattore di taglio della sezione  
 $G$  = modulo di elasticità tangenziale  
 $A$  = area della sezione

Lo scorrimento medio della sezione risulta quindi:

$$\gamma_m = X \frac{T dx}{GA} \quad (3.15)$$

Lo spostamento trasversale relativo  $\eta$  tra due sezioni distanti  $\lambda$  è dunque pari a:

$$\eta = \int_{\lambda} \gamma_m dx = \int_{\lambda} X \frac{T dx}{GA} \quad (3.16)$$

La deformabilità delle travi in legno soggette a flessione è condizionata, più che per altri materiali, dalla deformabilità a taglio, poiché, nel legno, il rapporto tra il modulo di elasticità a taglio  $G$  e quello di elasticità normale  $E$ , pari a circa  $1/16$ , è molto più piccolo rispetto ad acciaio e calcestruzzo, per i quali è di circa  $1/2,5$ . Di conseguenza, il contributo della deformabilità a taglio alla freccia totale della trave non è a priori trascurabile (Ceccotti, 1999).

Considerando una trave di lunghezza  $l$  e sezione costante, semplicemente appoggiata agli estremi e soggetta a un carico  $q$  uniformemente distribuito, la freccia  $f_t$  della trave dovuta al taglio risulta:

$$f_t = \int_0^x \frac{X}{GA} \cdot \left( \frac{ql}{2} - qx \right) dx = \frac{qX}{GA} \left[ \frac{l}{2}x - \frac{x^2}{2} \right] + C \quad (3.17)$$

Per le condizioni al contorno, la freccia all'appoggio è nulla, per cui la costante  $C$  è uguale a 0:

$$f_t(0) = 0 \Rightarrow C = 0 \quad (3.18)$$

In mezzeria, la freccia dovuta al taglio risulta dunque:

$$f_t \left( \frac{l}{2} \right) = \frac{ql^2 \chi}{8GA} + C = \frac{ql^2 \chi}{8GA} \quad (3.19)$$

Essendo la freccia dovuta al momento in mezzeria pari a:

$$f_m = \frac{5ql^4}{384EJ} \quad (3.20)$$

e il fattore di taglio per sezioni rettangolari pari a 1,2, il rapporto tra la deformazione dovuta al taglio e quella dovuta a flessione risulta:

$$\frac{f_t}{f_m} = \frac{\frac{\chi ql^2}{8GA}}{\frac{5ql^4}{384EJ}} = \frac{384}{8 \cdot 5} \cdot \frac{\chi}{GA} \cdot \frac{EJ}{l^2} = 9,6 \cdot \frac{1,2}{G} \cdot \frac{E}{b \cdot h \cdot l^2} = \frac{11,52}{12} \cdot \frac{E}{G} \cdot \left( \frac{h}{l} \right)^2 \quad (3.21)$$

$$\frac{f_t}{f_m} = 0,96 \cdot 16 \cdot \left( \frac{h}{l} \right)^2 \cong 15 \cdot \left( \frac{h}{l} \right)^2 \quad (3.22)$$

Il contributo deformativo del taglio è maggiore per travi tozze; per una trave con rapporto h/l pari a 1/10 la freccia dovuta al taglio è pari al 15% della freccia dovuta alla flessione e pari al 13% della freccia complessiva; per una trave con un rapporto h/l di 1/20 la freccia dovuta al taglio scende al 5% della freccia dovuta alla flessione (Ceccotti, 1999). Per una trave in acciaio o calcestruzzo, con rapporto h/l pari a 1/10, la freccia dovuta al taglio è pari al 2,4% della freccia dovuta a flessione.

Considerando una trave con carico P concentrato in mezzeria, la freccia dovuta al taglio è pari a:

$$f_t = \int_0^{l/2} \frac{\chi}{GA} \cdot \left( \frac{P}{2} \right) dx = \frac{\chi Pl}{4GA} \quad (3.23)$$

Mentre la freccia dovuta alla flessione è uguale a:

$$f_m = \frac{Pl^3}{48EJ} \quad (3.24)$$

Per sezioni rettangolari, il rapporto tra le due deformazioni risulta:

$$\frac{f_t}{f_m} = \frac{\frac{\chi P l}{4GA}}{\frac{\chi P l^3}{48EJ}} = \frac{48}{4} \cdot \frac{\chi}{GA} \cdot \frac{EJ}{l^2} = 12 \cdot \frac{1,2}{G} \cdot \frac{E}{b \cdot h \cdot l^2} = \frac{14,4}{12} \cdot 16 \cdot \left(\frac{h}{l}\right)^2 \cong 19 \left(\frac{h}{l}\right)^2 \quad (3.25)$$

Nel caso di due carichi concentrati  $P$  di uguale intensità, distanti dagli appoggi un terzo della lunghezza, la deformazione in mezzeria dovuta al taglio è pari a quella in corrispondenza del punto di applicazione del carico:

$$f_t = \int_0^{l/3} \frac{\chi}{GA} \cdot P \, dx = \frac{\chi P l}{3GA} \quad (3.26)$$

La freccia flessionale in mezzeria risulta invece:

$$f_m = \frac{23P l^3}{648EJ} \quad (3.27)$$

Il loro rapporto è quindi:

$$\begin{aligned} \frac{f_t}{f_m} &= \frac{\frac{\chi P l}{3GA}}{\frac{23P l^3}{648EJ}} = \frac{216}{23} \cdot \frac{\chi}{GA} \cdot \frac{EJ}{l^2} = 9,4 \cdot \frac{1,2}{G} \cdot \frac{E}{b \cdot h \cdot l^2} = \frac{11,28}{12} \cdot 16 \cdot \left(\frac{h}{l}\right)^2 \cong \\ &\cong 15 \cdot \left(\frac{h}{l}\right)^2 \end{aligned} \quad (3.28)$$

Il modulo elastico ricavato sperimentalmente da una prova di flessione, senza tenere conto della deformazione a taglio, è un valore apparente, che non rappresenta il modulo elastico reale della trave. Per le travi rettangolari, il rapporto tra il modulo di elasticità apparente  $E_{app}$  e il modulo di elasticità normale  $E$  può essere espresso in funzione del rapporto  $l/h$  (Bodig e Jayne, 1982):

$$\frac{E_{app}}{E} = \frac{(l/h)^2}{(l/h)^2 + C} \quad (3.29)$$

Dove C è una costante numerica che dipende dalle condizioni di carico.

Nel caso di due carichi concentrati uguali ed equidistanti dagli appoggi, la parte centrale della trave non è soggetta ad azione di taglio per cui, come si è visto, la deformazione a taglio fornisce un contributo minore alla deformazione complessiva della trave, rispetto al caso di un unico carico applicato in mezzzeria. Di conseguenza, il modulo di elasticità apparente è più vicino al valore del modulo di elasticità normale E (Fig. 3.29).

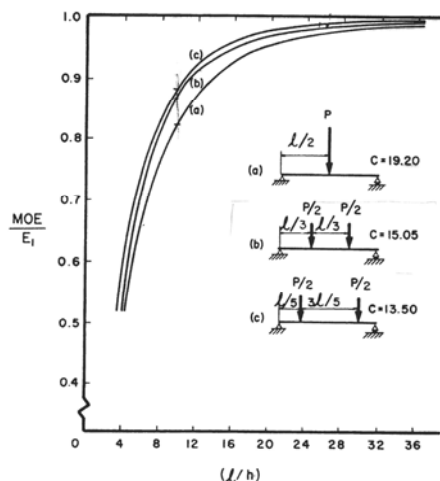


Fig. 3.29 – Effetto del rapporto luce/altezza della trave e delle condizioni di carico sul rapporto tra il modulo di elasticità apparente  $E_{app}$  (MOE nel grafico) e quello reale E (Bodig e Jayne, 1982, p. 157)

### 3.3. REFERENZE

BELLUZZI O., *Scienza delle costruzioni*, Zanichelli, Bologna 2001, vol. 1  
 BIBLIS E.J., *Shear Deflection of Woof Beams*, in "Forest Product Journal", 1965, n.15, pp.492-498  
 BODIG J. – JAYNE B.A., *Mechanics of wood and wood composites*, Van Nostrand Reinhold Company, New York 1982  
 CECCOTTI A., *Dimensionamento e verifica delle strutture di legno secondo il metodo semiprobabilistico agli stati limite*, in GIORDANO G., *Tecnica delle costruzioni in legno*, Ulrico Hoepli Editore, Milano 1999  
 GIORDANO G., *Tecnica delle costruzioni in legno*, Ulrico Hoepli Editore, Milano 1999  
 GIURIANI E. - METELLI G., *The Role of Sapwood Plasticity in the Delamination Phenomenon of Repaired Timber Beams*, in "International Journal for Restoration", 2004, n. 10 (4), pp. 1-18

- GREEN D.W. – WINANDY J.E. – KRETSCHMANN D.E., *Mechanical Properties of Wood*, in AA. VV., *Wood handbook. Wood as an engineering material*, U.S. Department of Agriculture, Forest Service, Forest Products Laboratory, Madison 1999
- GUSTAFSSON P.J., *Fracture Perpendicular to Grain*, in AA. VV., *Timber Engineering*, a cura di S. Thelandersson and H.J. Larsen, John Wiley & Sons Ltd, Chichester 2003
- JÖNSSON J., *Moisture induced stresses in glulam cross section*, Proceedings of the “CIB- W18 Meeting”, Venice, Italy, 22nd-24th August 2001
- MILLER R.B., *Structure of Wood*, in AA. VV., *Wood handbook. Wood as an engineering material*, U.S. Department of Agriculture, Forest Service, Forest Products Laboratory, Madison 1999
- PIAZZA M. – TOMASI R. – MODENA R., *Strutture in legno. Materiale, calcolo e progetto secondo le nuove normative europee*, Ulrico Hoepli Editore, Milano 2005
- RAMMER D.R., *Effect of Moisture Content on Nail Bearing Strength*, United State Forest Product Laboratory, Madison, Wisconsin, U.S.A., Research Paper n. FPL-RP-591, 2001
- ROWELL R.M., *Moisture Properties*, in AA. VV., *Handbook of Wood Chemistry and Wood Composites*, a cura di Rowell R.M., CRC Press, Boca Raton 2005
- SIMPSON W. - TENWOLDE, *Physical Properties and Moisture Relations of Wood*, in AA. VV., *Wood handbook. Wood as an engineering material*, U.S. Department of Agriculture, Forest Service, Forest Products Laboratory, Madison 1999
- THELANDERSSON S., *Introduction: Wood as a Construction Material*, in AA. VV., *Timber Engineering*, a cura di S. Thelandersson and H.J. Larsen, John Wiley & Sons Ltd, Chichester 2003
- TONONI D. – USARDI I., *Il problema del controllo della deformabilità degli impalcati lignei*, Tesi di Laurea, relatori E. Giuriani – S. Fortino, correlatori G. Metelli – M. Fragiaco, Università degli Studi di Brescia, Italia, 2010





---

## 4. COMPORTAMENTO REOLOGICO DELLA TRAVE IN LEGNO

---

### 4.1. INTRODUZIONE

Il comportamento meccanico del legno, sia per quanto riguarda le condizioni di stato limite ultimo che quelle di servizio, è fortemente condizionato dalla durata di applicazione del carico. I fenomeni che governano il comportamento strutturale del legno nel tempo sono molto complessi; sebbene i primi studi in proposito risalgano agli inizi del XVIII secolo (cfr. cap. 2), la comprensione di questo problema è iniziata solo grazie alle indagini condotte a partire dalla metà del '900 (Madsen, 1992).

L'aumento di deformazione e la perdita di resistenza del legno nel tempo sono una caratteristica del materiale correlata al livello di carico, alla temperatura, al contenuto d'acqua dell'elemento e alla variazione di queste condizioni. Poiché la deformazione in condizioni di esercizio rappresenta in genere il criterio principale di dimensionamento per le travi lignee isostatiche di luce ordinaria, la sua evoluzione nel tempo riveste un interesse di primo piano nella progettazione delle strutture in legno. In questo capitolo sono discussi i meccanismi che governano il fenomeno, attraverso la presentazione di alcuni tra i principali lavori di ricerca in questo campo, ancora molto aperto a quasi tre secoli di distanza dalle prime osservazioni (cfr. cap. 2).

I riferimenti principali utilizzati per la presentazione delle conseguenze della durata del carico sulla resistenza del legno sono il testo *Structural behaviour of timber* (Madsen, 1992) e il quadro dello stato dell'arte tracciato da Hoffmeyer nel capitolo "*Strength Under Long-term Loading*" del volume *Timber Engineering* (Hoffmeyer, 2003).

Gli aspetti riguardanti l'evoluzione della deformazione della trave in legno nel tempo sono stati discussi sulla base della sintesi raccolta nel rapporto della commissione 112-TSC del RILEM<sup>1</sup>, *Creep in timber structures*. Da questa panoramica emerge una persistente difficoltà nel trasferire le importanti scoperte sui meccanismi fisici e chimici che governano il fenomeno, così come i raffinati modelli matematici elaborati per descrivere il comportamento reologico del legno netto, in strumenti di semplice utilizzo per la progettazione strutturale, per cui le indagini sperimentali rivestono ancora un ruolo determinante. Sulla base di queste considerazioni, sono stati presentati i risultati di una campagna sperimentale condotta da Zago per determinare opportuni coefficienti amplificativi della deformazione istantanea delle travi, che tenessero conto dei diversi fenomeni coinvolti nel comportamento reologico del legno (Zago, 1993).

## **4.2. EFFETTO DELLA DURATA DEL CARICO SULLA RESISTENZA DEL LEGNO**

### **4.2.1 Comportamento a flessione**

Fin dalle prime indagini condotte su travi in legno soggette a carichi costanti nel tempo (cfr. cap. 2), è apparsa evidente l'esistenza di un legame tra la resistenza del materiale e la durata della sollecitazione: una durata del carico pari a 10 anni, come si vedrà, può tradursi in una perdita di resistenza del 40% per il legno massiccio, che può arrivare fino all'80% per alcuni prodotti derivati del legno (Hoffmeyer, 2003).

Le prime campagne sperimentali riguardanti l'effetto della durata del carico condotte negli Stati Uniti, a partire dalla fine del XIX secolo fino a metà del XX secolo, hanno riguardato esclusivamente campioni di legno netto e hanno mostrato come il collasso dell'elemento per durata del carico possa sopraggiungere a partire da un livello di sollecitazione pari al 60% del carico di rottura per prove di breve durata. I risultati ottenuti sembravano suggerire, inoltre, che carichi di lunga durata inferiori a una determinata frazione del carico di rottura di breve durata, non influiscano sulla resistenza e sulla rigidezza del legno. Tale limite, che è stato posto pari a 9/16 per le sollecitazioni di flessione, è divenuto il riferimento per i codici di

---

<sup>1</sup> The International Union of Testing and Research Laboratories for Materials and Structures

calcolo statunitensi ed europei, sebbene la sua stessa esistenza sia ancora una questione aperta (Hoffmeyer, 2003).

Il valore di sicurezza per i carichi di lunga durata è stato ricavato dal lavoro pubblicato da Wood nel 1951, che considera, oltre ai risultati da lui stesso ottenuti da prove di flessione a tre punti di carico su campioni di piccole dimensioni, i risultati dei test con gradini di carico di breve durata condotti da Markwardt e Liska tra il 1948 e il 1950 e i test d'impatto di Elemendorf del 1916. La curva sperimentale ottenuta elaborando i risultati di questi test, nota come "curva iperbolica di Madison" (Fig. 4.1), descrive la relazione tra il tempo di collasso e il rapporto percentuale tra il carico agente e il carico di rottura di breve durata:

$$SL = 18,3 + 108,4t_f^{-0,0464} \quad (4.1)$$

Dove: SL = rapporto percentuale tra lo sforzo attuale e il carico di rottura di breve durata ("stress level")

$t_f$  = tempo di collasso in secondi

L'equazione prevede un tempo di collasso di 10 anni per un livello di sforzo pari al 62% del carico di rottura di breve durata.

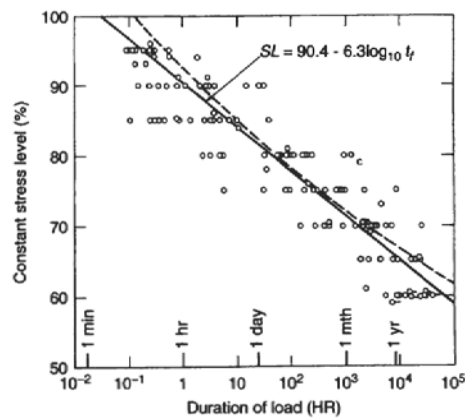


Fig. 4.1 – Curva di Madison ottenuta dall'equazione (4.1), rappresentata con la linea tratteggiata, e dall'equazione (4.2), rappresentata con la linea continua (Wood, 1951, in Hoffmeyer, 2003, pag. 134)

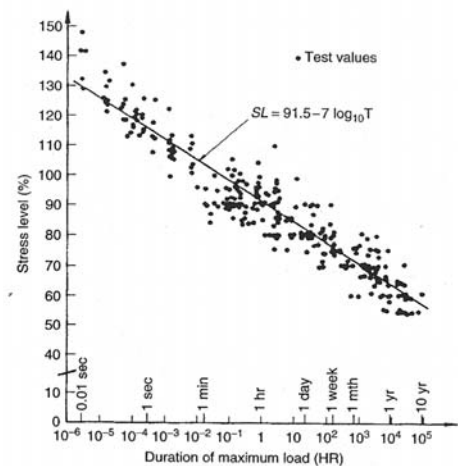


Fig. 4.2 – Effetto della durata del carico sulla resistenza a flessione del legno netto, secondo i risultati di prove su elementi di specie e dimensioni diverse (Pearson, 1972, in Hoffmeyer, 2003, pag. 135)

Una migliore interpolazione dei risultati delle prove a carico costante di Wood è fornita da un'altra relazione, che prevede il collasso a 10 anni per un tasso di sforzo pari al 59% del carico di rottura di breve durata:

$$SL = 90 - 6,3 \log_{10} t_f \quad (4.2)$$

Dove il tempo di rottura  $t_f$  è espresso in ore.

Seguendo il medesimo approccio, nel 1972 Pearson rielabora i risultati di otto campagne sperimentali, condotte su elementi di legno netto, di dimensioni e specie differenti e con diversi contenuti d'acqua (*Fig. 4.2*), ottenendo, per carichi inferiori al carico di rottura per breve durata, la seguente relazione:

$$SL = 91.5 - 7 \log_{10} t_f \quad (4.3)$$

Dove il tempo di rottura  $t_f$  è espresso in ore ed è pari a 10 anni per il 58% del carico di rottura per breve durata. Poiché la curva di Madison è stata ottenuta elaborando i dati ottenuti da prove condotte con procedure diverse, a carico costante e con gradini di carico, Hoffmeyer sottolinea come la curva di Pearson sia una rappresentazione migliore del comportamento del legno soggetto a carichi di lunga durata (Hoffmeyer, 2003).

Le prove di resistenza ai carichi di lunga durata su elementi in legno di dimensioni strutturali, già diffuse in Europa a partire dagli anni '60 del XX secolo, sono introdotte da Madsen negli Stati Uniti nel decennio successivo, con l'obiettivo di testare materiale significativamente rappresentativo dei prodotti in commercio. Per la classificazione della resistenza ai carichi di breve durata dei provini utilizzati nelle indagini, Madsen adotta una procedura rigorosa, basata sul confronto con la curva di distribuzione della resistenza ai carichi di breve durata di un gruppo di campioni di riferimento. I risultati delle prove condotte a passi di carico crescenti, presentati da Madsen nel 1973, suggeriscono un legame tra il comportamento ai carichi di lunga durata e la qualità del legno: materiali con resistenza inferiore sembrano mostrare minore sensibilità alla durata del carico, per cui la curva di Madison risulta eccessivamente cautelativa.

L'eccessiva severità della curva di Madison per durate di carico fino a un anno è stata confermata da ulteriori studi di Madsen e Barrett, tesi a valutare se i risultati di prove condotte con successivi passi di carico possano essere indicativi di prove con livello di carico costante (*Fig. 4.3*), i cui risultati sono in accordo con gli studi condotti contemporaneamente da Barrett con Foschi (Hoffmeyer, 2003).

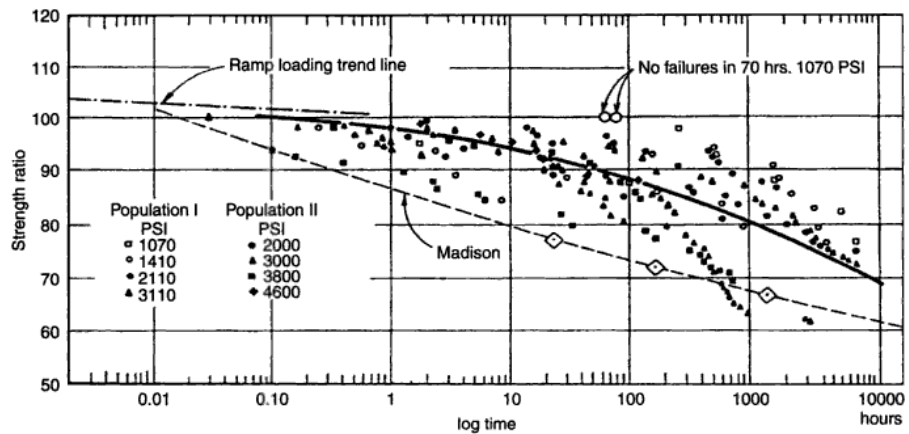


Fig. 4.3 – Relazione tra il tasso di sforzo e il tempo di collasso (Madsen e Barrett, 1976, in Hoffmeyer, 2003, pag. 137)

Le conclusioni di Madsen sull'eccessiva severità della curva di Madison, tuttavia, non sono confermate dalle ricerche condotte da Gerhards e da Karacabeyli nel decennio successivo e descritte in Karacabeyli e Soltis, 1991, né da quelle di Fewell, Glos e Hoffmeyer, che non mostrano neppure una relazione tra la qualità del legno e il comportamento nei confronti dei carichi di lunga durata (Hoffmeyer, 2003).

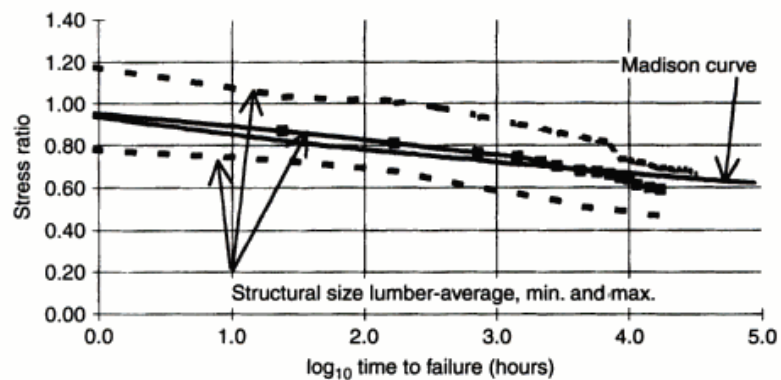


Fig. 4.4 – Confronto tra la curva di Madison e i risultati ottenuti da prove di flessione condotte su elementi di dimensioni strutturali, di geometria e specie differenti (Sharp e Craig, 1996, in Hoffmeyer, 2003, pag. 138)

Nel 1996, Sharp e Craig hanno proposto un confronto tra i risultati delle indagini sperimentali più significative condotte in Nord America sull'effetto della durata del carico sulla resistenza del legno: la curva media ottenuta mostra un andamento simile alla curva di Madison per durate di carico fino a un anno, per poi proseguire al di sotto di essa (*Fig. 4.4*). Estrapolando tale curva a 10 anni, si ottiene un carico di rottura compreso tra il 40% e il 60% della resistenza ai carichi di breve durata; la variabilità riscontrata nei risultati dipende dalla mancanza di omogeneità nelle prove considerate, condotte su campioni di dimensione e specie eterogenee e in condizioni climatiche diverse (Hoffmeyer, 2003).

#### **4.2.2 Comportamento assiale e comportamento a taglio**

La struttura cellulare del legno determina resistenze e modalità di rottura del materiale diverse, in funzione del tipo di sollecitazione e della direzione del carico rispetto alle fibre (cfr. cap. 3), che trovano riscontro in un diverso sviluppo delle deformazioni nel tempo. Tuttavia, secondo quanto sottolineato da Hoffmeyer, i pochi risultati disponibili su prove diverse da quelle di flessione suggeriscono che, nella resistenza ai carichi di lunga durata, non vi siano, in direzione parallela alle fibre, differenze significative legate alla modalità di carico.

Karacabeyli e Soltis, secondo quanto illustrato in Barrett, 1996, hanno osservato un effetto leggermente maggiore della durata del carico per azioni di trazione rispetto a quelle di compressione e flessione, mentre Glos, Heimeshoff e Kelletshofer hanno verificato l'applicabilità della curva di Madison al legno lamellare sia per la trazione sia per la flessione (Hoffmeyer, 2003).

La trazione ortogonale alle fibre appare più sensibile alla durata del carico rispetto alla resistenza a flessione, sia nei campioni di legno netto testati da Bach, sia nei campioni ricavati da travi in legno lamellare testati da Madsen e successivamente da McDowall, con una resistenza residua, dopo 10 anni, compresa tra il 30% e il 50%.

Secondo i risultati presentati in Norlin et al., 1999, l'influenza della durata del carico sulla resistenza del legno per sollecitazioni di taglio parallelo alle fibre appare simile a quella per la flessione, mentre risulta maggiore per sollecitazioni di taglio radiale-tangenziale (Hoffmeyer, 2003).

### 4.2.3 Influenza del contenuto d'acqua

L'effetto della durata del carico sulla resistenza del legno dipende, come gli altri aspetti del comportamento meccanico di questo materiale, dal contenuto d'acqua: maggiore è il contenuto d'acqua, minore è la durata di carico che porta l'elemento al collasso.

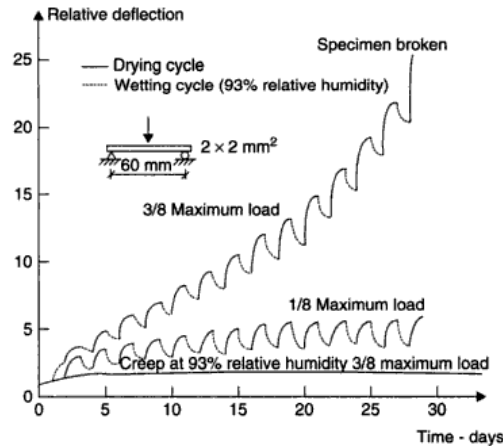


Fig. 4.5 – Effetto di variazioni cicliche del contenuto d'acqua sulla resistenza a flessione di provini di legno netto di faggio caricati a 1/8 e 3/8 della resistenza ultima (Hearmon e Paton, 1964, in Mårtensson, 2003, pag. 228)

Ancora più evidente dell'effetto del livello del contenuto d'acqua sul comportamento reologico del legno, è l'effetto delle variazioni di questo contenuto, noto come fenomeno meccanico-assorbitivo. Come risulta dalle indagini condotte da Hearmon e Paton su campioni di legno netto soggetti a flessione (Fig. 4.5), infatti, la variazione ripetuta del contenuto d'acqua non solo determina una deformazione differita molto maggiore rispetto a quella rilevata in condizioni di umidità costante del 93%, ma, oltre un determinato livello di carico, può determinare la rottura del provino (Hoffmeyer, 2003).

I risultati di una campagna di prova durata 13 anni, presentati da Hoffmeyer, mostrano un'influenza delle variazioni di umidità su elementi di dimensioni strutturali, soggetti a un carico di lunga durata pari al quinto percentile della distribuzione del carico di rottura istantaneo di un gruppo di provini di riferimento, analoga a quella riscontrata per il legno netto. La curva di Madison è risultata a

favore di sicurezza per un contenuto d'acqua costante dell'11% e leggermente non conservativa per un contenuto d'acqua costante del 20%, mentre la variazione di contenuto d'acqua ha determinato un'accelerazione immediata della viscosità, accorciando il tempo di collasso (Hoffmeyer, 2003).

In determinate circostanze, condizioni di elevata umidità ambientale e variazioni del contenuto d'acqua possono anche non determinare una diminuzione dei tempi di collasso, come nel caso delle travi intagliate. In queste travi, infatti, la rottura avviene per propagazione di una fessura che parte dalla base dell'intaglio e si sviluppa parallelamente alle fibre: un aumento del contenuto d'acqua determina un rapido rigonfiamento vicino all'intaglio, con effetto di cucitura delle fessure, mentre un decremento del contenuto d'acqua determina l'effetto contrario, con conseguente aumento della probabilità di collasso (Hoffmeyer, 2003).

Per alcuni tipi di sollecitazione, tra cui la flessione e la trazione parallela alle fibre, l'influenza del contenuto d'acqua dipende dalla qualità del legno, come confermato dalle prove condotte da Gerhards in condizioni ambientali non controllate e con bassi livelli di carico, durate 12 anni, in cui solo i provini di legno di bassa qualità hanno raggiunto il collasso, mentre le variazioni di contenuto d'acqua non hanno influenzato l'effetto della durata del carico (Hoffmeyer, 2003).

### **4.3. EFFETTO DELLA DURATA DEL CARICO SULLA DEFORMAZIONE DELLA TRAVE**

#### **4.3.1 Comportamento visco-elastico del legno**

Il permanere delle sollecitazioni applicate a un elemento in legno, oltre a produrre una diminuzione della resistenza dell'elemento, determina nel tempo un aumento della sua deformazione. La rimozione delle sollecitazioni comporta un recupero istantaneo della deformazione corrispondente approssimativamente al valore della deformazione elastica istantanea e un ulteriore recupero della deformazione nel tempo, definito deformazione elastica differita, terminato il quale permane una deformazione che viene definita deformazione viscosa (Ceccotti, 1999).

La deformazione differita di un elemento in legno è costituita dunque da tre componenti: la deformazione elastica, istantanea e recuperabile, la deformazione elastica differita, dipendente dal tempo e recuperabile, e la deformazione viscosa,



dipendente dal tempo e permanente. Duale del comportamento viscoso è il fenomeno del rilassamento, per cui un elemento in legno, cui sia imposta una deformazione costante nel tempo, mostra una diminuzione della forza necessaria a mantenere la configurazione assegnata. In questo caso, rimanendo costante la deformazione totale, varia nel tempo la quota di deformazione elastica istantanea rispetto alla deformazione elastica differita e alla deformazione viscosa permanente (Fig. 4.6).

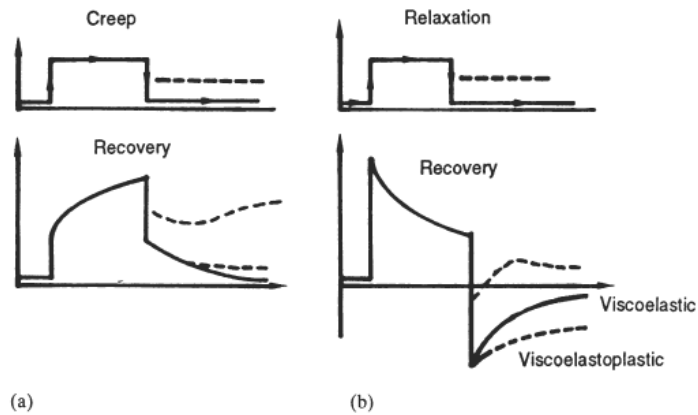


Fig. 4.6 – Risposta di un materiale visco-elastico a prove di viscosità-recupero e rilassamento-recupero (Le Govic, 1994, pag. 44)

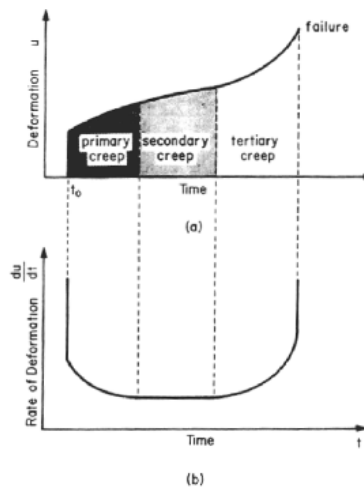


Fig. 4.7 – Comportamento viscoso del legno (Bodig e Jayne, 1982, pag. 184):

- a. Fasi della viscosità
- b. Velocità di deformazione

Negli elementi lignei soggetti a carichi di lunga durata, se l'aumento di deformazione nel tempo determina la rottura, generalmente è possibile distinguere tre fasi del comportamento viscoso: nella prima fase, la deformazione differita cresce molto rapidamente ed è difficile da distinguere dalla deformazione istantanea, ma il tasso di crescita della deformazione diminuisce gradualmente. Nella seconda fase, la deformazione assume un andamento approssimativamente lineare; infine, un'ultima fase, in cui la deformazione subisce un'accelerazione, si conclude con il collasso (*Fig. 4.7*). Non tutti i materiali derivati dal legno mostrano queste tre fasi e anche la durata della prima fase è molto variabile, dalle poche ore ai mesi (Bodig e Jayne, 1982).

In generale, la risposta di un materiale visco-elastico dipende dalla storia di carico precedente, per cui si parla di comportamento ereditario (Le Govic, 1994).

La deformazione differita del legno soggetto a carichi di lunga durata è legata allo sforzo agente attraverso una relazione che non è lineare, qualunque sia il livello di sforzo, per cui il comportamento del legno viene definito viscoso non lineare; in condizioni di carico, temperatura e contenuto d'acqua sufficientemente bassi, tuttavia, è possibile approssimare il comportamento del legno a un comportamento elastico lineare (Whale 1988, in Morlier e Palka, 1994).

Poiché i valori di tensione previsti dalle normative per le condizioni di esercizio rientrano nel campo in cui questa approssimazione è accettabile, i codici di calcolo generalmente fanno riferimento alla teoria semplificata della viscosità lineare, trascurando la dipendenza del fenomeno dal livello di carico<sup>2</sup> (Ceccotti, 1999). Al fine di preservare la funzionalità delle costruzioni e l'integrità dei materiali di rivestimento e delle finiture, le normative prevedono la limitazione della deformazione finale degli elementi strutturali, determinata dalla somma della deformazione elastica istantanea e della deformazione viscosa corrispondenti a ciascuna azione considerata:

$$\varepsilon_{\text{fin}} = \varepsilon_{\text{inst}} + \varepsilon_{\text{creep}} \quad (4.4)$$

Nell'ottica della teoria della viscosità lineare, la deformazione viscosa può essere valutata attraverso l'applicazione di un apposito coefficiente  $k_{\text{def}}$ , variabile in funzione della classe di servizio della struttura, che quantifica il rapporto tra la

---

<sup>2</sup> Indagini sperimentali volte a tradurre la non linearità del comportamento viscoso del legno rispetto al carico applicato in coefficienti utili per la pratica progettuale sono state condotte da Zago e saranno discusse nel seguito (Zago, 1993).

deformazione differita al termine della vita utile della struttura e la deformazione istantanea:

$$\varepsilon_{\text{fin}} = \varepsilon_{\text{inst}}(1 + k_{\text{def}}) \quad (4.5)$$

L'Eurocodice 5<sup>3</sup> propone, per il legno massiccio e per il legno lamellare incollato, valori del coefficiente  $k_{\text{def}}$  compresi tra 0.6 e 2.

Sebbene trascurata dalla normativa, anche il comportamento viscoso del legno, come le altre caratteristiche meccaniche del materiale, mostra un'evidente anisotropia. Le componenti della matrice delle rigidità che identifica il comportamento viscoso, ridotte a 9 attraverso opportune considerazioni di simmetria, possono essere determinate mediante opportune prove sperimentali mono o biassiali, sebbene le difficoltà operative, ad esempio nell'isolare le componenti di taglio della deformazione, non siano trascurabili (Le Govic, 1994).

Le prove biassiali condotte da Schniewind e Barrett nel 1972, su campioni di legno Douglas, secondo una metodologia non del tutto rigorosa secondo quanto osservato da Le Govic, hanno mostrato una deformazione viscosa a taglio, dopo 1000 minuti, pari a 0,6 volte quella perpendicolare alle fibre, ma pari a ben 5 volte quella in direzione longitudinale alle fibre (Le Govic, 1994). Il confronto tra il fattore di viscosità per sollecitazioni assiali parallele alle fibre e quello per sollecitazioni di taglio è particolarmente interessante, poiché rivela come la deformazione determinata dal taglio nei test di flessione a tre punti di carico, tipologia di prova cui appartengono la maggior parte dei test di viscosità reperibili in letteratura, non sia trascurabile nemmeno per travi snelle (Morlier e Palka, 1994).

Il comportamento di un materiale visco-elastico può essere caratterizzato, oltre che attraverso prove di viscosità, anche mediante prove di rilassamento, sebbene queste siano più difficili da realizzare, per cui i dati disponibili a riguardo sono meno numerosi. I risultati della prova condotta da Kitazawa nel 1947, su provini di acero da zucchero soggetti a compressione, mostrano che la maggior parte della diminuzione dello sforzo avviene nelle prime ore (*Fig. 4.8*), in accordo con i risultati ottenuti da Youngs nel 1957 su campioni di quercia rossa. Dalle prove di Youngs risulta inoltre come, in direzione parallela alle fibre, il rilassamento sia maggiore per sollecitazioni di trazione che di compressione. L'effetto significativo che la direzione della sollecitazione rispetto alle fibre ha sul rilassamento è stato

<sup>3</sup> UNI EN 1995-1-1:2005, Eurocodice 5: Progettazione delle strutture in legno. Parte 1-1: Regole generali – Regole comuni e regole per gli edifici

oggetto di una campagna sperimentale condotta da Bach e Rovner nel 1967 (Bodig e Jayne, 1982).

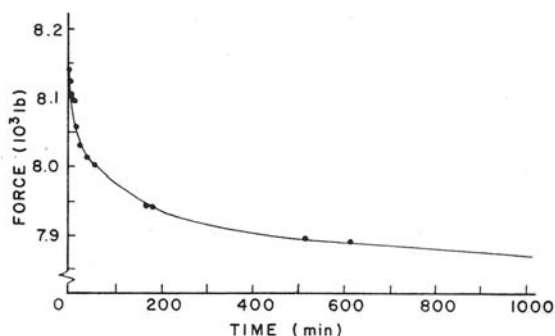


Fig. 4.8 – Prova di rilassamento a compressione in direzione ortogonale alle fibre su campioni di legno di acero da zucchero (Kitazawa, 1947, in Bodig e Jayne, 1982, pag. 193)

### 4.3.2 Effetto della temperatura

L'aumento della temperatura altera il comportamento deformativo istantaneo e differito del legno, riducendone la rigidità, soprattutto oltre i 55°, temperatura alla quale la lignina altera la sua struttura e l'emicellulosa inizia a rammollire (Fig. 4.9). L'influenza della temperatura dipende, infatti, dalla natura polimerica dei principali componenti del legno: cellulosa ed emicellulosa, che hanno una struttura parzialmente cristallina, e lignina, che ha una struttura amorfa (Morlier e Palka, 1994).

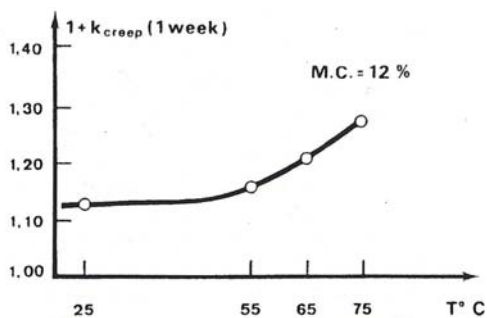


Fig. 4.9 – Rapporto tra deformazione differita e deformazione istantanea ( $1+K_{creeep}$ ) in funzione della temperatura per legno di abete soggetto a flessione a contenuto d'acqua costante (Huet et al., 1981, in Morlier e Palka, 1994, pag. 15)

Il comportamento dei polimeri è strettamente legato alla temperatura: a basse temperature, i polimeri amorfi si trovano in una fase vetrosa, caratterizzata da elevati valori del modulo di rilassamento dello sforzo nel tempo e da un comportamento fragile. In questo stato, l'unico movimento possibile alle molecole è l'oscillazione attorno ad un punto fisso, poiché l'energia termica non è sufficiente a superare le barriere alla rotazione e alla traslazione, che diventano possibili solo se la temperatura cresce. All'aumento della temperatura, il modulo di rilassamento diminuisce e il polimero passa in una fase di transizione, al termine della quale si trova lo stato gommoso, in cui il modulo di rilassamento si mantiene costante per un tratto, cui segue una ricaduta nei polimeri lineari, che diventano fluidi, e una leggera crescita nei polimeri reticolati (Fig. 4.10). Nei polimeri semi-cristallini come la cellulosa, la transizione dallo stato vetroso riguarda solo la componente amorfa (Tissaoui, 1996).

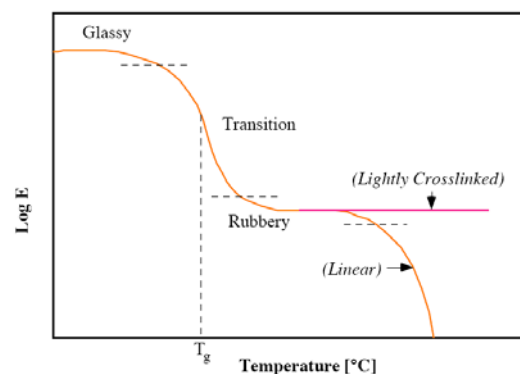


Fig. 4.10 – Andamento tipico del modulo di rilassamento dello sforzo nel tempo  $E_r$  in funzione della temperatura per un polimero amorfo (Tissaoui, 1996, pag. 6)

I materiali composti da polimeri diversi, come il legno, sono caratterizzati da diverse temperature di transizione, come mostrano le prove su campioni di acero da zucchero e peccio di Sitka, discusse in Kelly et al., 1987. Sulla base dei risultati sperimentali, gli autori hanno individuato tre distinte fasi di transizione: la prima, a una temperatura  $\beta$  compresa tra  $-90$  °C e  $-110$  °C, contraddistingue la transizione secondaria da uno stato di estrema fragilità del materiale allo stato vetroso, la seconda, a una temperatura  $\alpha_2$  compresa tra i  $10$  °C e i  $60$  °C, indica la fase di transizione vetrosa della lignina e la terza, a una temperatura  $\alpha_1$  compresa tra  $80$  °C e  $100$  °C, determina lo stato di transazione vetrosa dell'emicellulosa.

La temperatura  $T_g$  di transizione dallo stato vetroso del legno è influenzata, oltre che dalla velocità di riscaldamento o raffreddamento, dal contenuto d'acqua. Allo stato anidro, la temperatura di transizione vetrosa può essere assunta pari a 200 °C sia per la lignina sia per l'emicellulosa ed è molto vicina alla temperatura di degradazione; con l'aumentare del contenuto d'acqua, la temperatura di transizione vetrosa della lignina decresce, raggiungendo un plateau a 70 °C tra il 10% e il 15%, mentre quella dell'emicellulosa continua a scendere, arrivando a -30 °C per un contenuto d'acqua pari al 30% (Tissaoui, 1996).

L'influenza della temperatura sul comportamento deformativo, sia elastico sia differito, dei polimeri sintetici è descritta dal principio di sovrapposizione tempo-temperatura. Secondo questo principio, in un intervallo definito di tempo e temperatura, in una regione di transizione in cui possono avvenire fenomeni dissipativi, lo scorrimento del tempo e quello della temperatura hanno lo stesso effetto sul comportamento meccanico del polimero, dunque la temperatura funziona da acceleratore dello scorrere del tempo. Secondo questo principio, una funzione di viscosità può essere descritta non solo in funzione delle tre variabili indipendenti, tempo, temperatura e umidità ( $t$ ,  $T$  e  $w$ ), ma anche in funzione del contenuto d'acqua e di una variabile ridotta  $t/\tau(T,w)$ , dipendente solo da temperatura e contenuto d'acqua. Per l'intervallo di temperatura  $T_1-T_2$ , il legame tempo-temperatura può dunque essere scritto come (Le Govic, 1994):

$$t_1/t_2 = T_1/\tau(T_2) \quad (4.6)$$

In caso di transizione secondaria, la dipendenza di tale variabile dalla temperatura segue la legge di Arrhenius (Le Govic, 1994):

$$\tau(T) = \tau_0 \exp \frac{W}{RT} \quad (4.7)$$

Dove  $W$  = energia di attivazione  
 $R$  = costante dei gas perfetti  
 $\tau_0$  = parametro empirico

Per una transizione vetrosa, la formulazione della funzione segue la legge di Tammann e Hesse (Le Govic, 1994):

$$\tau(T) = \tau_0 \exp \frac{W}{R(T - T_\infty)} \quad (4.8)$$

Dove  $T^\infty$  è la temperatura in cui lo spazio tra le molecole è nullo.

Sulla base del principio di sovrapposizione tempo-temperatura, è possibile determinare il comportamento dei polimeri alle sollecitazioni di lunga durata costruendo una curva generalizzata sulla base di una serie di test di viscosità di breve durata (*Fig. 4.11*). La curva generalizzata può essere costruita trasladando orizzontalmente le curve in scala logaritmica ottenute misurando la risposta nel tempo del materiale a diverse temperature costanti; la dipendenza del modulo di elasticità e della densità dalla temperatura, le curve devono essere traslate anche verticalmente per essere unite (Tissaoui, 1996).

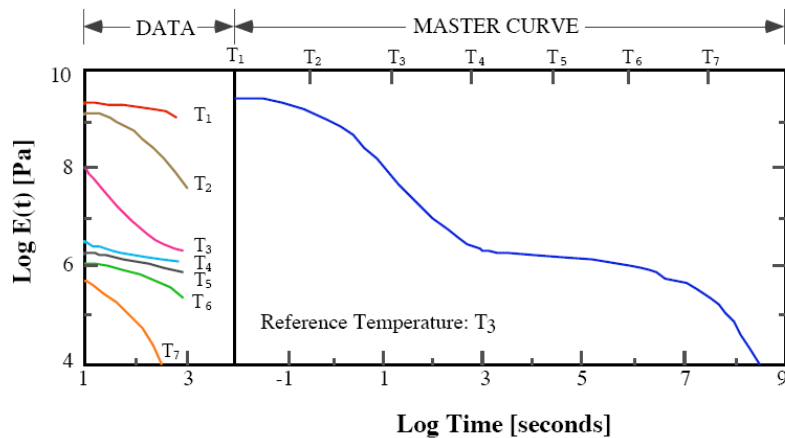


Fig. 4.11 – Costruzione della curva generalizzata dai risultati sperimentali (Aklonis e MacKnight, 1983, in Tissaoui, 1996, pag. 11)

L'applicabilità del principio di sovrapposizione tempo-temperatura al legno, tuttavia, non è sempre confermata dai risultati sperimentali ed è limitata dal fatto che, alla temperatura di esercizio, il legno si trovi in fase vetrosa, per cui gli effetti del tempo sono contenuti, dal fatto che abbia una struttura parzialmente cristallina e, in ultimo, dal fatto che possieda diverse temperature di transizione (Morlier e Palka, 1994). Le condizioni di applicabilità di questo principio al legno sono state studiate approfonditamente da Tissaoui, al fine di valutarne l'applicabilità alla realizzazione di modelli di comportamento del legno per durate di carico superiori a 50 anni (Tissaoui, 1996).

### 4.3.3 Effetto del contenuto d'acqua

Nel paragrafo precedente è emerso come il comportamento deformativo del legno nel tempo sia influenzato, oltre che dalla temperatura, anche dal contenuto d'acqua, come avviene per le altre proprietà meccaniche del materiale (Fig. 4.12). Questa influenza è spiegabile, secondo quanto osservato in Bach e Salmen, 1982, con l'alterazione della temperatura di transizione dei polimeri determinata dalla presenza dell'acqua (Morlier e Palka, 1994).

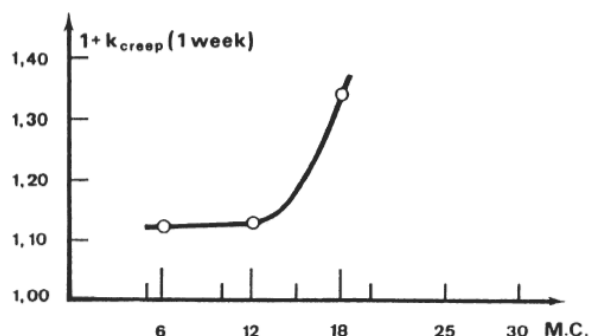


Fig. 4.12 – Rapporto tra deformazione differita e deformazione istantanea ( $1+K_{def}$ ) in funzione del contenuto d'acqua per legno di abete soggetto a flessione a temperatura costante di 25°C (Huet et al., 1981, in Morlier e Palka, 1994, pag. 18)

Nei test di trazione condotti nel 1965, Bach ha osservato, per contenuti d'acqua compresi tra il 4% e il 12%, una proporzionalità tra la cedevolezza viscosa e il quadrato del contenuto d'acqua, oltre ad un'equivalenza tra l'effetto di un aumento di contenuto d'acqua del 4% e quello di un aumento di temperatura di 6°, negli intervalli di temperatura e contenuto d'acqua considerati (Morlier e Palka, 1994).

Le prove di taglio e di trazione condotte da Cariou nel 1987, per tre diversi livelli di contenuto d'acqua, hanno rilevato un'influenza molto importante del contenuto d'acqua sulla deformazione viscosa per trazione parallela alle fibre, mentre la deformazione viscosa a taglio è apparsa poco sensibile al contenuto d'acqua (Le Govic, 1994).

Molto più che da un contenuto d'acqua elevato ma costante, il fenomeno viscoso risulta amplificato dalle variazioni di contenuto d'acqua, sia crescenti sia decrescenti, motivo per cui è importante che il legno raggiunga l'equilibrio igroscopico con l'ambiente prima della messa in opera. Le variazioni stagionali di



contenuto d'acqua determinano incrementi di deformazione che diminuiscono con il susseguirsi dei cicli, fino a stabilizzarsi dopo tempi molto lunghi (Ceccotti, 1999).

L'effetto della variazione di contenuto d'acqua sulla deformazione, che prende il nome di fenomeno meccanico-assorbitivo, dipende dall'entità della variazione, dalla storia delle precedenti variazioni di contenuto d'acqua, dalle caratteristiche fisiche e meccaniche del legno, dalle dimensioni strutturali dell'elemento, dal livello e dalla storia di carico e dalla temperatura, mentre, secondo quanto osservato in Armstrong e Kingston, 1962, non è legata alla velocità della variazione di contenuto d'acqua, né al tempo (Hunt, 1994).

In Bodig e Jayne, 1982, il comportamento deformativo del legno è schematizzato mediante un modello molecolare bidimensionale molto semplificato, costituito da due polimeri, ciascuno composto da quattro monomeri, uniti da legami secondari, principalmente legami a idrogeno. I legami elastici tra le molecole, considerata la loro natura elastica, possono essere rappresentati mediante una serie di molle, di costante elastica diversa a seconda del tipo di legame. Il carico  $P$  è applicato alle estremità delle catene di molecole (Fig. 4.13).

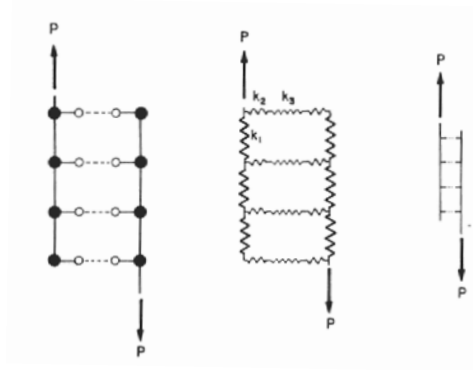


Fig. 4.13 – Modello molecolare del comportamento reologico del legno (Bodig e Jayne, 1982, p.196):

- a. Rappresentazione schematica
- b. Rappresentazione attraverso molle equivalenti
- c. Diagramma semplificato

Secondo questo modello, la componente elastica della deformazione è principalmente rintracciabile nella deformazione elastica dei legami primari e secondari; la componente viscosa della deformazione dipende dallo slittamento di segmenti o intere molecole in nuove posizioni con la rottura e la formazione di nuovi legami secondari (Fig. 4.14).

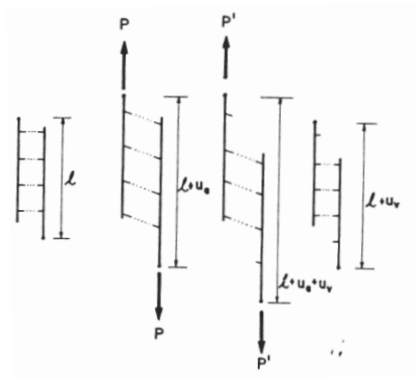


Fig. 4.14 – Rappresentazione schematica del comportamento viscoso (Bodig e Jayne, 1982, p.197):

- a. Condizione iniziale
- b. Deformazione elastica
- c. Rottura dei legami
- d. Formazione di nuovi legami

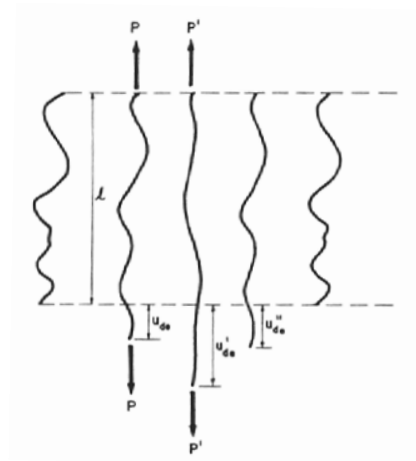


Fig. 4.15 – Rappresentazione schematica della deformazione elastica ritardata di un polimero (Bodig e Jayne, 1982, p.198):

- a. Configurazione iniziale
- b. Deformazione iniziale
- c. Deformazione finale
- d. Recupero iniziale
- e. Recupero finale

Infine, la deformazione elastica ritardata è pensata come determinata dallo stiramento e dal riavvolgimento delle molecole conseguenti all'applicazione e alla rimozione del carico. In assenza di carichi applicati, un polimero assume una configurazione disordinata; con l'applicazione del carico, la molecola è parzialmente districata a una nuova lunghezza, con un cambiamento della forza molecolare che risulta in un comportamento elastico ritardato. Disticandosi, la molecola diviene più rigida e la risposta elastica ritardata scompare. Con la rimozione del carico, il polimero ritorna a uno stato caotico di bassa energia, rallentato dalla formazione di nuovi legami secondari che determinano il recupero elastico ritardato (*Fig. 4.15*).

Questo semplice schema rende evidente come le variazioni di contenuto d'acqua, causando reazioni molto rapide tra l'acqua e i legami a idrogeno, influiscano sulla deformazione del legno (Morlier e Palka, 1994).

Le indagini sperimentali volte a valutare il fenomeno meccanico-assorbitivo risultano particolarmente complesse, poiché si tratta di un fenomeno rilevabile solo per differenza tra altri fenomeni: la deformazione meccanico-assorbitiva  $\epsilon_{ms}$ , infatti, è definita come la deformazione ulteriore che si riscontra in un elemento soggetto a un carico di lunga durata e a cicli di variazione del contenuto d'acqua, oltre alla deformazione dovuta alla durata del carico a contenuto d'acqua costante  $\epsilon_c$  e all'eventuale deformazione dovuta al ritiro e al rigonfiamento dell'elemento non caricato  $\epsilon_s$  (Hunt, 1994):

$$\epsilon_{ms} = \epsilon_m - \epsilon_c - \epsilon_s \quad (4.9)$$

Dove:

- $\epsilon_{ms}$  = deformazione meccanico-assorbitiva
- $\epsilon_m$  = deformazione totale misurata
- $\epsilon_c$  = deformazione dovuta alla viscosità in condizioni di contenuto d'acqua costante
- $\epsilon_s$  = eventuale deformazione dovuta al ritiro-rigonfiamento

Poiché il ritiro-rigonfiamento libero non altera la curvatura di una trave, le prove di flessione sono quelle più utilizzate per indagare il comportamento del legno soggetto a variazioni del contenuto d'acqua; da queste prove è comunque possibile ricavare informazioni anche sul fenomeno meccanico-assorbitivo per sollecitazioni di trazione e compressione in direzione longitudinale (Mårtensson, 2003). Una sintesi dei principali aspetti del fenomeno meccanico-assorbitivo è esposta in Hunt, 1994 e in Mårtensson, 2003.

Nei campioni di legno netto soggetti a flessione, la prima variazione positiva e tutte le variazioni negative di contenuto d'acqua determinano un aumento della

deformazione; la deformazione aumenta anche ogni volta che un processo di adsorbimento porta a un contenuto d'acqua mai raggiunto precedentemente nella storia di carico. Nei successivi cicli di adsorbimento che portano il contenuto d'acqua allo stesso livello, come risulta dalle prove di Hearmon e Paton (Fig. 4.16), già considerate a proposito dell'influenza delle variazioni di contenuto d'acqua sulla resistenza del legno, la deformazione viscosa generalmente diminuisce, sebbene talvolta resti costante o possa aumentare leggermente.

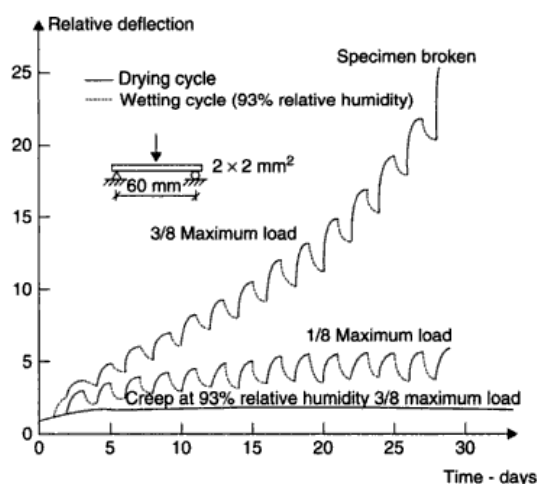


Fig. 4.16 – Effetto di variazioni cicliche del contenuto d'acqua sulla freccia relativa di provini di legno netto di faggio caricati ad 1/8 e 3/8 della resistenza ultima (Hearmon e Paton, 1964, in Mårtensson, 2003, pag. 228)

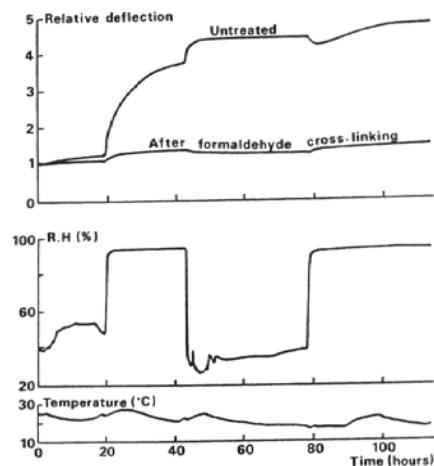
In Hunt e Shelton, 1988, questo recupero parziale della deformazione viscosa è attribuito ai diversi cambiamenti dimensionali nella parte tesa e in quella compressa della trave soggetta a flessione. Raggiunto il punto di saturazione delle fibre, un'ulteriore crescita dell'umidità non determina aumenti della deformazione meccanico-assorbitiva.

In generale, l'effetto delle variazioni di contenuto d'acqua sulla deformazione viscosa è molto maggiore dell'effetto del tempo e sembra avere nel legno di dimensioni strutturali lo stesso ordine di grandezza mostrato nel legno netto. Il fenomeno meccanico-assorbitivo, come già accennato, tende a esaurirsi con il susseguirsi dei cicli di variazione dell'umidità, per cui la deformazione tende a un valore limite, attorno al quale oscilla nei successivi cicli di variazione del contenuto d'acqua, come risulta in Hunt e Shelton, 1988.

Il fenomeno meccanico-assorbitivo sembra essere lineare per carichi al di sotto del 10% del carico di rottura per sollecitazioni di compressione e fino al 20-30% del carico di rottura per sollecitazioni di trazione e flessione (Mårtensson, 2003).

Alla rimozione del carico, il recupero della deformazione è analogo a quello della viscosità normale, con un modulo elastico uguale a quello della fase di carico, se il tasso di lavoro non ha determinato danni in compressione (Hunt, 1994). Secondo diversi studi, la variazione di contenuto d'acqua determina un'accelerazione del recupero della deformazione, maggiore durante il desorbimento; se il recupero è completo, il comportamento durante ulteriori prove di carico in condizioni di umidità variabile è analogo a quello già mostrato (Mårtensson, 2003).

Le indagini presentate in Norimoto et al., 1987 e Ranta-Maunus e Koresmaa, 2000, mostrano come specifici trattamenti chimici siano in grado di ridurre notevolmente il fenomeno meccanico-assorbitivo (*Fig. 4.17*), a sostegno dell'ipotesi che si tratti di un processo associato alla formazione e alla rottura dei legami a idrogeno (Hunt, 1994); la complessità degli effetti osservati, tuttavia, indica che probabilmente vi sono coinvolti diversi processi a livello molecolare, micro-strutturale e macro-strutturale (Mårtensson, 2003).



*Fig. 4.17 – Freccia relativa di travi trattate e non trattate chimicamente soggette a variazioni del contenuto d'acqua (Norimoto et al., 1987, in Hunt, 1994, pag. 84)*

La sensibilità alla deformazione meccanico-assorbitiva, presente in tutte le specie legnose, è correlata positivamente alla rigidità elastica, all'angolo d'inclinazione delle micro fibrille e alla velocità di ritiro e rigonfiamento (Hunt, 1994).

#### 4.3.4 Modelli per la valutazione della deformazione differita

L'importanza del fenomeno deformativo nella progettazione delle strutture in legno ha incoraggiato lo sviluppo di numerosi modelli per la valutazione del comportamento reologico del materiale, sia di tipo lineare sia di tipo non lineare. Per valutare il comportamento del legno in condizioni di esercizio, in particolare, è possibile fare riferimento ai modelli di tipo lineare, poiché l'ipotesi di linearità risulta accettabile per livelli di sforzo inferiori, secondo quanto proposto in Schaffer, 1972, a circa il 40% del carico di rottura (Morlier e Palka, 1994).

Il comportamento reologico del legno dipende, come si è visto, dalle condizioni di umidità e temperatura ambientali; poiché per strutture normali, in cui l'intervallo e la rapidità di variazione della temperatura sono contenuti, quest'ultimo fattore può essere generalmente trascurato, tale comportamento può essere interpretato come sovrapposizione del fenomeno viscoso e del fenomeno meccanico-assorbitivo (Fragiacomo, 2000).

In caso di legame visco-elastico lineare vale il principio di sovrapposizione di Boltzmann, secondo cui la deformazione a lungo termine prodotta da due o più forze non dipende dall'ordine in cui esse sono applicate (Morlier e Palka, 1994). La deformazione visco-elastica totale, determinata da tutte le storie di storie di carico, è descritta dall'equazione integrale di Volterra (Fragiacomo, 2000):

$$\epsilon_{\text{vis}}(t) = \int_{-\infty}^t J(t, \tau) \cdot d\sigma(\tau) \quad (4.10)$$

Dove:  $J(t, \tau)$  = funzione di viscosità  
 $d\sigma(\tau)$  = variazione di tensione dall'istante  $\tau$  all'istante  $\tau + d\tau$

Per una storia di carico continua, la deformazione visco-elastica diventa:

$$\epsilon_{\text{vis}}(t) = \int_{-\infty}^t J(t, \tau) \cdot \left[ \frac{d\sigma(\tau)}{d\tau} \right] d\tau \quad (4.11)$$

Infine, se sforzo e deformazione sono nulli per  $t < t_0$  e valgono  $\sigma_0$  e  $\epsilon_0$  all'istante  $t_0$ , la deformazione viscosa può essere espressa come:

$$\varepsilon_{\text{vis}}(t, t_0) = \sigma_0 J(t, t_0) + \int_{t_0}^t J(t, \tau) \cdot \left[ \frac{d\sigma(\tau)}{d\tau} \right] d\tau \quad (4.12)$$

Relazioni analoghe possono essere scritte per il fenomeno del rilassamento; poiché esiste un legame biunivoco tra le funzioni di viscosità e di rilassamento, generalmente la prima viene determinata mediante prove sperimentali e la seconda viene ricavata da questa attraverso una procedura numerica (Fragiacomo, 2000).

La soluzione delle equazioni integrali di Volterra è molto complessa e richiede in genere l'utilizzo di metodi numerici, a meno di funzioni di viscosità o rilassamento aventi espressioni molto semplificate. Una procedura alternativa è rappresentata dall'approssimazione delle funzioni di viscosità e di rilassamento attraverso modelli meccanici che, attraverso combinazioni opportune, in genere molto complesse, di molle elastiche e smorzatori viscosi, forniscono una buona rappresentazione del comportamento reologico (Fragiacomo, 2000).

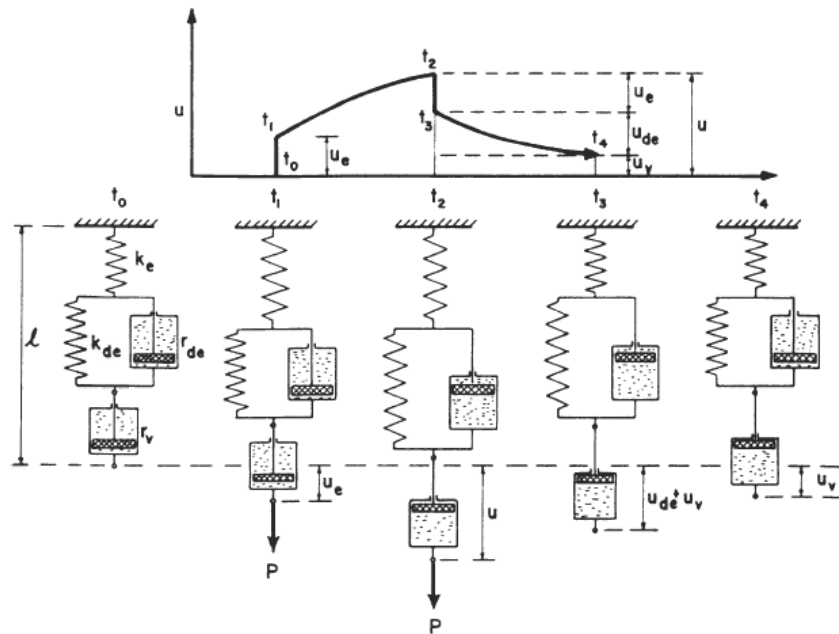


Fig. 4.18 – Modello di Burger per il comportamento visco-elastico lineare (Bodig e Jayne, 1982, p.216)

Gli elementi principali di questi modelli meccanici sono il corpo di Maxwell, costituito da una molla e da un dissipatore viscoso disposti in serie e dunque

soggetti alla stessa forza, e il corpo di Kelvin, costituito da una molla e un dissipatore disposti in parallelo, soggetti allo stesso spostamento. L'elemento di Maxwell è in grado di rappresentare la deformazione elastica e quella viscosa; viceversa, l'elemento di Kelvin è in grado di tener conto della deformazione elastica ritardata. Il più semplice modello in grado di riprodurre tutti gli aspetti del comportamento viscoso è il modello di Burger che, combinando un elemento di Maxwell e uno di Kelvin, è in grado di rappresentare tutti gli aspetti del comportamento visco-elastico lineare (Fig. 4.18, Bodig e Jayne, 1982).

La funzione di viscosità può essere agevolmente rappresentata mediante il modello delle catene di Kelvin, costituito da un numero finito di elementi di Kelvin, disposti in serie, di cui il primo, costituito da una sola molla elastica, rappresenta la deformazione elastica istantanea (Fig. 4.19). La funzione di rilassamento, invece, è rappresentabile efficacemente attraverso il modello delle catene di Maxwell, costituito da un numero finito di elementi di Maxwell disposti in parallelo (Fig. 4.20). Questi modelli sono definiti modelli di tipo esponenziale.

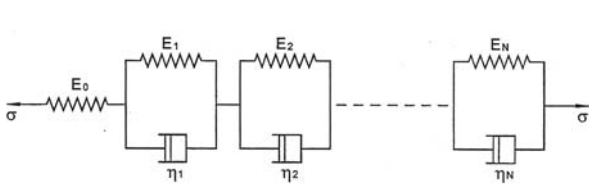


Fig. 4.19 – Modello generalizzato delle catene di Kelvin (Fragiacomo, 2000, p.72)

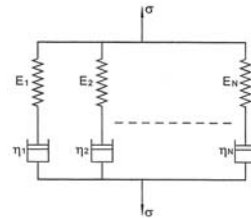


Fig. 4.20 – Modello generalizzato delle catene di Maxwell (Fragiacomo, 2000, p.77)

Per il modello generalizzato delle catene di Kelvin, la funzione di viscosità risulta, indicati con  $J_n$  e  $\eta_n$  la deformabilità elastica della molla e la viscosità dello smorzatore dell'n-esimo elemento di Kelvin e con  $J_0$  la deformabilità elastica della prima molla (Fragiacomo, 2000):

$$J(t, t_0) = J_0 + \sum_{n=1}^N J_n \left[ 1 - e^{-\left(\frac{t-t_0}{\tau_n}\right)} \right] \quad (4.13)$$

Dove:  $J_0 = 1/E_0$   
 $E_0 =$  modulo elastico della prima molla



$$J_n = 1/E_n$$

$E_n$  = modulo elastico della molla dell'n-esimo elemento di Kelvin

$$\tau_n = \eta_n / E_n = \text{tempo di rilassamento dell'n-esimo elemento di Kelvin}$$

Per coefficienti  $J_n$  indipendenti dall'istante di applicazione del carico, la funzione di viscosità è di tipo ereditario:

$$J(t, t_0) = J(t - t_0) \quad (4.14)$$

L'espressione del legame visco-elastico lineare diviene allora:

$$\epsilon_{\text{vis}}(t) = \int_{-\infty}^t \left\{ J_0 + \sum_{n=1}^N J_n \left[ 1 - e^{-\frac{t-t_0}{\tau_n}} \right] \right\} d\sigma(\tau) \quad (4.15)$$

La funzione di viscosità approssimata mediante il modello delle catene di Kelvin, così come con il modello delle catene di Maxwell, può essere integrata nel tempo senza la necessità di memorizzare tutta la storia di carico precedente, con conseguenti significativi vantaggi computazionali rispetto alla soluzione dell'integrale di Volterra mediante una procedura numerica come l'integrazione passo a passo (Fragiacomo, 2000).

Le funzioni di viscosità e rilassamento possono essere rappresentate, nell'ipotesi di visco-elasticità lineare, anche da modelli costituiti da combinazioni di molle ed elementi parabolici, che vengono definiti modelli "power-type". Esistono in letteratura diverse formulazioni di questo tipo di modello; l'espressione in termini di cedevolezza risulta (Le Govic, 1994):

$$A(t) = A_0 \left( 1 + \frac{t}{\tau^k} \right) \quad (4.16)$$

Dove:  $A_0$  = cedevolezza elastica

$\tau$  = tempo di raddoppio della cedevolezza elastica, per cui  $A(\tau) = 2A_0$

$k$  = fattore di viscosità cinetica, compreso tra 0 e 1

Nel caso del legno, essendo  $k < 1/3$ , la funzione di rilassamento può essere espressa mediante una semplice relazione approssimata:

$$R(t) = \left[ 1 + \left( \frac{t}{T} \right)^k \right]^{-1} \quad (4.17)$$

La soluzione dell'equazione di Volterra può essere ottenuta, oltre che con metodi rigorosi d'integrazione, anche mediante metodi approssimati, basati sulla trasformazione dell'integrale di sovrapposizione in un'equazione algebrica attraverso una formula di quadratura approssimata. Tra questi metodi si ricorda il metodo del modulo efficace, che consiste nella valutazione dell'integrale di sovrapposizione dell'espressione della deformazione viscosa (4.12) attraverso l'applicazione della regola dei rettangoli a un unico passo temporale. Ipotizzando che la storia tensionale agisca a partire dall'istante  $t_0$ , risulta:

$$\int_{t_0}^t J(t, \tau) \cdot \left[ \frac{d\sigma(\tau)}{d\tau} \right] d\tau \cong [\sigma(t) - \sigma(t_0)] J(t, t_0) \quad (4.18)$$

L'equazione di Volterra diventa dunque:

$$\varepsilon_{vis}(t, t_0) = \sigma(t) J(t, t_0) = \frac{\sigma(t)}{E_{eff}} \quad (4.19)$$

Dove:  $E_{eff}$  = modulo elastico efficace del materiale

Questo metodo, trascurando la variazione della funzione  $J(t, \tau)$  su tutto l'intervallo  $t_0 < \tau < t$ , è corretto nel caso di una storia di carico costante, ma garantisce una precisione accettabile anche per storie di carico con intervallo di variabilità fino al 15-20%, mentre non è applicabile ai problemi di rilassamento e ritiro impedito. Le normative vigenti fanno riferimento a tale metodo, che trasforma l'analisi viscosa in un'analisi elastica con modulo elastico pari a quello efficace (Fragiacomo, 2000).

In presenza di fenomeni meccanico-assorbitivi, il limite di sforzo entro il quale è accettabile l'ipotesi di linearità della relazione tra deformazione e tensione è inferiore al caso in cui le condizioni di umidità ambientale restano costanti: come si è visto nel paragrafo precedente, tale limite si aggira attorno al 20% del carico di rottura. In questo caso, è possibile definire una funzione  $J$  di cedevolezza indipendente dallo sforzo e la deformazione, in condizioni di sforzo e contenuto d'acqua variabili, può essere calcolata attraverso l'espressione (Hunt, 1994):

$$\varepsilon(t) = \int_0^t \left[ \int_0^t J(u, du, t - \tau) \frac{du}{d\tau} d\tau \right] \frac{d\sigma}{d\tau} \cdot d\tau \quad (4.20)$$

In letteratura esistono diverse proposte di modellazione del fenomeno meccanico-assorbitivo, sia di tipo lineare, tra cui si ricordano quelli descritti in Ranta-Maunus, 1975, in Hunt e Shelton, 1988, in Mårtensson, 1992 e in Toratti, 1992, sia di tipo non lineare, come quelli presentati in Hanhijärvi, 1995 e in Hanhijärvi e Hunt, 1998.

Nel seguito viene brevemente introdotto il modello lineare di Toratti, cui verrà fatto riferimento per l'analisi dei risultati sperimentali; tale modello è uno sviluppo di quello di Hunt e Shelton e si basa sull'ipotesi che la deformazione meccanico-assorbitiva tenda ad un valore limite per un numero molto elevato di cicli di umidità. La deformazione meccanico-assorbitiva è descritta dall'equazione differenziale (Fragiacomo, 2000):

$$\dot{\varepsilon}_{ms}(t) = (J^\infty \sigma - \varepsilon_{ms}) \cdot c |\dot{u}| \quad (4.21)$$

Dove:  $\varepsilon_{ms}$  = deformazione meccanico-assorbitiva  
 $J^\infty$  = deformazione meccanico-assorbitiva dovuta a una tensione  $\sigma$  unitaria a limite di scorrimento raggiunto  
 $c$  = parametro del materiale

Per una storia di carico costante, integrando l'equazione (4.21) risulta:

$$\varepsilon_{ms}(t) = J^\infty \left\{ 1 - e^{-c \int_{-\infty}^t |du(\tau)|} \right\} \quad (4.22)$$

Per una storia di carico variabile, per il principio di sovrapposizione degli effetti si ottiene:

$$\varepsilon_{ms}(t) = J^\infty \int_{-\infty}^t \left\{ 1 - e^{-c \int_{-\infty}^t |du(\tau_i)|} \right\} d\sigma(\tau) \quad (4.23)$$

La funzione di viscosità nel modello di Toratti assume invece la seguente espressione:

$$J(t, t_0, u) = J_0(u) + J_0(u_{ref})\varphi(t - t_0) \quad (4.24)$$

Dove:  $J_0(u) = 1/E(u) =$  deformabilità elastica all'istante di applicazione del carico in funzione del contenuto d'acqua

$J_0(u_{ref}) =$  deformabilità elastica per il valore di contenuto d'acqua di riferimento  $u_{ref}$

$\varphi(t - t_0) =$  coefficiente di viscosità

Per il coefficiente di viscosità è assunta una formulazione *power-type*:

$$J(t, t_0, u) = J_0(u) + J_0(u_{ref})\left(\frac{t - t_0}{t_d}\right)^m \quad (4.25)$$

Dove:  $t_d = 29500$  giorni = tempo di raddoppio della cedevolezza  $J$

$m = 0,21$

$u_{ref} = 0,20$

Il modello di Toratti consente dunque, sviluppando in forma algebrica l'espressione della deformazione meccanico-assorbitiva per cicli di umidità di ampiezza e durata costante, di esprimere il coefficiente di viscosità complessivo del legno come somma di una parte viscosa vera e propria e una parte meccanico-assorbitiva (Fragiacomo e Ceccotti, 2006b):

$$\varphi(t - t_0) = \varphi_c(t - t_0) + \varphi_{ms}(t - t_0) = \left(\frac{t - t_0}{t_d}\right)^m + \varphi_\infty \left[1 - e^{-c \frac{2\Delta u}{100\Delta t}(t - t_0)}\right] \quad (4.26)$$

Dove:  $\varphi_\infty = 0,7 =$  coefficiente moltiplicativo della deformazione meccanico-assorbitiva a limite di scorrimento raggiunto

$\Delta u =$  ampiezza della variazione di contenuto d'acqua

$\Delta t =$  durata del ciclo di variazione del contenuto d'acqua

Il modello di Toratti comprende infine una formulazione della deformazione anelastica da ritiro-rigonfiamento, nell'ipotesi che essa sia influenzata dalla deformazione totale accumulata. Per quanto discusso in Fragiaco, 2000, tuttavia, tale dipendenza può essere trascurata, per cui la deformazione da ritiro risulta, in termini finiti (Fragiacomo, 2000):

$$\varepsilon_n(t) = \varepsilon'_u(t) = \int_{-\infty}^t \alpha_u du(\tau) \quad (4.27)$$

Dove:  $\varepsilon_n$  = deformazione da ritiro-rigonfiamento  
 $\varepsilon'_u$  = componente anelastica della deformazione da ritiro-rigonfiamento  
 $\alpha_u$  = coefficiente di ritiro

#### 4.3.5 Approccio prestazionale per la valutazione della deformazione differita

Ai fini progettuali, le normative attuali stabiliscono, come si è visto, un coefficiente amplificativo della deformazione, dipendente dalla classe di servizio della struttura, sulla base del quale è possibile eseguire le necessarie verifiche sulla struttura in condizioni di esercizio. Dal punto di vista della progettazione, dunque, la modellazione del comportamento reologico del legno ha principalmente due obiettivi: quello di quantificare con la maggiore accuratezza possibile la deformazione differita degli elementi strutturali per il tempo di vita utile e quello di valutare quali siano, e quale peso abbiano, le variabili coinvolte nel fenomeno, per rendere la previsione il più aderente possibile alle specifiche condizioni di utilizzo di ciascuna struttura.

In quest'ottica, Zago ha proposto un approccio sperimentale al problema che, senza indagarne le cause, ne quantifica gli effetti dal punto di vista prestazionale del materiale. Secondo questa prospettiva, ha condotto negli anni '80 una campagna sperimentale volta a quantificare una serie di coefficienti amplificativi della deformazione elastica istantanea specifici per le principali variabili coinvolte nel fenomeno reologico (Zago, 1993).

La campagna sperimentale ha incluso prove di compressione e prove di flessione a quattro punti di carico, su campioni di legno massiccio e lamellare di abete e larice di diversa qualità. Le prove si sono svolte sia in condizioni climatiche controllate, sia in ambiente protetto con umidità e temperatura variabili. I provini sono stati sottoposti a tre diversi livelli di sforzo, pari allo 0,4, 0,6 e 0,9 di un valore di riferimento del tasso di lavoro in esercizio, compreso tra i 14 MPa per il larice lamellare di prima classe soggetto a flessione e i 9 MPa per l'abete massiccio di seconda classe soggetto a compressione. Il carico è stato mantenuto costante per

due anni, al termine dei quali è stato monitorato per sei mesi il recupero della deformazione delle travi soggette a flessione.

In condizioni di umidità costante al 65%, per il tasso di lavoro più elevato, il rapporto tra la freccia differita a 24 mesi e la freccia elastica dei campioni soggetti a flessione è risultato compreso tra un valore minimo di 0,39 per il legno di abete lamellare di prima classe e un valore massimo di 0,6 per il legno di larice massiccio di seconda classe. Per il medesimo tasso di lavoro, in condizioni di umidità costante all'85%, il rapporto tra la freccia differita a 24 mesi e la freccia elastica è risultato compreso tra 0,8, per l'abete lamellare di prima classe, e 1,26, per il larice massiccio di seconda classe; infine, in condizioni di umidità ambientale relativa non controllata, è compreso tra 0,61, per l'abete lamellare di prima classe, e 0,98 per il larice massiccio di seconda classe.

Nei campioni soggetti ad azione di compressione longitudinale prossima al valore di riferimento per l'esercizio, il coefficiente di viscosità è risultato inferiore a quello riscontrato nelle prove di flessione.

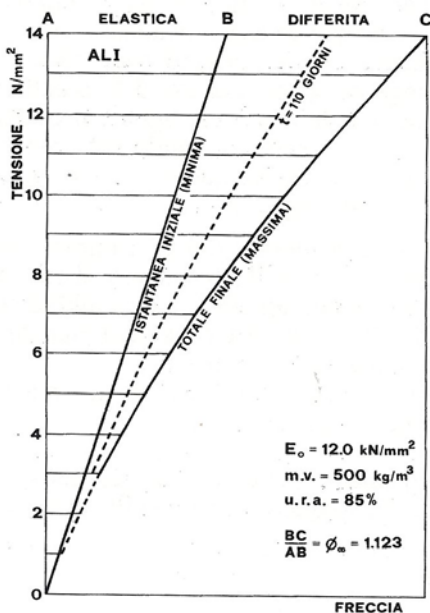


Fig. 4.21 – Variazione della freccia totale finale in funzione del livello di tensione per legno lamellare di abete di classe I a umidità costante pari al 65% (Zago, 1993, pag. 78)

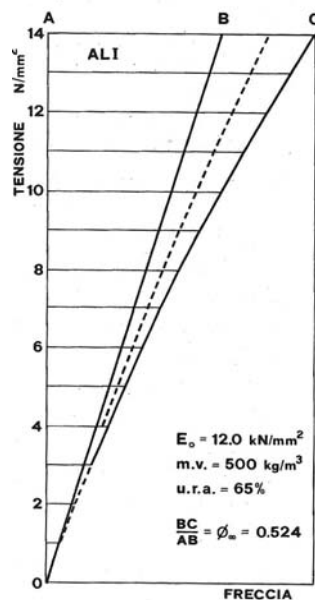


Fig. 4.22 – Variazione della freccia totale finale in funzione del livello di tensione per legno lamellare di abete di classe I a umidità costante pari all'85% (Zago, 1993, pag. 78)

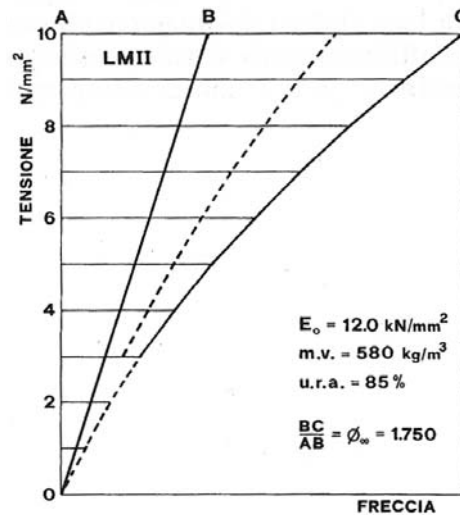


Fig. 4.23 – Variazione della freccia totale finale in funzione del livello di tensione per legno massiccio di larice di classe II a umidità costante pari al 65% (Zago, 1993, pag. 78)

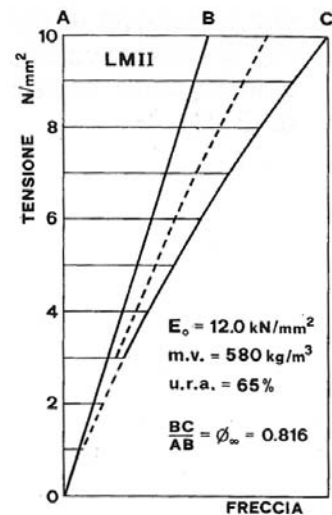


Fig. 4.24 – Variazione della freccia totale finale in funzione del livello di tensione per legno massiccio di larice di classe II a umidità costante pari all'85% (Zago, 1993, pag. 78)

I risultati delle prove a diversi tassi di lavoro confermano la non linearità del comportamento viscoso anche per carichi inferiori a quelli di esercizio (Fig. 4.21, Fig. 4.22, Fig. 4.23 e Fig. 4.24).

L'influenza del modulo elastico, rispecchiato dalla classe del legno, appare poco significativa, così come quella della massa volumica, indice della resistenza ultima del materiale. L'elemento più determinante, secondo le attese, è il contenuto d'acqua, poiché l'entità della deformazione viscosa appare, per tutte le prove, più che raddoppiata in condizioni di umidità relativa pari all'85% rispetto a quella osservata al 65%. In condizioni ambientali non controllate risulta importante la velocità, oltre che l'entità, delle variazioni dell'umidità dell'aria, a causa dell'inerzia del legno alla variazione del contenuto d'acqua.

Sulla base dei risultati sperimentali, Zago ha proposto una valutazione del coefficiente amplificativo della deformazione elastica a tempo infinito  $k_{def}$ , in condizioni ambientali non controllate, attraverso il prodotto di 5 coefficienti che tengono conto delle variabili che influenzano la deformazione differita:  $K_E$  per il modulo elastico (o, in alternativa,  $K_M$  per la massa volumica),  $K_T$ , dipendente dalla specie legnosa, per il livello di tensione,  $K_U$  per il valore medio dell'umidità ambientale relativa,  $K_C$  per l'ampiezza della variazione dell'umidità ambientale e infine  $K_F$ , che tiene conto dell'inerzia alla variazione di contenuto d'acqua del legno

in funzione della forma dell'elemento. Il coefficiente di viscosità a tempo infinito risulta dunque:

$$k_{def} = K_E \cdot K_U \cdot K_T \cdot K_C \cdot K_F \quad (4.28)$$

oppure:

$$k_{def} = K_M \cdot K_U \cdot K_T \cdot K_C \cdot K_F \quad (4.29)$$

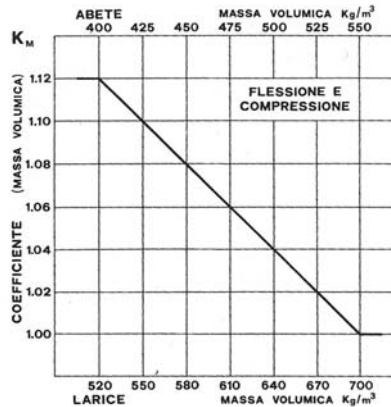
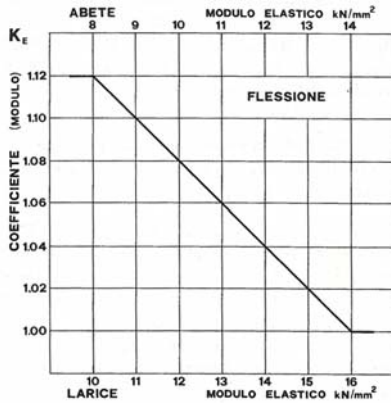


Fig. 4.25 – Valori del coefficiente  $K_E$  per legno di abete e di larice (Zago, 1993, pag. 63)

Fig. 4.26 – Valori del coefficiente  $K_M$  per legno di abete e di larice (Zago, 1993, pag. 63)

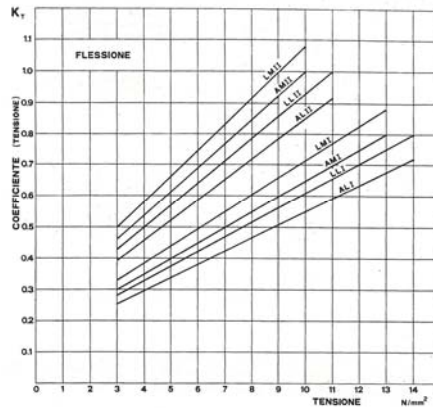
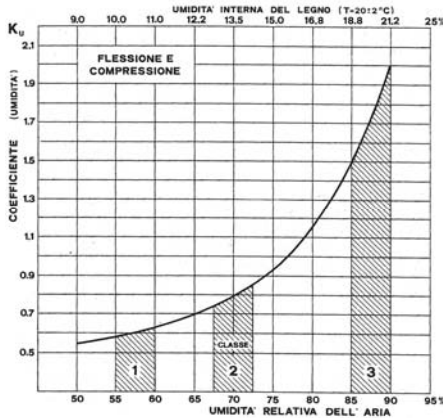


Fig. 4.27 – Valori del coefficiente  $K_U$  per legno di conifera con individuazione delle classi di umidità proposte dall'Eurocodice (Zago, 1993, pag. 65)

Fig. 4.28 – Valori del coefficiente  $K_T$  per legno di abete e di larice massiccio e lamellare soggetto a flessione (Zago, 1993, pag. 67)



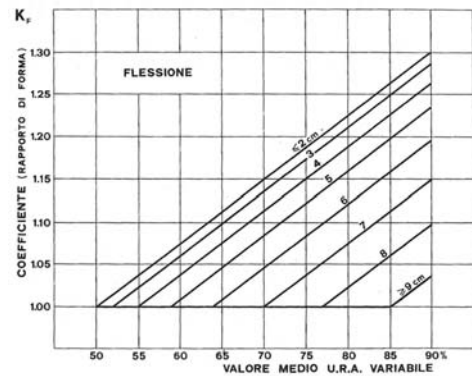
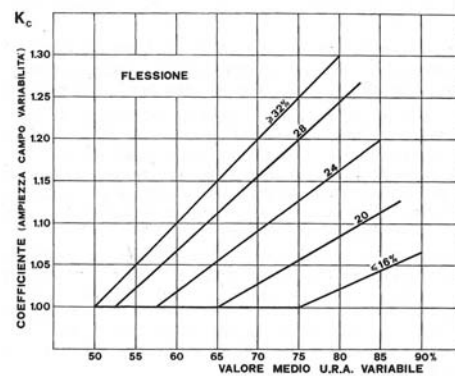


Fig. 4.29 – Valori del coefficiente  $K_C$  per legno di conifera (Zago, 1993, pag. 70)

Fig. 4.30 – Valori del coefficiente  $K_F$  per legno di conifera (Zago, 1993, pag. 72)

#### 4.4. REFERENZE

- AKLONIS J.J. – MACKNIGHT W.J., *Introduction to Polymer Viscoelasticity*, John Wiley & Sons Ltd, New York 1983
- ARMSTRONG L. – KINGSTON R., *The effect of moisture content changes on the deformation on wood under stress*, in "Australian Journal of Applied Science", 1962, n. 13 (4), pp. 257-276
- BACH L. – SALMEN L., *Glass transition of wood components hold implications for molding and pulping processes*, in "TAPPI", 1982, n. 65 (7)
- BACH L., *Failure perpendicular to grain in wood subjected to sustained bending loads + Letters to the editor*, in "Wood Science", 1975, n. 7 (4), pp. 323-327 e n. 8 (2), pp. 85-87
- BACH L. – ROVNER B., *Stress relaxation in wood at different grain angles*, Canadian Forest Product Laboratory, Technical Report n. VP-X-14, 1967
- BACH L., *Non-linear mechanical behavior of wood in longitudinal tension*, Doctoral dissertation, Syracuse University, Syracuse, New York, U.S.A. 1965
- BARRETT J.D., *Duration of load. The past, present and future*, Proceedings of the "International COST 508 Wood Mechanics Conference", Stuttgart, Germany 14th-16th May 1996
- BODIG J. – JAYNE B.A., *Mechanics of wood and wood composites*, Van Nostrand Reinhold Company, New York 1982
- CECCOTTI A., *Dimensionamento e verifica delle strutture di legno secondo il metodo semiprobabilistico agli stati limite*, in GIORDANO G., *Tecnica delle costruzioni in legno*, Ulrico Hoepli Editore, Milano 1999
- CARIOU J.L., *Caractérisation d'un materia viscoélastique anisotrope, le bois*, Tesi di dottorato, Università di Bordeaux, Bordeaux, Francia, 1987
- ELMENDORF A., *Stresses in Impact*, in "Journal of the Franklin Institute", 1916, n. 182 (6)

- FEWELL A.R., *Testing and analysis carried out as part of the Princes Risborough Laboratory's programme to examine the duration of load effect on timber*, Proceedings of the "International Workshop on DOL in Lumber and Wood Products", Richmond, British Columbia, Canada 1986
- FOSCHI R.O. – BARRETT J.D., *Load duration effects in Western hemlock lumber*, in "Journal of Structural Engineering", 1982, n. 108 (7), pp. 1494-1510
- FRAGIACOMO M. - CECCOTTI A., *Simplified approach for the long-term behaviour of the timber-concrete composite beams according to the Eurocode 5 Provisions*, Proceedings of the "CIB-W18 Meeting", Florence, Italy, August 2006b
- FRAGIACOMO M., *Comportamento a lungo termine di travi composte in legno e calcestruzzo*, Tesi di Dottorato, Università degli Studi di Trieste, Italia, 2000
- GERHARDS C.C., *Bending Creep and Load Duration of Douglas-Fir 2 by 4s Under Constant Load for up to 12-plus Years*, in "Wood and Fiber Science", 2000, n. 32 (4), pp. 489-501
- GLOS P., *Creep and lifetime of timber loaded in tension and compression*, Proceedings of the "CIB-W18 Meeting", Florence, Italy, September 1986
- GLOS P. – HEIMESHOF B. – KELLETSHOFER W., *Load duration effect in tension and compression and its implications for reliability of structures*, Proceedings of the "CEC Seminar on Wood Technology", Munich, Germany, 1987
- HANHIJÄRVI A. – HUNT D., *Experimental indication of interaction between viscoelastic and mechano-sorptive creep*, in "Wood Science and Technology", 1998, n. 32, pp. 57-70
- HANHIJÄRVI A., *Deformation kinetics based rheological model for the time-dependent and moisture induced deformation of wood*, in "Wood Science and Technology", 1995, n. 29, pp. 191-199
- HEARMON R.F.S. – PATON J.M., *Moisture content changes and creep in wood*, in "Forest Product Journal", 1964, n. 14, pp. 357-359
- HOFFMEYER P., *Strength Under Long-term Loading*, in AA. VV., *Timber Engineering*, a cura di S. Thelandersson and H.J. Larsen, John Wiley & Sons Ltd, Chichester 2003
- HOFFMEYER P., *Failure of Wood as Influenced by Moisture and Duration of Load*, Doctoral dissertation, New York State College Forestry at Syracuse University, Syracuse, New York, U.S.A. 1990
- HOFFMEYER P., *Duration of Load effects for spruce timber with special reference to moisture influence*, Proceedings of the "CEC Seminar on Wood Technology", Munich, Germany, 14th-15th April 1987
- HUET C. – GUITARD D. – MORLIER P., *Le bois en structure, son comportement différé*, in "Annales de l'Institut Technique du Batiment et des Travaux Publics", 1981, n. 479
- HUNT D.G., *Present knowledge of mechano-sorptive creep of wood*, in AA. VV., *Creep in Timber Structures. Report of RILEM Technical Committee 112-TSC*, a cura di P. Morlier, E. & F. Spon, London 1994
- HUNT D.G. – SHELTON C.F., *Longitudinal moisture-shrinkage coefficients of softwood at the mechano-sorptive creep limit*, in "Wood Science and Technology", 1988, n.22, pp.199-210
- KARACABEYLI E. – SOLTIS L., *State-of-the-art report on duration of load research for lumber in North America*, Proceedings of the "International Timber Engineering Conference", London, U.K., 2nd-5th September 1991
- KELLY S.S. – RIALS T.G. – GLASSER W.G., *Relaxation behavior of the Amorphous Components of Wood*, in "Journal of Material Science", 1987, n.22, pp. 617-624
- KITAZAWA G., *Relaxation of wood under constant strain*, New York State College Forestry at Syracuse University, Technical Report n. 67, 1947
- KELLOGG R.M., *Effect of repeated loading on the tensile properties of wood*, in "Forest Product Journal", 1960, n. 10 (11), pp. 586-594

- LE GOVIC C., *Sensitivity of creep to different constant environments*, in AA. VV., *Creep in Timber Structures. Report of RILEM Technical Committee 112-TSC*, a cura di P. Morlier, E & F Spon, London 1994
- LISKA J.A., *Effect of Rapid Loading on the Compressive and Flexural Strength of Wood*, United State Forest Product Laboratory, Madison, Wisconsin, U.S.A., Report n. 1767, 1950
- MADSEN B., *Structural behaviour of timber*, Timber Engineering LTD., North Vancouver 1992
- MADSEN B. – BARRETT J.D., *Time-Strength Relationship for Lumber*, Department of Civil Engineering, University of British Columbia, Vancouver, British Columbia, Canada, Report n. 13, 1976
- MADSEN B., *Duration of load tests for dry lumber subjected to bending*, in "Forest Product Journal", 1972, n. 23 (2), pp. 21-28
- MARKWART L.J. – LISKA J.A., *Speed of testing of wood. Factors in its control and its effect on strenght*, in "Proceedings of the American Society of Testing Material", 1948, n. 48, pp. 1139-1159
- MARTENSSON A., *Short- and Long-term Deformations of Timber Structures*, a cura di S. Thelandersson and H.J. Larsen, John Wiley & Sons Ltd, Chichester 2003
- MARTENSSON A., *Mechanical behaviour of wood exposed to humidity variations*, Department of Structural Engineering, Lund Institute of Technology, Lund, Sweden, Report n. TVBK-1006, 1992
- MCDOWALL B.J., *The Duration of Load Effect in Tension Perpendicular to the Grain for Douglas Fir*, Doctoral dissertation, University of British Columbia, Vancouver, British Columbia, Canada, 1982
- MORLIER P. – PALKA L.C., *Basic knowledge*, in AA. VV., *Creep in Timber Structures. Report of RILEM Technical Committee 112-TSC*, a cura di P. Morlier, E & F Spon, London 1994
- NORIMOTO M. – GRIL J. – MINATO K. – OKAMURA K. – MUKUDAI J. – ROWELL R.M., *Suppression of creep of wood under humidity change through chemical modification*, in "Mokuzai Kogyo", 1987, n. 42, pp. 504-508
- NORLIN L.P. – NORLIN C.M. – LAM F., *Shear behavior of laminated Douglas fir veneer*, in "Wood Science and Technology", 1999, n. 33, pp. 199-208
- PEARSON R.G., *The effect of duration of load on the bending strength of wood*, in "Holzforschung. International Journal of the Biology, Chemistry, Physics and Technology of Wood", 1972, n. 26 (4), pp. 153-158
- RANTA-MAUNUS A. – KORTESMAA M., *Creep of timber during eight years in natural environments*, Proceedings of the "WCTE 2000 Conference", Whistler, British Columbia, Canada, 31st July – 3rd August 2000
- RANTA-MAUNUS A., *The viscoelasticity of wood at varying moisture content*, in "Wood Science and Technology", 1975, n. 9, pp. 188-206
- SCHAFFER E.L., *Modelling the creep of wood in a changing moisture environment*, in "Wood and Fiber", 1972, n. 3 (4), pp. 232-235
- SCHNIEWIND A.P. – BARRETT J.D., *Wood as a linear orthotropic viscoelastic material*, in "Wood Science and Technology", 1972, n. 6, pp. 43-57
- SHARP D.J. – CRAIG B.A., *Load duration effects in structural composite lumber, of load on the bending strength of wood*, Proceedings of the Fourth "International Wood Engineering Conference", New Orleans, Louisiana, U.S.A., 28th-31st October 1996
- TISSAOUI J., *Effect of Long-Term Creep on the Integrity of Modern Wood Structures*, Tesi di Dottorato, Virginia Polytechnic Institute and State University, 1996
- TORATTI T., *Creep of timber beams in a variable environment*, Laboratory of Structural Engineering and Building Physics, Helsinki University of Technology, Finland, Report n. 31, 1992
- WHALE L.R.J., *Deformation characteristics of nailed or bolted timber joints subjected to irregular short or medium term lateral loading*, Tesi di Dottorato, London South Bank Polytechnic, 1988

WOOD L.W., *Relation of Strength of Wood to Duration of Stress*, United State Forest Product Laboratory, Madison, Wisconsin, U.S.A., Report n. 1916, 1951

YOUNGS R.L., *The perpendicular-to-grain mechanical properties of red oak as related to temperature, moisture content and time*, U.S. Forest Product Laboratory, Technical Report n. 2079, 1957

ZAGO F., *Il legno di conifera: la deformazione differita*, Habitat Legno, Edolo 1993

---

## 5. COMPORTAMENTO FLESSIONALE DELLA TRAVE MISTA IN LEGNO E CALCESTRUZZO

---

### 5.1 INTRODUZIONE

Il concetto di struttura mista, concepita in modo da sfruttare al meglio le caratteristiche dei materiali che la compongono, appare già nel XVIII secolo, quando Du Hamel studia il comportamento di travi composte da diversi tipi legni (cfr. cap. 2). Nei secoli successivi, tale concetto ottiene grande fortuna nell'applicazione al cemento armato; negli ultimi decenni, tuttavia, grazie al rinnovato interesse per il legno come materiale da costruzione e alla maggiore attenzione rivolta al recupero del patrimonio edilizio storico, ha trovato ampia applicazione l'intuizione originaria di Du Hamel sulla possibilità di migliorare le prestazioni strutturali del legno attraverso l'accoppiamento con altri materiali, generalmente acciaio o calcestruzzo.

In questo capitolo è descritto il comportamento flessionale delle strutture miste costituite da uno strato superiore di calcestruzzo armato resistente a compressione, da un elemento inferiore in legno, deputato a resistere agli sforzi di trazione e da un sistema di connessione costituito da elementi di acciaio, in grado di trasmettere le azioni di taglio tra i due materiali. Particolare attenzione è stata rivolta alle tecniche di consolidamento dei solai lignei studiate presso l'Università degli Studi di Brescia, cui si è fatto riferimento nella predisposizione del programma sperimentale, tra le quali figura la possibile sostituzione della cartella in calcestruzzo con una in malta a base di calce naturale, materiale più compatibile con quelli tradizionali (Marini et al, 2009).

Poiché uno degli aspetti più interessanti delle strutture miste è rappresentato dal migliore comportamento deformativo in esercizio rispetto alle semplici strutture in legno, risulta di particolare interesse indagarne il comportamento reologico, dipendente sia dalle caratteristiche dei materiali, sia da quello della connessione che ne garantisce la collaborazione. In questa sede è descritto il ruolo del comportamento viscoso del legno nel comportamento deformativo della struttura e della connessione tra la trave in legno e la soletta, mentre non è oggetto d'indagine il comportamento reologico del calcestruzzo, per il quale verrà fatto riferimento, nell'analisi dei risultati sperimentali, ai modelli proposti dall'Eurocodice 2<sup>1</sup> e dal Model Code 2010<sup>2</sup>.

Sebbene la letteratura riguardante il comportamento del legno soggetto ai carichi di lunga durata sia molto vasta, non sono molti gli studi concernenti il comportamento reologico delle connessioni tra elementi lignei e ancora meno sono quelli riguardanti il comportamento reologico delle connessioni nelle strutture miste. Per quanto riguarda il primo aspetto, è di particolare interesse quanto discusso in Van de Kuilen, 2008, mentre per le connessioni nelle strutture miste si è fatto riferimento principalmente agli studi presentati in Ometto, 2008 e in Fragiaco et al., 2004.

Il comportamento di travi miste legno-calcestruzzo soggette a carichi di lunga durata è stato illustrato facendo riferimento alle prove esposte in Ronca et al., 1991 e in Capretti e Ceccotti, 1996.

## **5.2. SOLAI MISTI LEGNO-CALCESTRUZZO DI CEMENTO**

### **5.2.1 Caratteristiche della sezione mista**

Il rinnovato interesse per le strutture in legno, determinato principalmente da ragioni di sostenibilità ambientale, ha generato anche in Italia un'attenzione per i vantaggi che le strutture miste, diffuse nei paesi nordici, dove l'utilizzo del legno nelle costruzioni non ha mai conosciuto un declino, presentano rispetto alle tecniche costruttive tradizionali. I solai misti in legno e calcestruzzo, infatti, sono più

---

<sup>1</sup> UNI EN 1992-1-1:2005, Eurocodice 2: Progettazione delle strutture in calcestruzzo. Parte 1-1: Regole generali e regole per gli edifici

<sup>2</sup> CEB/FIP Model Code for Concrete Structures 2010

leggeri dei tradizionali solai in latero-cemento, caratteristica particolarmente vantaggiosa dal punto di vista del comportamento sismico, mentre rispetto ai solai in legno, oltre ai già citati vantaggi strutturali, che si traducono in una diminuzione delle deformazioni flessionali e delle vibrazioni dell'impalcato, presentano un miglior comportamento al fuoco e una maggiore capacità d'isolamento acustico (Fragiacomo et al., 2008).

Il maggiore successo, tuttavia, queste strutture l'hanno incontrato in Italia negli interventi di recupero degli edifici storici. Il miglioramento del comportamento statico degli impalcati lignei riveste, infatti, un ruolo particolarmente importante in questi interventi, poiché i solai tradizionali non sono generalmente adatti a sostenere i carichi imposti dalle normative attuali, in particolar modo i carichi di esercizio, rispetto ai quali si rivelano troppo deformabili. In quest'ottica, il rinforzo del solaio tramite l'accoppiamento con una soletta in calcestruzzo armato ordinario (Fig. 5.1) rappresenta una tipologia d'intervento semplice ed economica, in grado di garantire un aumento di rigidità e di capacità portante della struttura e una ripartizione dei carichi. Mediante la soletta in calcestruzzo è possibile inoltre predisporre un piano rigido in grado di connettere le murature, fornendo all'edificio un comportamento scatolare che ne migliora la resistenza alle azioni sismiche.

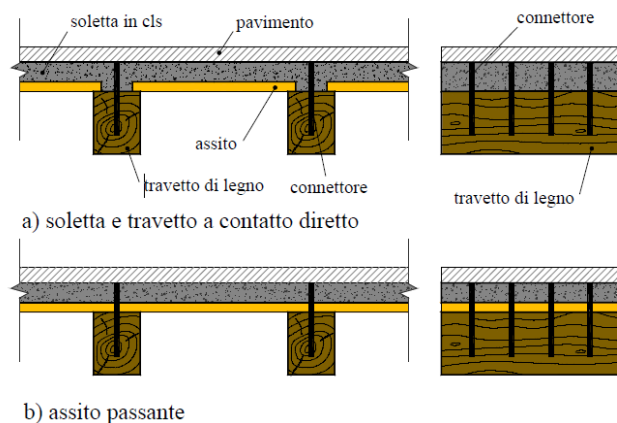


Fig. 5.1 – Sezione tipo di un solaio in legno irrigidito con lastra in calcestruzzo (Gelfi e Marini, 2008)

Questa tecnica, già occasionalmente sperimentata in precedenza, è stata illustrata per la prima volta da Turrini e Piazza nel 1983 (Turrini e Piazza, 1983a, b

e c) ed è stata oggetto di numerosi studi e indagini sperimentali, tra cui quelle condotte da Ronca, Giuriani, Gelfi, Plizzari e Marini.

Le caratteristiche di resistenza e rigidezza di una trave mista dipendono dall'efficacia della connessione tra legno e calcestruzzo: nell'ipotesi d'incollaggio perfetto (Fig. 5.2a), infatti, sarebbe garantita la conservazione delle sezioni piane e sarebbe possibile procedere al calcolo della sezione adottando il momento d'inerzia della sezione ideale, omogeneizzata in base al rapporto dei moduli elastici del calcestruzzo e del legno (Gelfi e Marini, 2008).

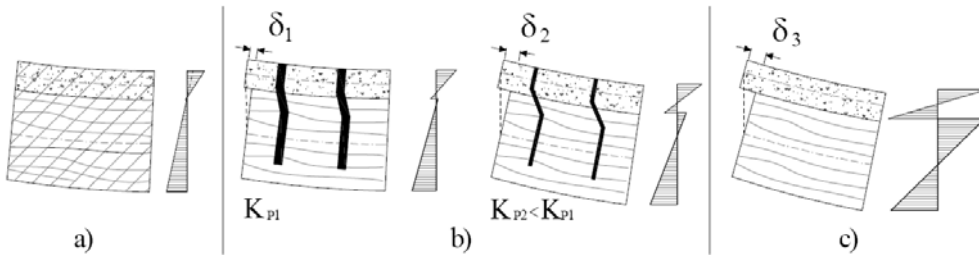


Fig. 5.2 – Distribuzione delle tensioni in funzione della rigidezza del collegamento (Gelfi e Marini, 2008):

- a. Connessione rigida
- b. Connessione deformabile
- c. Nessuna connessione

Il modulo elastico del calcestruzzo è circa il triplo quello del legno, dunque non particolarmente elevato; tuttavia, considerando l'area del corrente compresso, le caratteristiche della sezione risultano molto migliori rispetto a quelle della sola trave lignea, specialmente per i solai, come quelli cosiddetti "alla lombarda", in cui l'interasse tra i travetti è considerevole. La rigidezza, in particolare, viene incrementata di circa un ordine di grandezza, comportando una riduzione della freccia in mezzeria a un decimo di quella della sola struttura lignea.

Il successo delle strutture miste legno-calcestruzzo ha determinato lo sviluppo di numerose tipologie di connessione, basate su diversi principi di trasmissione della sollecitazione: connessioni nelle quali la forza è trasmessa per contatto diretto fra gli elementi, connessioni ad attrito, connessioni incollate, connessioni a elementi interposti. Nel seguito è illustrato il funzionamento delle connessioni mediante elementi interposti che lavorano a taglio.

A differenza delle travi composte in acciaio e calcestruzzo, in cui generalmente la deformabilità della connessione è trascurabile, nelle travi miste in



legno e calcestruzzo la deformabilità della connessione reale, accentuata dal comportamento reologico del legno, è tale da influenzare sia la distribuzione degli sforzi sia la rigidità dell'impalcato (Fig. 5.2b). Se l'errore commesso nella valutazione dello stato tensionale può essere tenuto in conto attraverso una scelta cautelativa dei tassi di lavoro, quello commesso nella valutazione delle deformazioni non può invece essere trascurato; poiché generalmente il requisito che governa il dimensionamento dei solai in legno è la deformabilità in esercizio più della resistenza ultima (Gelfi e Marini, 2008).

La deformabilità della connessione conferisce alla trave mista in legno e calcestruzzo un comportamento non lineare che, tuttavia, può essere approssimato al comportamento lineare per le strutture comuni; per le strutture di grandi dimensioni è opportuno invece svolgere il calcolo in campo non lineare (Gelfi e Marini, 2008). Nell'ipotesi di comportamento lineare, il calcolo dello stato di sforzo e di deformazione della sezione mista può essere svolto tramite il "metodo di Möhler" (Möhler, 1956), che estende al legno la teoria delle sezioni miste di Newmark (Newmark et al., 1951). Il metodo si basa sulle ipotesi di comportamento elastico lineare dei materiali e della connessione, conservazione delle sezioni piane e trascurabilità della deformazione indotta dal taglio per le due sezioni parziali di legno e calcestruzzo, uguaglianza degli abbassamenti e delle curvature tra le linee d'asse di trave e soletta per piccoli spostamenti e connessione uniformemente distribuita lungo l'asse della trave (Fragiacomo, 2000). In caso di distribuzione non uniforme dei connettori per seguire l'andamento dell'azione di taglio, è possibile adottare un passo equivalente (Gelfi e Marini, 2008):

$$s_{eq} = 0,75s_{min} + 0,25s_{max} \quad (5.1)$$

L'Eurocodice 5<sup>3</sup> introduce una procedura semplificata per la verifica delle strutture miste, basata sull'applicazione della soluzione rigorosa del metodo di Möhler della trave in semplice appoggio soggetta a carico sinusoidale, al caso di trave mista in semplice appoggio soggetta a carico uniformemente distribuito (Fragiacomo, 2000). Secondo questa approssimazione, il momento d'inerzia

<sup>3</sup> UNI EN 1995-1-1:2005, Eurocodice 5: Progettazione delle strutture in legno. Parte 1-1: Regole generali – Regole comuni e regole per gli edifici. Appendice B: Travi assemblate meccanicamente

efficace della trave composta, omogeneizzata al legno, risulta (Gelfi e Marini, 2008):

$$I_{\text{eff}} = I_0 + \gamma(I_{\text{id}} - I_0) \quad (5.2)$$

Con:

$$\frac{1}{\gamma} = 1 + \pi^2 \frac{E_w(I_{\text{id}} - I_0)}{d_G^2 K_P L^2} \quad (5.3)$$

- Dove:
- $\gamma$  = coefficiente di efficacia
  - $E_w$  = modulo elastico del legno
  - $E_c$  = modulo elastico del calcestruzzo
  - $I_{\text{id}}$  = momento d'inerzia della sezione ideale omogeneizzata al legno
  - $I_0$  =  $I_w + nI_c$  = momento d'inerzia della sezione priva di connessione omogeneizzata al legno
  - $n$  =  $E_w / E_c$  = coefficiente di omogeneizzazione
  - $d_G$  = distanza tra i baricentri della soletta e del travetto
  - $s$  = passo dei connettori
  - $K_P$  = rigidezza del singolo connettore
  - $L$  = luce della trave

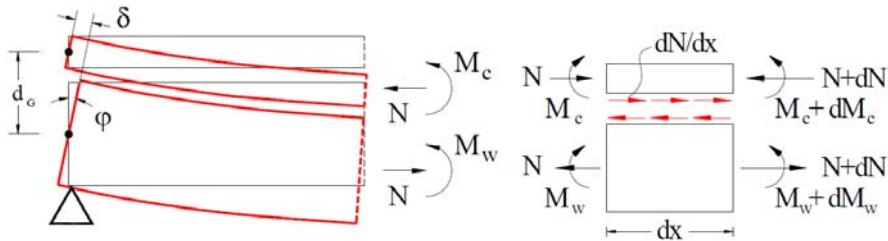


Fig. 5.3 – Azioni interne nella soletta e nel travetto (Gelfi e Marini, 2008)

Le quote di momento flettente agenti sulla soletta e sul travetto risultano (Fig. 5.3):

$$M_c = \frac{nI_c}{I_{eff}} M \quad (5.4)$$

e

$$M_w = \frac{I_w}{I_{eff}} M \quad (5.5)$$

Il momento flettente rimanente  $M_N$  è assorbito dalla coppia  $Nd_G$ , dove  $N$  è la forza di scorrimento trasmessa dalla connessione. L'azione assiale  $N$  diviene dunque:

$$N = \frac{M_N}{d_G} = \frac{M - M_c - M_w}{d_G} = \frac{M}{d_G} \left( 1 - \frac{I_0}{I_{eff}} \right) = \frac{M}{d_G} \gamma \left( \frac{I_{id} - I_0}{I_{eff}} \right) \quad (5.6)$$

Gli sforzi nella soletta e nel travetto si calcolano con le formule della pressoflessione (Gelfi e Marini, 2008):

$$\sigma_c = -\frac{N}{A_c} \mp \frac{M_c}{W_c} \quad (5.7)$$

e

$$\sigma_w = \frac{N}{A_c} \mp \frac{M_w}{W_w} \quad (5.8)$$

Il flusso di taglio all'interfaccia risulta:

$$q = \frac{dN}{dx} = \frac{1}{d_G} \gamma \frac{I_{id} - I_0}{I_{eff}} \frac{dM}{dx} = \frac{1}{d_G} \gamma \frac{I_{id} - I_0}{I_{eff}} V \quad (5.9)$$

La forza di taglio nel connettore più sollecitato è pari a:

$$V_p = q \cdot s = \gamma \frac{I_{id} - I_0}{d_G I_{eff}} s V_{max} = \gamma \frac{S_c}{I_{eff}} s V_{max} \quad (5.10)$$

dove  $S_c$  è il momento statico della soletta omogeneizzata al legno rispetto al baricentro della sezione ideale.

Tale relazione, trascurando la deformabilità della connessione, che determina una redistribuzione della forza di scorrimento, risulta a favore di sicurezza (Gelfi e Marini, 2008); una stima più accurata della forza di taglio sul connettore può essere determinata attraverso la relazione tra l'incremento di rotazione all'appoggio e lo slittamento massimo tra soletta e travetto riportata in Gelfi e Giuriani, 2003.

L'incremento di rigidezza apportato dal rinforzo in calcestruzzo può essere compromesso dalla deformabilità della connessione: in Gelfi e Giuriani, 2003, si dimostra come l'aumento della freccia nella trave mista sia proporzionale allo scorrimento tra lastra in calcestruzzo e travetto, oltre che alla luce del solaio e alla distanza del baricentro del legno da quello del rinforzo. Poiché la deformabilità della struttura in genere risulta essere un criterio più restrittivo rispetto alla resistenza ultima, la formulazione esatta della relazione tra lo scorrimento e la deformazione flessionale, nell'ipotesi di comportamento elastico della sezione e di comportamento non lineare della connessione, è uno strumento agevole per il dimensionamento della struttura.

Come detto, il momento agente sull'intera sezione è dato dalla quota di momento agente sulla trave, dalla quota agente sul travetto e dalla coppia formata dall'azione assiale di compressione nel calcestruzzo e di trazione nel travetto (Fig. 5.3). Nell'ipotesi che lo scorrimento della soletta rispetto alla trave avvenga senza distacco, la curvatura nel legno e nel calcestruzzo è la stessa. Esprimendo il momento flettente agente sulla trave e quello agente sul calcestruzzo in funzione di detta curvatura, si ottiene allora (Gelfi e Giuriani, 2003):

$$M = -(E_w I_w + E_c I_c) y'' + N_w d_G \quad (5.11)$$

Da questa relazione è possibile ricavare l'espressione della curvatura:

$$y'' = -\frac{M + N_w d_G}{E_w I_w + E_c I_c} = -\frac{M}{E_w I^*} + \frac{N_w d_G}{E_w I^*} \quad (5.12)$$

Dove:  $I^* = I_w + I_c/n$

La curvatura  $y''$  può essere espressa come somma della curvatura ideale della trave composta nell'ipotesi d'incollaggio perfetto, più un incremento di curvatura determinato dallo scorrimento della connessione:

$$y'' = y''_{id} + \Delta y'' \quad (5.13)$$

Da cui l'incremento di curvatura risulta:

$$\Delta y'' = -\frac{M}{E_w I^*} + \frac{N_w}{E_w I^*} d_G - y''_{id} \quad (5.14)$$

La curvatura della sezione ideale può essere espressa in modo analogo a quella reale:

$$y''_{id} = -\frac{M}{E_w I^*} + \frac{N_{w,id}}{E_w I^*} d_G \quad (5.15)$$

Per cui l'incremento di curvatura risulta:

$$\Delta y'' = -\frac{M}{E_w I^*} + \frac{N_b}{E_w I^*} d_G + \frac{M}{E_w I^*} - \frac{N_{w,id}}{E_w I^*} d_G = \frac{\Delta N}{E_w I^*} d_G \quad (5.16)$$

Dove:  $\Delta N = N_w - N_{w,id}$

Nella sezione di ascissa generica  $x$ , lo scorrimento tra lastra e trave può essere espresso come (Fig. 5.4):

$$\delta(x) = \delta_1 + \delta_2 = u_w(x) - u_c(x) + y'(x) d_G \quad (5.17)$$

e quindi:

$$\delta'(x) = u'_w(x) - u'_c(x) + y''(x) d_G \quad (5.18)$$

Dove  $u_w(x)$  è lo spostamento del baricentro della trave e  $u_c(x)$  quello della lastra in calcestruzzo.

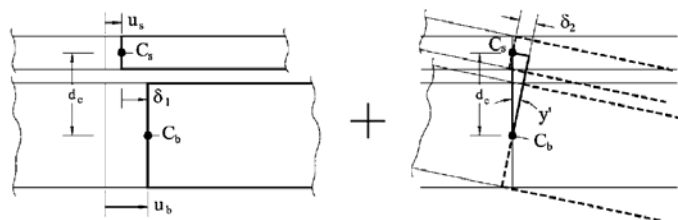


Fig. 5.4 – Scorrimento dovuto all'azione assiale e scorrimento dovuto alla rotazione (Gelfi e Giuriani, 2003, p. 479)

Attraverso alcuni ulteriori passaggi, la relazione tra l'incremento di curvatura e lo scorrimento si riduce a:

$$\Delta y''(x) = \frac{\delta'(x)}{d^*} \quad (5.19)$$

Dove  $d^* = I_{id}/S_c$

Integrando l'espressione dell'incremento di curvatura, si ottiene la relazione tra l'incremento di rotazione e lo scorrimento:

$$\Delta\varphi(x) = \Delta y'(x) = \frac{\delta(x)}{d^*} + C_1 \quad (5.20)$$

La costante  $C_1$ , dipendente dalle condizioni al contorno, nel caso di trave in semplice appoggio soggetta a carichi simmetrici è nulla, per cui l'incremento di rotazione all'appoggio in funzione dello scorrimento risulta:

$$\Delta\varphi(0) = \frac{\delta(0)}{d^*} \quad (5.21)$$

L'incremento di freccia  $\Delta v$  può essere espresso in funzione dell'incremento di freccia  $\Delta v$  in mezzeria determinato dalla deformabilità della connessione:

$$\Delta\varphi = \frac{\alpha \Delta v d^*}{L} \quad (5.22)$$

Dove  $\alpha$  è pari a 3,2 per travi in semplice appoggio soggette a carico uniformemente distribuito.

La forza di taglio sul connettore più sollecitato risulta dunque:

$$V_p = K_p \cdot \delta = K_p \frac{\alpha \Delta v d^*}{L} \quad (5.23)$$

La relazione tra lo scorrimento e l'incremento di freccia nella trave risulta:

$$\Delta v = \frac{\delta_d L}{d^* \alpha} = \frac{\delta_d L}{d^* 3,2} \quad (5.24)$$

Il valore del rapporto  $L/h$  nelle strutture comuni si aggira attorno a 20, mentre  $d^*$  può essere considerata pari a circa  $2h/3$ , da cui si ricava un incremento della freccia in mezzeria pari a:

$$\Delta v = \frac{\delta_d L}{3,2 \frac{2}{3} h} \cong \frac{\delta_d 20}{3,2 \frac{2}{3}} \cong 10 \delta_d \quad (5.25)$$

Sia la relazione tra l'incremento di rotazione e lo scorrimento sia la relazione tra lo scorrimento e l'incremento di freccia hanno mostrato un'ottima corrispondenza con le analisi numeriche e con i risultati sperimentali (Gelfi e Giuriani, 2003).

Affinché l'aumento di rigidità apportato dalla collaborazione con la lastra in calcestruzzo non sia annullato dall'effetto dello scorrimento, le connessioni devono dunque avere la minore deformabilità possibile. Un aumento di rigidità della connessione può essere ottenuto con un aumento del diametro dei connettori o del loro numero, tenendo conto del limite imposto dalla necessità di non danneggiare la trave.

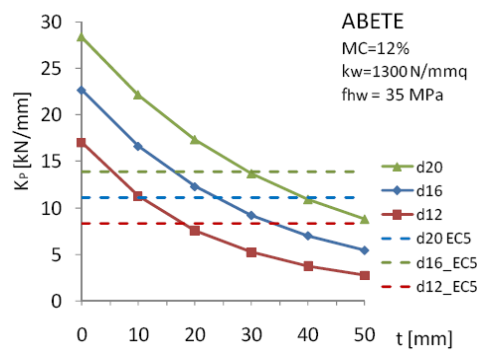


Fig. 5.5 – Variazione della rigidità  $K_P$  della connessione in funzione dello spessore dell'assito passante  $t$  (Gelfi e Marini, 2008)

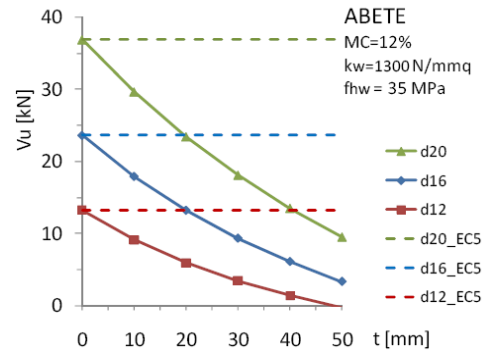


Fig. 5.6 – Variazione della capacità portante  $V_u$  della connessione in funzione dello spessore dell'assito passante  $t$  (Gelfi e Marini, 2008)

Negli interventi di riabilitazione di solai esistenti, la rigidità della connessione può essere ridotta dalla presenza dell'assito (Fig. 5.5 e Fig. 5.6), se mantenuto integro attraverso l'impiego di connettori adeguati. Non essendo connesso ai travetti ed essendo posto con le fibre in direzione perpendicolare agli

sforzi, l'assito conferisce un contributo trascurabile alla resistenza della sezione e la sua presenza determina la sollecitazione dei connettori a flessione oltre che a taglio, con conseguente diminuzione della rigidezza; quando possibile, tuttavia, la sua conservazione semplifica l'esecuzione dell'intervento.

### 5.2.2 Comportamento della connessione a piolo

Come si è visto, il ruolo della connessione tra soletta e trave in legno nelle strutture miste è cruciale, poiché dalla sua deformabilità dipendono l'effettiva collaborazione del rinforzo e il miglioramento delle caratteristiche della sezione, soprattutto per quanto riguarda la rigidezza. La diffusione delle strutture miste in legno e calcestruzzo ha determinato la presenza sul mercato di molte tipologie di connettori, sia per gli interventi su strutture esistenti che per la realizzazione di strutture nuove, tra cui viti, barre da cemento armato, piastre dentate, ramponi, che possono essere infissi nel legno a secco, avvitati oppure incollati. Essi possono essere prevalentemente soggetti a sforzi di taglio e flessione se disposti perpendicolarmente alla superficie del legno, oppure prevalentemente soggetti ad azione assiale se sono inclinati (Piazza et al., 2005). Confronti tra il comportamento meccanico di diversi tipi di connessione sono esposti in Piazza e Ballerini, 1998 e in Lukaszewska et al., 2008.

Una tecnica consolidata per gli interventi di recupero, che consente di non asportare l'assito esistente, consiste nell'utilizzo di pioli lisci in comune acciaio da carpenteria, infissi a secco nei travetti, in fori di diametro leggermente inferiore, in modo tale che sia necessaria una leggera forzatura (Gelfi e Giuriani, 1995).

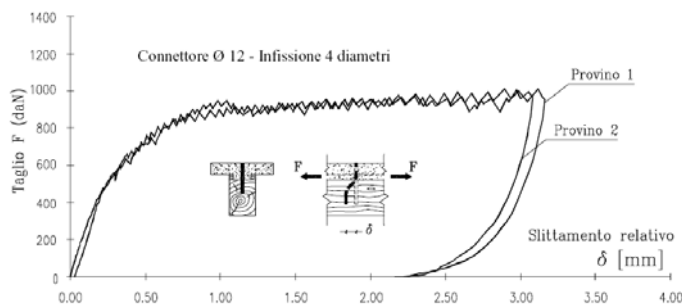


Fig. 5.7 – Diagramma sperimentale taglio-slittamento per connessione a piolo a contatto diretto (Gelfi e Giuriani, 1995)



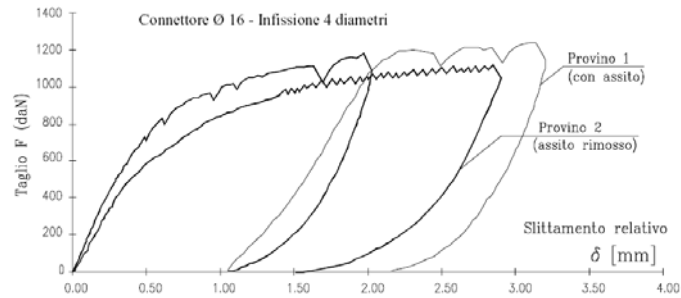


Fig. 5.8 – Diagramma sperimentale taglio-slittamento per connessione a piolo in presenza di assito (Gelfi e Giuriani, 1995)

Lo studio sperimentale del comportamento a taglio di questi connettori (Gelfi e Giuriani, 1995 e Gelfi e Giuriani, 1999), mostra un andamento fortemente non lineare, caratterizzato dal valore della rigidità iniziale  $K_p$  e dalla capacità portante  $V_u$  (Fig. 5.7 e Fig. 5.8). Tali parametri possono essere determinati sperimentalmente, o tramite le formulazioni analitiche proposte in Gelfi et al., 2002 e Gelfi et al., 1998 (Gelfi e Marini, 2008).

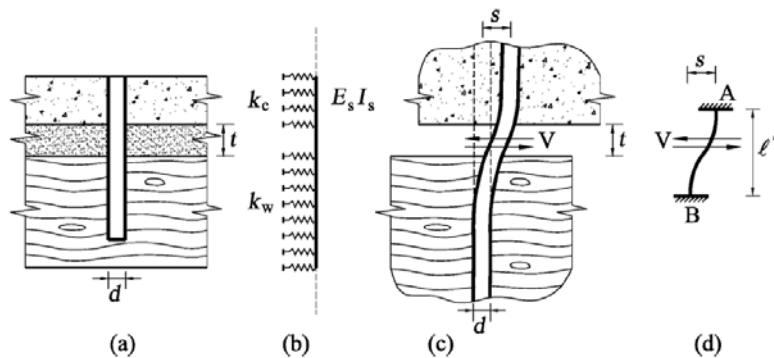


Fig. 5.9 – Modello per il calcolo della connessione (Gelfi et al., 2002, p.2):

- Comportamento del piolo
- Comportamento della trave su suolo elastico
- Deformazione del piolo e spostamento relativo tra legno e soletta
- Modello semplificato di piolo doppiamente incastrato

Per la valutazione della rigidità della connessione, il comportamento dello spinotto in campo elastico può essere ricondotto a quello di una trave su suolo elastico, sia per la parte inserita nel legno sia per quella immersa nel calcestruzzo

(Fig. 5.9b). Il tratto corrispondente allo spessore dell'assito, come detto, può essere considerato libero. La forzatura permette di considerare nullo il gioco tra il piolo e il legno; essendo la profondità della zona perturbata limitata e comunque confrontabile con i valori usuali della lunghezza d'infissione, il piolo può essere considerato di lunghezza illimitata.

Sotto queste ipotesi, la rigidità della connessione può essere determinata imponendo la continuità della deformazione flessionale del piolo (Fig. 5.9c). Applicando il metodo degli spostamenti, la rigidità, calcolata come rapporto tra l'azione tagliante e lo spostamento, risulta (Gelfi et al., 2002):

$$K_P = \frac{12(\alpha_c \alpha_w)^3 E_S I_P}{Z} \quad (5.26)$$

Con:

$$\alpha_c = \sqrt[4]{K_c / (4E_S I_P)} ; \alpha_w = \sqrt[4]{K_w / (4E_S I_P)} \quad (5.27)$$

$$Z = 3 \cdot (\alpha_c^2 + \alpha_w^2) \cdot (\alpha_c + \alpha_w) + 3 \cdot t \alpha_c \alpha_w (\alpha_c + \alpha_w)^2 + 3 \cdot t^2 \alpha_c^2 \alpha_w^2 (\alpha_c + \alpha_w) + t^3 \alpha_c^3 \alpha_w^3 \quad (5.28)$$

Dove:

- $K_c$  = rigidità del calcestruzzo
- $K_w$  = rigidità del legno, dipendente dal contenuto d'acqua
- $E_S$  = modulo elastico del connettore
- $I_P$  =  $\pi\Phi^4/64$  = momento d'inerzia del piolo
- $t$  = distacco tra la soletta e la trave

Per i valori usuali di  $K_w$ ,  $\Phi$  e  $t$  è possibile utilizzare una formula semplificata, ricavata imponendo che la rigidità della connessione sia uguale a quella del piolo doppiamente incastrato di lunghezza ideale  $l^*$  (Fig. 5.9d). Attraverso uno sviluppo in serie, e considerando che sensibili variazioni di  $K_c$  determinano variazioni trascurabili di  $l^*$ , per cui si può porre  $K_c = 10000 \text{ N/mm}^2$ , si ottiene una rigidità della connessione pari a (Gelfi et al., 1998):

$$K_P = \frac{124000\Phi}{\left(4.34 + \frac{t}{\Phi}\right)^3} \left[ \frac{\text{N}}{\text{mm}} \right] \quad (5.29)$$

All'interno degli intervalli d'interesse pratico di rigidità del legno  $K_w$ , tra 1000 e 1400 N/mm<sup>2</sup>, di diametro del connettore  $\Phi$ , tra 12 e 20 mm e di distacco tra la soletta e la trave, fino a 50 mm, l'errore compiuto utilizzando la formula approssimata per la valutazione della rigidità della connessione è inferiore al 14% (Gelfi et al., 1998). Valori correnti per la rigidità delle connessioni a piolo sono compresi tra 8 kN/mm e 17,5 kN/mm (Gelfi e Marini, 2008).

La normativa<sup>4</sup> propone un'espressione approssimata per il calcolo della rigidità della connessione in condizioni di esercizio, che fornisce valori conservativi rispetto a quelli della formulazione rigorosa in caso di soletta a contatto diretto, ma non contempla la presenza dell'assito:

$$K_p = K_{ser} = \frac{2\rho_m^{1,5}\Phi}{23} \left[ \frac{N}{mm} \right] \quad (5.30)$$

Dove  $\rho_m$  è la massa volumica media del legno. Per le verifiche allo stato limite ultimo è proposto un valore della rigidità pari a  $K_u = 2/3K_{ser}$ . In presenza di assito la formula risulta non a favore di sicurezza, come emerge dal confronto esposto in Gelfi e Marini, 2008.

Le caratteristiche di resistenza e di rigidità della connessione dipendono dalla lunghezza d'infissione del piolo nel legno e nel calcestruzzo; poiché lunghezze molto maggiori di quelle determinate attraverso la verifica al collasso non apportano aumenti significativi alla rigidità della connessione, la lunghezza di progetto del piolo può essere determinata attraverso questo approccio (Gelfi et al., 2002). Valori minimi delle lunghezze d'infissione pari a 6 diametri nel legno e 3 diametri nel calcestruzzo garantiscono sia la rottura della connessione per formazione di due cerniere plastiche, meccanismo che consente di raggiungere la massima resistenza del piolo, sia l'ottimizzazione della rigidità della connessione (Gelfi e Marini, 2008).

La resistenza di connessioni per le quali risultino verificati questi limiti può essere calcolata tramite un'espressione, discussa in Gelfi et al., 1998, che rappresenta un'estensione della teoria per le connessioni legno-acciaio sviluppata in Gelfi e Giuriani, 1987 e della teoria adottata dall'Eurocodice 5 per le travi assemblate meccanicamente. Nell'ipotesi di collasso con formazione di due

<sup>4</sup> UNI EN 1995-1-1:2005, Eurocodice 5: Progettazione delle strutture in legno. Parte 1-1: Regole generali – Regole comuni e regole per gli edifici

cerniere plastiche, la resistenza ultima della connessione può essere assunta pari a:

$$V_u = \sqrt{\frac{2\beta}{1+\beta}} \sqrt{2M_y f_{hw} \Phi + \frac{\beta}{1+\beta} \frac{(f_{hw} t \Phi)^2}{2} - \frac{\beta}{1+\beta} f_{hw} t \Phi} \quad (5.31)$$

Con:  $\beta = f_{hc}/f_{hw}$

- Dove:
- $f_{hw}$  = resistenza a rifollamento del legno, dipendente dal contenuto d'acqua
  - $f_{hc}$  = resistenza a rifollamento del calcestruzzo, in assenza di dati sperimentali può essere posta pari a 4-5 volte il valore della resistenza a compressione
  - $M_y$  = momento resistente plastico del piolo, può essere posto pari a  $f_y \Phi^3/6$  o determinato sperimentalmente
  - $f_y$  = tensione di snervamento del piolo

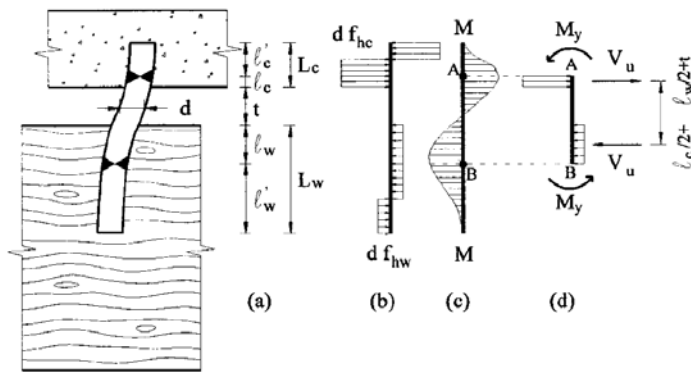


Fig. 5.10 – Modello per il calcolo della capacità portante della connessione (Gelfi et al., 2002, p.5)

In fase di predimensionamento della connessione, la forza di scorrimento agente sul piolo  $V_u$  può essere ottenuta attraverso la teoria di Jourawsky, applicata alla sezione ideale omogeneizzata al legno, moltiplicando la forza di scorrimento unitaria per il passo dei connettori (Gelfi e Marini, 2008):

$$V_u = \frac{V S_c}{I_{id}} s \quad (5.32)$$

Dove:  $V$  = Valore massimo del taglio in esercizio  
 $S_c$  = Momento statico omogeneizzato al legno della soletta rispetto al baricentro della sezione ideale  
 $s$  = passo dei connettori

A sua volta, il passo dei connettori si determina uguagliando la forza di scorrimento alla forza resistente  $V_p$ , ottenuta, come detto, moltiplicando la rigidezza del connettore  $K_c$  per il massimo scorrimento  $\delta$  accettabile, generalmente compreso tra 0,2 e 0,3 mm, al fine di limitare la freccia della trave in esercizio entro valori ammissibili.

Essendo:

$$V_p = K_p \cdot \delta \quad (5.33)$$

il passo dei connettori risulta:

$$i \leq \frac{V_p I_{id}}{V S_c} \quad (5.34)$$

Non tutti i connettori sono sollecitati allo stesso modo: quelli in prossimità degli appoggi, dove l'azione di taglio è maggiore, sono i più sollecitati, dunque il passo deve essere più fitto alle estremità della trave, mentre nel terzo centrale il passo può essere raddoppiato. Per evitare l'insorgenza di fenditure nel legno, la distanza tra i connettori, posti in alternanza rispetto all'asse della trave, non deve essere inferiore a 3-4 diametri.

I parametri di rigidezza e resistenza al rifollamento di legno e calcestruzzo possono essere ottenuti attraverso indagini sperimentali o attraverso le formulazioni teoriche disponibili in letteratura. Per determinare la rigidezza del calcestruzzo, può essere utilizzata la relazione proposta in Gelfi e Giuriani, 1987:

$$K_c = E_c / \beta \quad (5.35)$$

Dove  $\beta = 2,5 \div 3,3$  è una funzione del rapporto tra il diametro e il passo dei pioli, mentre la resistenza a rifollamento del calcestruzzo  $f_{hc}$  può essere posta pari a circa 4-5 volte il valore della resistenza a compressione.

Il comportamento a rifollamento del legno è discusso dettagliatamente nel paragrafo seguente.

### 5.2.3 Resistenza a rifollamento del legno

La resistenza a rifollamento è correlata, come le altre caratteristiche meccaniche del legno, a numerosi parametri, quali la massa volumica, il contenuto d'acqua e il diametro del connettore; l'influenza di questi parametri è stata indagata da diversi autori.

Nel 1988, Smith e altri hanno confermato che la resistenza a rifollamento delle connessioni chiodate dipende sia dal diametro del connettore sia dalla massa volumica, con una lieve differenza tra la direzione parallela alle fibre e quella ortogonale. L'esiguità di tale differenza ha portato gli autori a non distinguere l'orientamento delle fibre nell'analisi dei dati, da cui hanno ricavato le seguenti relazioni (Rammer, 2001):

$$S = 0,048\rho \left(\frac{d}{6}\right)^{-0,036} \left[\frac{N}{\text{mm}^2}\right] \quad \text{per le conifere} \quad (5.36)$$

$$S = 0,071\rho \left(\frac{d}{6}\right)^{-0,28} \left[\frac{N}{\text{mm}^2}\right] \quad \text{per le latifoglie tropicali} \quad (5.37)$$

Dove S è la resistenza massima al rifollamento,  $\rho$  è la massa volumica del legno in  $\text{kg/m}^3$  in condizioni di contenuto d'acqua pari al 13% e d è il diametro del chiodo in mm.

Nel 1991, Wilkinson ha indagato il legame tra resistenza a rifollamento, massa volumica e diametro del connettore sia per unioni chiodate sia per unioni bullonate. I risultati hanno portato l'autore a ritenere che, per diametri inferiori a 6 mm, la resistenza a rifollamento non dipenda né dal diametro né dalla direzione delle fibre, ma solo dalla massa volumica, e che, per diametri superiori, la resistenza a rifollamento dipenda solo dalla massa volumica in direzione parallela alle fibre, mentre in direzione ortogonale dipenda anche dal diametro (*Fig. 5.11*, *Fig. 5.12* e *Fig. 5.13*). Egli propone dunque le seguenti relazioni:

$$F_e = 126,8 \cdot G_{12}^{1,84} \quad \text{per } d < 6 \text{ mm (chiodi)} \quad (5.38)$$

$$\begin{aligned} F_{e//} &= 815 \cdot G_{12} \\ F_{e\perp} &= 229,9 \cdot G_{12}^{1,45} \cdot d^{-0,5} \end{aligned} \quad \text{per } d > 6 \text{ mm (bulloni)} \quad (5.39)$$

Dove  $F_e$  è la resistenza a rifollamento del legno in  $N/mm^2$  e  $G_{12}$  è la densità relativa del legno al 12% di contenuto d'acqua.

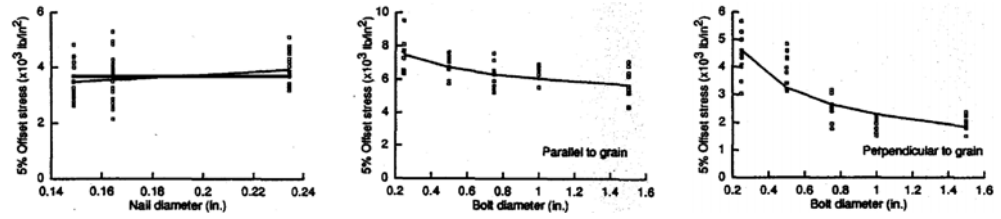


Fig. 5.11 – Relazione tra il carico di snervamento e il diametro dei connettori. Il carico di snervamento è quello convenzionale, corrispondente a uno spostamento pari al 5% del diametro; 1 in = 25,4 mm, 1lb/in<sup>2</sup> = 6,89 kPa (Wilkinson, 1991, p. 9)

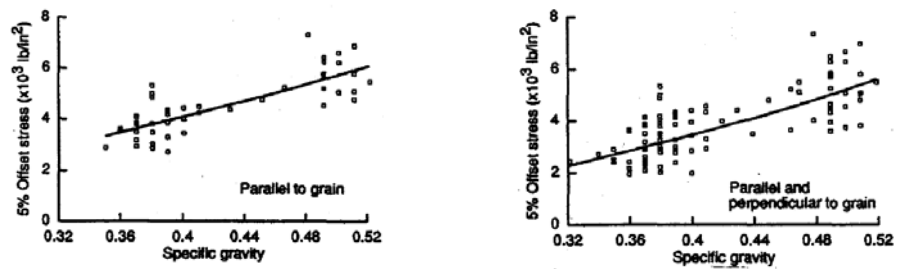


Fig. 5.12 – Relazione tra il carico di snervamento e la densità relativa per chiodi di diametro pari a 4,1 mm; 1 in = 25,4 mm, 1 lb/in<sup>2</sup> = 6,89 kPa (Wilkinson, 1991, p. 9)

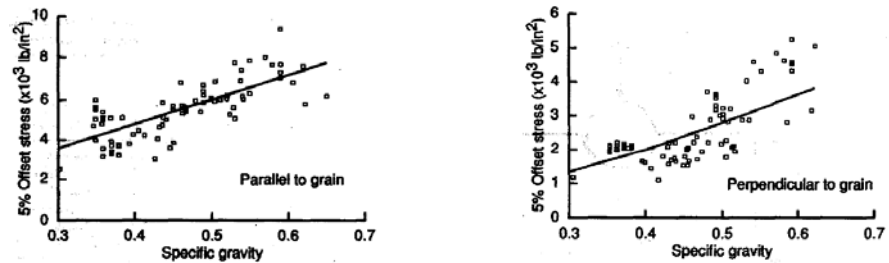


Fig. 5.13 – Relazione tra il carico di snervamento e la densità relativa per bulloni di diametro pari a 19 mm; 1 in = 25,4 mm, 1 lb/in<sup>2</sup> = 6,89 kPa (Wilkinson, 1991, p. 9)

È opportuno precisare, tuttavia, che revisioni successive dei risultati di Wilkinson hanno evidenziato errori di valutazione della densità relativa di alcune

specie legnose (Rammer, 2001). Nel 1999, Rammer ha dimostrato che, per specie legnose con alta densità relativa, la formula di Wilkinson per le unioni chiodate sovrastima la resistenza a rifollamento, che risulta influenzata dal diametro dei chiodi. Inoltre, per specie legnose con densità relativa inferiore a 0,7, la resistenza a rifollamento in direzione longitudinale alle fibre è significativamente maggiore di quella in direzione ortogonale. Sulla base di prove condotte su diverse specie legnose, con chiodi di diametro pari a 4 mm, Rammer propone quindi una nuova formula per la valutazione della resistenza a rifollamento delle unioni chiodate:

$$F_e = 91,15 \cdot G_{12}^{1,39} \quad (5.40)$$

Dove  $F_e$  è la resistenza a rifollamento del legno in  $\text{N/mm}^2$  e  $G_{12}$  è la densità relativa del legno per un contenuto d'acqua pari al 12%. La differenza tra la formula proposta da Wilkinson e quella proposta da Rammer è superiore al 10% per specie legnose con densità relativa superiore a 0,6 o inferiore a 0,4 (Rammer, 1999).

La normativa corrente<sup>5</sup> propone un valore conservativo per la resistenza a rifollamento delle unioni bullonate:

$$f_{h,0,k} = 0,082(1-0,01d)\rho_k \quad (5.41)$$

Dove  $f_{h,k}$  è la resistenza a rifollamento caratteristica in direzione parallela alle fibre espressa in  $\text{N/mm}^2$ ,  $d$  è il diametro del connettore espresso in mm e  $\rho_k$  è la massa volumica caratteristica del legno espressa in  $\text{kg/m}^3$ . Un'ulteriore formula è proposta per la valutazione della resistenza a rifollamento in direzioni non parallele alle fibre, per diametri dei connettori compresi tra 6 e 30 mm, mentre per diametri inferiori è considerata uguale in tutte le direzioni.

In alternativa, la resistenza a rifollamento del legno può essere determinata sperimentalmente. Per elementi di collegamento cilindrici la normativa<sup>6</sup> ipotizza una distribuzione di pressioni uniformi nel legno, pari a:

<sup>5</sup> UNI EN 1995-1-1:2005, Eurocodice 5: Progettazione delle strutture in legno. Parte 1-1: Regole generali – Regole comuni e regole per gli edifici  
CNR-DT 206-2007, Istruzioni per la Progettazione, l'Esecuzione ed il Controllo delle Strutture di Legno

<sup>6</sup> UNI EN 383:2007, Strutture di legno - Metodi di prova - Determinazione della resistenza al rifollamento e dei moduli locali di rigidezza per elementi di collegamento di forma cilindrica



$$\sigma_{\text{rif}} = \frac{T_{\text{max}}}{t \cdot d} \left[ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right] \quad (5.42)$$

Dove  $T_{\text{max}}$  è il carico ultimo applicato,  $t$  lo spessore del provino e  $d$  il diametro del connettore. La rigidità del legno può essere dunque calcolata come:

$$K_w = \frac{F}{t \cdot s} \left[ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right] \quad (5.43)$$

Dove  $F$  è il carico applicato e  $s$  lo scorrimento.

I risultati di prove di questo tipo sono presentati in Gelfi et al., 1995. Per il legno di abete con contenuto d'acqua pari al 12%, i valori tipici risultano compresi negli intervalli  $800 < K_w < 1400$  MPa e  $22 < f_{hw} < 36$  MPa.

La resistenza a rifollamento, come le altre caratteristiche meccaniche del legno, dipende dalla durata della sollecitazione e dalle condizioni di temperatura e contenuto d'acqua. Poiché le variazioni di temperatura nelle condizioni usuali di servizio delle strutture non sono tali da determinare effetti significativi sul comportamento del legno (cfr. cap. 3), quest'aspetto può essere considerato trascurabile ai fini della valutazione del comportamento in esercizio delle connessioni, al contrario dell'effetto del contenuto d'acqua.

Nel 1949, Fahlbush ha condotto alcune prove di rifollamento in direzione longitudinale alle fibre su campioni di pino, frassino e tiglio, con bulloni a fusto liscio e contenuto d'acqua variabile tra il 5% e il 30%. Sulla base dei risultati ottenuti, egli ha proposto una formula per determinare la resistenza a rifollamento del legno in funzione della resistenza a rifollamento in condizioni di contenuto d'acqua pari al 12% (Rammer, 2001):

$$f_{\text{eu}} = 26 \frac{f_{e12}}{u + 14} \left[ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right] \quad (5.44)$$

Dove  $u$  è il contenuto d'acqua espresso in percentuale,  $f_{e12}$  è la resistenza a rifollamento del legno con contenuto d'acqua pari al 12% e  $f_{\text{eu}}$  è la resistenza a rifollamento del legno con contenuto d'acqua pari a  $u$ .

Nel 1991, Koponen ha presentato un modello per la valutazione della resistenza a rifollamento del legno in direzione parallela alle fibre basato sui risultati di prove condotte su campioni di abete rosso finlandese, con bulloni lisci di

diametro variabile. Tale modello è costituito da due funzioni lineari, per contenuti d'acqua inferiori e superiori al 22,5% (Rammer, 2001):

$$f_e = 46,7 - 1,35u \quad \text{per } u < 22,5 \% \quad (5.45)$$

$$f_e = 16,5 \quad \text{per } u > 22,5 \% \quad (5.46)$$

Dove  $u$  è il contenuto d'acqua espresso in percentuale e  $f_e$  è la resistenza a rifollamento del legno espressa in  $\text{N/mm}^2$ . L'intersezione tra le due funzioni lineari rappresenta il contenuto d'acqua  $M_p$  oltre il quale le proprietà meccaniche non variano più, individuato dall'autore al 22,5% per l'abete rosso finlandese. Koponen ha elaborato un modello analogo anche per la valutazione della rigidità a rifollamento in funzione del contenuto d'acqua (Rammer, 2001):

$$k_1 = 92 - 3,9u \quad \text{per } u < 19,7 \% \quad (5.47)$$

$$k_1 = 14,6 \quad \text{per } u > 19,7 \% \quad (5.48)$$

Dove  $k_1$  è la rigidità del legno a rifollamento espressa in  $\text{N/mm}^2$ .

In Rammer e Winistorfer, 2001, sono esposti i risultati di prove condotte su di un vasto numero di campioni ricavati da diverse specie legnose, con diversi livelli di contenuto d'acqua e diverso diametro dei connettori, sulla base delle quali gli autori hanno proposto una nuova relazione tra resistenza a rifollamento e contenuto d'acqua:

$$f_e = 49,95 - 1,186u \quad \text{per } u < M_p \quad (5.49)$$

$$f_e = \text{cost} \quad \text{per } u > M_p \quad (5.50)$$

Dove  $M_p$  è posto pari al 25,3%. Sulla base di questa relazione bilineare, sono state dedotte le seguenti relazioni tra la resistenza a rifollamento al 20% di contenuto d'acqua e quella corrispondente al 4%, 6%, 12% e 15% di contenuto d'acqua:

$$F_{e15\%} = 1,23 \cdot F_{e20\%} \quad (5.51)$$

$$F_{e12\%} = 1,36 \cdot F_{e20\%} \quad (5.52)$$

$$F_{e6\%} = 1,63 \cdot F_{e20\%} \quad (5.53)$$

$$F_{e4\%} = 1,72 \cdot F_{e20\%} \quad (5.54)$$

Dalle prove effettuate è risultato che, come le altre caratteristiche meccaniche del legno, anche la resistenza a rifollamento diminuisce con l'aumento del contenuto d'acqua, con un calo del 42% tra il 4% e il 20% di contenuto d'acqua (Fig. 5.14); questa variazione è indipendente sia dalla specie legnosa sia dal diametro del connettore.

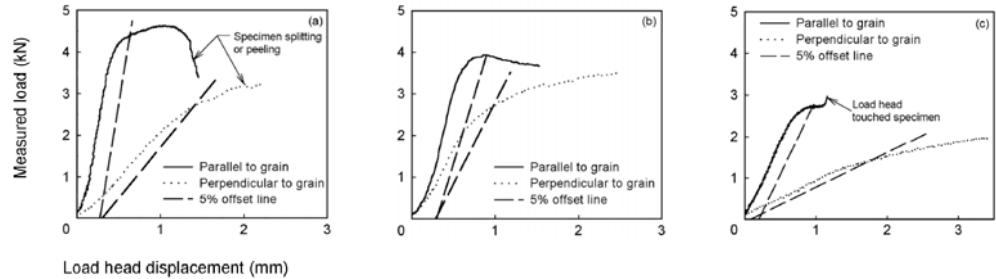


Fig. 5.14 – Comportamento a rifollamento di provini di abete con contenuto d'acqua pari al 6% (a) e al 12% (b) e in condizioni di saturazione delle fibre (c) (Rammer, 2001, p. 13)

In Giuriani et al., 2002, è proposta una relazione simile a quella di Rammer e Winistorfer, ricavata dai risultati di prove di rifollamento su campioni di legno di abete con contenuti d'acqua compresi tra il 7% e il 20% (Fig. 5.15):

$$f_{hw} = 50 - 1,2MC \quad \text{per } MC < M_p \quad (5.55)$$

$$f_{hw} = \text{cost} \quad \text{per } MC > M_p \quad (5.56)$$

Dove  $f_{hw}$  è la resistenza a rifollamento espressa in  $N/mm^2$ ,  $MC$  è il contenuto d'acqua in percentuale e  $M_p$  è posto pari al 20%. Nelle prove è stato riscontrato un calo di circa il 35% della resistenza a rifollamento per variazioni del contenuto d'acqua dal 7% al 20%.

Una relazione analoga è proposta anche per la rigidezza:

$$k_w = 5950MC^{-0,85} \quad (5.57)$$

Dove  $k_w$  è la rigidezza del legno a rifollamento espressa in  $N/mm^2$  e  $MC$  il contenuto d'acqua espresso in percentuale.

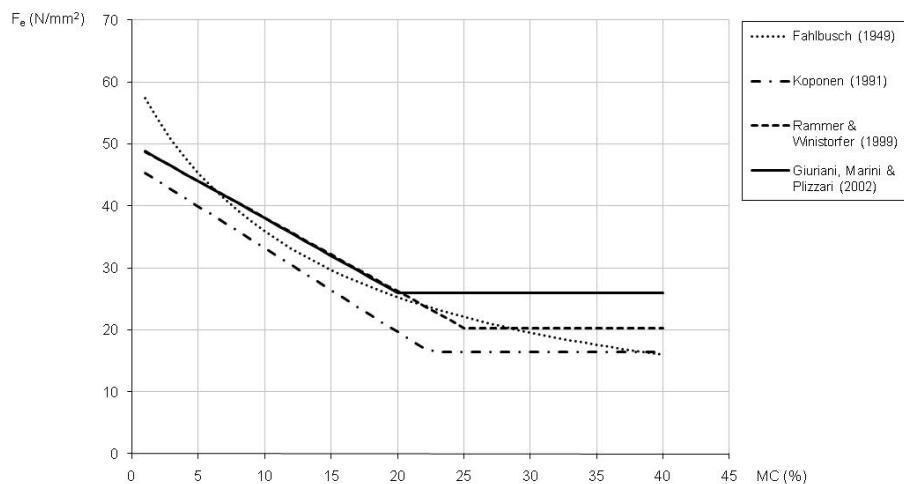


Fig. 5.15 – Confronto delle relazioni tra la resistenza al rifollamento del legno e il contenuto d’acqua proposte in letteratura (Cadei, 2004, p. 16)

### 5.3. COMPORTAMENTO REOLOGICO DELLA TRAVE MISTA

#### 5.3.1 Comportamento reologico delle connessioni meccaniche tra elementi lignei

Il comportamento delle strutture miste soggette a carichi di lunga durata è strettamente legato al comportamento reologico della connessione tra legno e soletta, poiché, come si è visto, dall’efficacia della connessione dipende l’effettivo contributo del rinforzo alla rigidità e alla resistenza della sezione. Nel seguito sono brevemente discussi gli effetti della durata del carico e delle variazioni di contenuto d’acqua sulla resistenza a rifollamento del legno e sullo scorrimento delle unioni meccaniche tra elementi lignei, mentre non è affrontato l’effetto della durata del carico sulla resistenza a rifollamento del calcestruzzo, meno rilevante ai fini del comportamento della connessione mista.

Lo studio del comportamento delle connessioni meccaniche tra elementi lignei soggette a carichi di lunga durata è molto complesso, poiché richiede la conoscenza approfondita sia del comportamento reologico del materiale sia dei fenomeni di plasticizzazione, densificazione e fessurazione del legno in

corrispondenza del connettore, che determinano un comportamento non lineare della connessione già per bassi livelli di carico (Morlier, 1994).

Gli studi di Leijten e Van de Kuilen e Blass, condotti su diverse tipologie di connettori, “*split-rings*”, piastre chiodate e chiodi, hanno mostrato l’esistenza di un effetto della durata del carico sulla resistenza, anche per carichi inferiori al 50% del carico ultimo. Sebbene nel corso di questi esperimenti alcune connessioni siano giunte al collasso, le rimanenti non hanno mostrato perdita di resistenza quando portate a rottura (Marlor e Buillet, 2005); nelle indagini sperimentali descritte in letteratura, raramente connessioni soggette a carichi inferiori al 25% della resistenza ultima hanno raggiunto il collasso per durate di carico comprese tra 1 e 15 anni (Morlier, 1994).

Anche l’effetto della durata del carico e delle variazioni igrotermiche sulla deformazione delle unioni meccaniche è molto rilevante, poiché la modalità di trasmissione dei carichi determina una concentrazione di sforzi in corrispondenza dei connettori e la presenza dei connettori agevola lo scambio igrotermico tra l’interno degli elementi lignei e l’ambiente. Secondo quanto osservato in Mack, 1963, le deformazioni viscosse nelle unioni chiodate avvengono principalmente nel corso del primo anno di prova e hanno un andamento marcatamente non lineare, proporzionale alla radice quadrata del carico; per unioni composte da legno verde, Mack ha riscontrato valori fino a 10 del coefficiente di viscosità, definito come rapporto tra la deformazione differita e la deformazione istantanea (Morlier, 1994).

I risultati delle prove su unioni chiodate presentate da Broek nel 1965 mostrano, per una durata di carico di 6 anni, valori del coefficiente di viscosità compresi tra 6 e 11, mentre i valori riscontrati da Kuipers, sulla base di prove condotte per 10 anni al 60% del carico ultimo, sono inferiori, ma tale risultato è attribuibile a un maggiore scorrimento istantaneo, dipendente dal serraggio dei giunti (Morlier, 1994).

Le notevoli differenze tra i coefficienti di viscosità proposti dai diversi autori dipendono da molti fattori, tra cui la grande variabilità del comportamento delle unioni, come emerge dalla dispersione dei risultati ottenuti da Whales, nel 1988, su giunti semplici soggetti a carichi di lunga durata pari al 25% della resistenza ultima. Altri elementi che determinano tali differenze sono le diverse definizioni della deformazione istantanea adottate dai ricercatori, la difficoltà di distinguere nettamente la deformazione del giunto da quella dell’elemento, la mancanza di uniformità nelle procedure di prova, la possibile presenza di effetti del secondo ordine, le diverse specie legnose utilizzate, la non linearità del comportamento dei

giunti e, non ultimo, il fatto che alcune prove siano state condotte in ambiente non controllato.

Sulla base dei risultati sperimentali, sono stati proposti in letteratura alcuni modelli per la valutazione del coefficiente di viscosità delle connessioni meccaniche, tra cui quelli descritti in Noren, 1968, Jenkins et al., 1979, Whale, 1988, Jang e Polensek, 1989; la normativa vigente<sup>7</sup> propone un coefficiente di viscosità, per le connessioni, pari al doppio di quello adottato per gli elementi in legno in analoghe condizioni di servizio.

I giunti tra elementi in legno soggetti a cicli di variazione del contenuto d'acqua mostrano un'evidente deformazione meccanico-assorbitiva (Fig. 5.16), legata, secondo quanto osservato in Leicester et al., 1979, alla specie legnosa (Morlier, 1994).

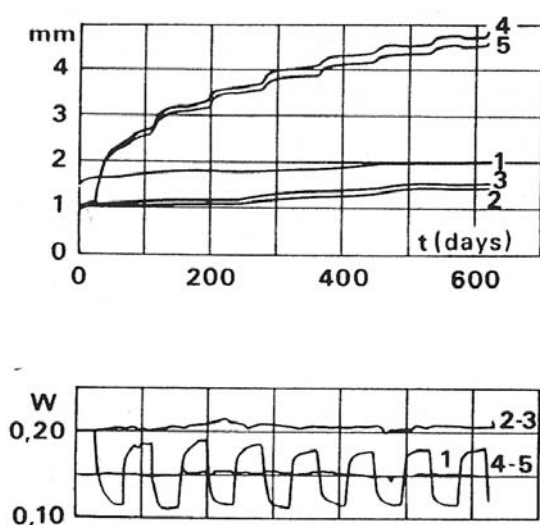


Fig. 5.16 – Curva Spostamento-Tempo per giunti con viti tra pannelli di compensato soggetti a carico costante e condizioni di umidità costanti o variabili (Feldborg e Johansen, 1968, in Morlier, 1994, p. 102)

Particolarmente interessanti, a questo proposito, sono le analisi svolte da Van de Kuilen sui risultati delle prove di viscosità iniziate da Kuipers e Kurstjens, nel 1983, su diversi tipi di connessioni meccaniche, chiodate, con piastre dentate e con “split-rings”, in condizioni ambientali variabili non controllate e livelli di carico

<sup>7</sup> Eurocodice 5, CNR-DT 206-2007

compresi tra il 30% e il 50% del carico ultimo della connessione. I risultati hanno mostrato una grande dispersione nei fattori di viscosità e un maggiore effetto delle variazioni del contenuto d'acqua per i livelli di carico inferiori.

Trascorsi 13 anni, il coefficiente di viscosità delle connessioni chiodate è risultato compreso tra 2,6 e 3,8 per il livello di carico pari al 30% della resistenza media ai carichi di breve durata, tra il 3,3 e il 4,4 per il livello di carico del 40% e tra il 3,4 e il 4,6 per il livello di carico del 50% (Fig. 5.17).

Questi risultati, a parere dell'autore, non forniscono prove definitive di una non linearità della viscosità dovuta al carico, poiché piccole non linearità potrebbero essere dovute alle diverse condizioni di contenuto d'acqua all'inizio delle prove, a differenza di quanto riscontrato in test condotti per livelli di carico superiori al 60% della resistenza, in cui la non linearità diventa significativa.

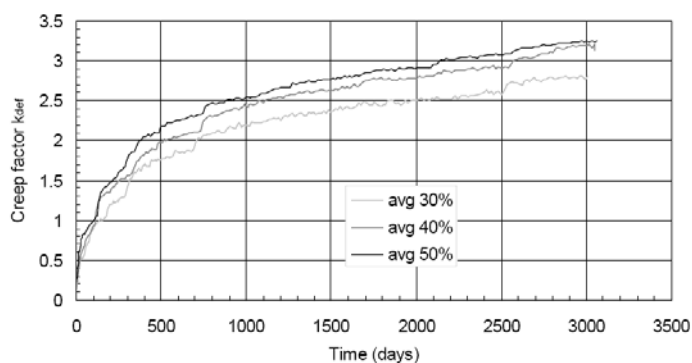


Fig. 5.17 – Coefficienti di viscosità medi per giunti chiodati soggetti a diversi livelli di carico e condizioni di umidità variabili dopo 8 anni di prova (Van de Kuilen, 2008, p. 135)

I test sulle connessioni con piastre dentate e con “split-rings” mostrano una maggiore sensibilità alle variazioni di contenuto d'acqua rispetto alle unioni chiodate e un fattore di viscosità maggiore per i carichi più bassi, che potrebbe dipendere dalle deformazioni plastiche determinate in fase di carico dagli sforzi maggiori nelle unioni chiodate, che riducono la capacità di deformazione disponibile per ogni possibile deformazione meccanico-assorbitiva.

Elaborando questi risultati, Van de Kuilen ha proposto un modello reologico che, in analogia con quanto discusso nel capitolo 4 per gli elementi in legno, considera il coefficiente di viscosità delle connessioni come somma degli effetti

della viscosità meccanica, del fenomeno di ritiro e rigonfiamento annuale e del fenomeno meccanico-assorbitivo:

$$k_{def,tot} = k_{def,creep} + k_{def,sh/sw} + k_{def,ms} \quad (5.58)$$

Dove:

- $K_{def,tot}$  = fattore di viscosità totale
- $K_{def,creep}$  = fattore di viscosità meccanicamente indotta
- $K_{def,sh/sw}$  = fattore di viscosità dovuto a ritiro e rigonfiamento
- $K_{def,ms}$  = fattore di viscosità dovuto all'effetto meccanico-assorbitivo

Il coefficiente di viscosità meccanica al tempo t è descritto dalla funzione:

$$k_{def,creep} = C_1 \ln(1 + C_2 t) \quad (5.59)$$

Dove:

- t = durata del carico
- $C_1$  = parametro sperimentale
- $C_2$  = parametro sperimentale [1/tempo]

Poiché le funzioni assunte per descrivere l'effetto di ritiro e rigonfiamento e la deformazione meccanico-assorbitiva sono simili, questi due effetti sono trattati come uno solo. Come si è osservato nei test sul legno, il primo cambiamento di contenuto d'acqua determina generalmente un incremento del fattore di viscosità indipendentemente dal segno; successivamente, per tutti i tipi di giunti l'aumento di contenuto d'acqua determina una diminuzione di deformazione e viceversa. Una velocità del cambiamento di contenuto d'acqua maggiore rispetto a quelle raggiunte precedentemente sembra portare a un aumento dell'effetto meccanico-assorbitivo; alla luce di queste osservazioni è stata definita la seguente funzione per la valutazione del coefficiente di viscosità meccanico-assorbitivo nei giunti:

$$k_{def,MC} = \alpha \frac{\Delta\omega}{\Delta t} + \beta \frac{\Delta\Omega}{\Delta t} \quad (5.60)$$

Dove:

- $\Delta\omega/\Delta t$  = tasso di variazione del contenuto d'acqua [1/tempo]
- $\Delta\Omega/\Delta t$  = tasso di variazione del contenuto d'acqua per un livello mai raggiunto precedentemente [1/tempo]
- $\alpha$  = parametro sperimentale [tempo]
- $\beta$  = parametro sperimentale [tempo]



Il primo termine è una combinazione del ritiro e del rigonfiamento e del recupero meccanico-assorbitivo che, a seconda del tipo di connettore, determina un aumento o una diminuzione del coefficiente di viscosità all'aumento del contenuto d'acqua. Un valore positivo di  $\alpha$  indica che il rigonfiamento durante una variazione positiva del contenuto d'acqua è maggiore del recupero meccanico-assorbitivo, un valore negativo indica che l'effetto del recupero supera quello del rigonfiamento.

Ipotizzando una relazione lineare tra la rigidità delle unioni e il contenuto d'acqua, il cambiamento nella deformazione determinato dalla variazione della rigidità può essere considerato incluso nel termine  $\alpha\Delta\omega/\Delta t$ .

Sulla base dei risultati sperimentali e del modello elaborato, Van de Kuilen propone per le unioni chiodate un fattore di viscosità pari a 4,3 per durate di carico superiori ai 50 anni, pari a 3,2 per durate di carico di 10 anni e pari a 1,1 per durate di carico di 6 mesi (Van de Kuilen, 2008).

### **5.3.2 Comportamento reologico delle connessioni miste legno-calcestruzzo di cemento**

Il comportamento reologico delle connessioni miste legno-calcestruzzo è stato oggetto di un numero limitato d'indagini sperimentali; in Fragiaco et al., 2004, sono presentati i risultati di prove di taglio di lunga durata condotte su connettori costituiti da un piolo saldato a una piastra in acciaio fissata al legno tramite due viti. Per la realizzazione delle solette collaboranti, poste a diretto contatto dei travetti in legno, sono stati impiegati due tipi di calcestruzzo, normale e alleggerito.

I campioni sono stati mantenuti inizialmente in condizioni ambientali costanti e successivamente sottoposti a variazioni dal 50% al 90% dell'umidità ambientale relativa; sono stati quindi scaricati in condizioni ambientali costanti, per valutare il recupero viscoso e infine portati a rottura per verificare l'eventuale influenza della storia di carico sulle caratteristiche meccaniche.

I risultati mostrano che il tipo di calcestruzzo non influenza sensibilmente il comportamento della connessione, mentre la storia di carico sembra influenzarne la rigidità ma non la resistenza ultima (*Fig. 5.18 e Fig. 5.19*).

Il fenomeno meccanico-assorbitivo è risultato maggiore per i cicli più ampi e più lunghi di variazione dell'umidità: mentre le variazioni giornaliere non hanno

causato effetti significativi, quelle di durata uguale o superiore a 7 giorni hanno determinato un incremento degli scorrimenti (Fig. 5.20 e Fig. 5.21).

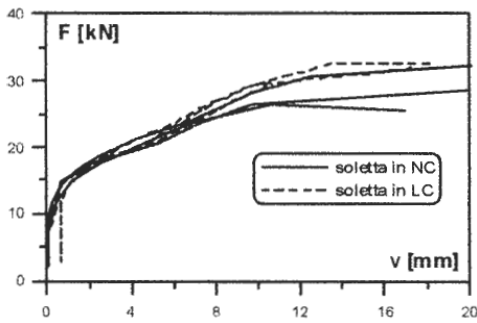


Fig. 5.18 – Comportamento a taglio di connessioni legno-calcestruzzo con sistema a piolo e viti non soggette ad alcuna storia di carico precedente (Fragiacomo et al., 2004)

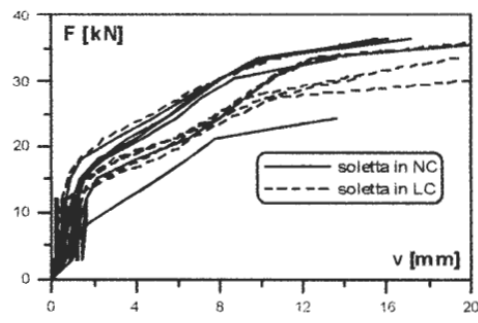


Fig. 5.19 – Comportamento a taglio di connessioni legno-calcestruzzo con sistema a piolo e viti in precedenza sottoposte a carichi di lunga durata (Fragiacomo et al., 2004)

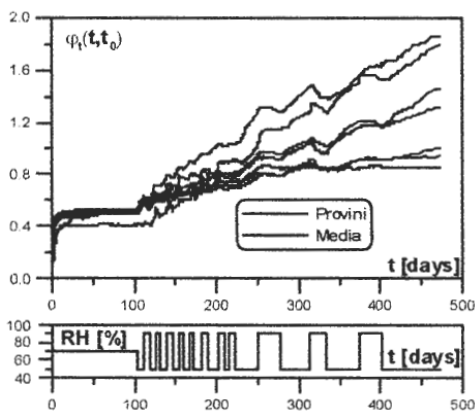


Fig. 5.20 – Andamento nel tempo del coefficiente di viscosità per connessioni legno-calcestruzzo con sistema a piolo e viti in condizioni ambientali variabili (Fragiacomo et al., 2004)

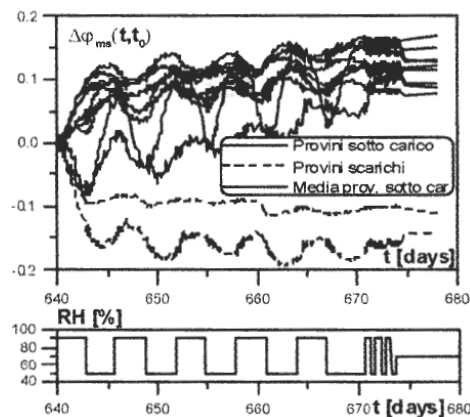


Fig. 5.21 – Andamento nel tempo della variazione del coefficiente di viscosità per connessioni legno-calcestruzzo con sistema a piolo e viti in condizioni ambientali variabili (Fragiacomo et al., 2004)

Sulla base dei risultati ottenuti, gli autori hanno stimato un valore limite dell'incremento di viscosità associato ai cicli di umidità pari a  $\phi_{ms} = 1,5$ , per cui hanno proposto un fattore di viscosità pari a  $\phi=0,5$  per le connessioni in condizioni

di servizio corrispondenti alla classe 1 dell'Eurocodice 5 e un coefficiente di viscosità  $\varphi = 2$  per strutture poste in ambienti esterni non protetti, corrispondenti alla classe di esposizione 3 dell'Eurocodice 5.

In Ometto, 2008 sono descritte prove di carico della durata di sei mesi, condotte su connessioni legno-calcestruzzo con connettori a piolo del tipo descritto nel paragrafo 5.2.2, in condizioni di umidità ambientale variabile e in condizioni di umidità ambientale costante pari al 90%. I campioni soggetti a condizioni ambientali variabili hanno mostrato una deformazione viscosa molto simile, a dispetto di una deformazione elastica significativamente differente, per un coefficiente di viscosità medio pari a circa 1,8 (Fig. 5.22) e una resistenza a rottura ridotta di circa il 15% rispetto a quella di campioni di riferimento non soggetti a storie di carico di lunga durata. I campioni mantenuti in condizioni di umidità ambientale relativa costante al 90% hanno mostrato una perdita di rigidità, rispetto ai campioni di riferimento, pari al 32%.

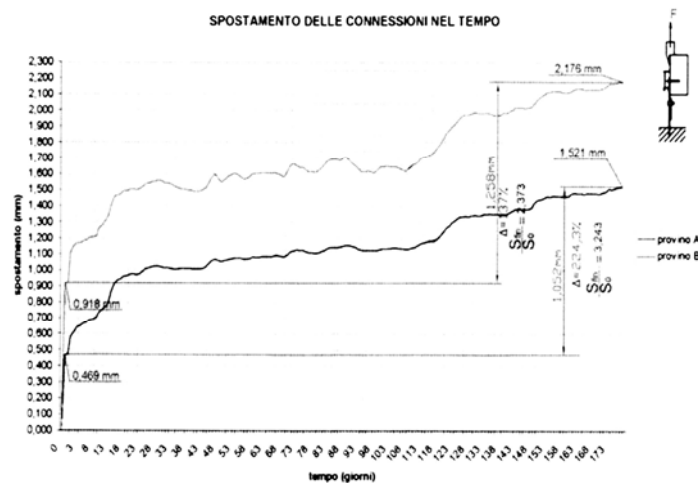


Fig. 5.22 – Curva Scorrimento-Tempo per connessioni a piolo legno-calcestruzzo in condizioni ambientali non controllate (Ometto, 2008)

### 5.3.3 Comportamento reologico della trave mista legno-calcestruzzo

Nei paragrafi precedenti si è visto come tutti gli elementi che compongono la struttura mista, legno, calcestruzzo e connessione, mostrino un comportamento

dipendente dalla durata dei carichi nel tempo. Il calcestruzzo è caratterizzato da deformazioni viscosi, termiche e da ritiro, mentre il legno e la connessione mostrano un'ulteriore componente della deformazione, legata al fenomeno meccanico-assorbitivo (Fragiacomo e Ceccotti, 2006a).

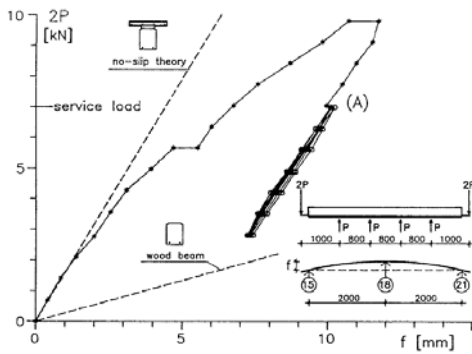


Fig. 5.23 – Curva Carico - Freccia di una trave mista con connessione a piastre dentate soggetta a carico ciclico (Ronca et al., 1991, p. 268)

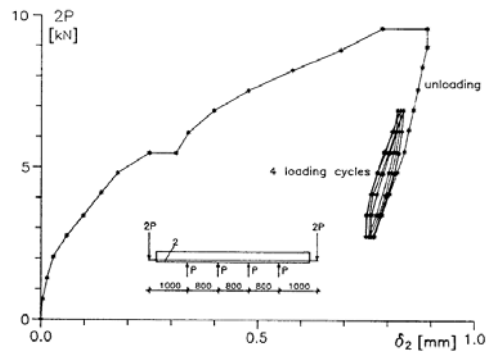


Fig. 5.24 – Curva Carico – Scorrimento massimo tra la soletta e la trave in legno (Ronca et al., 1991, p. 269)

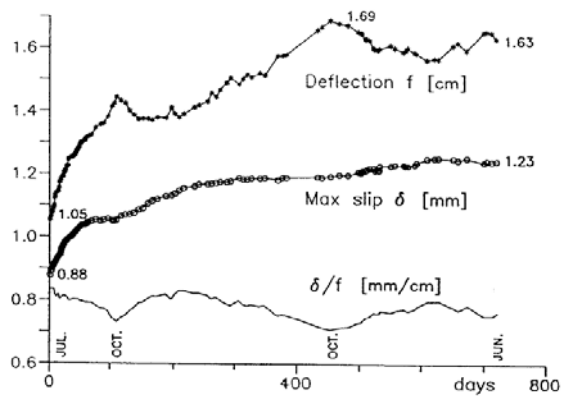


Fig. 5.25 – Curva Freccia - Tempo e Scorrimento massimo - Tempo di una trave mista con connessione a piastre dentate soggetta a carico di lunga durata (Ronca et al., 1991, p. 271)

In Ronca et al., 1991, è descritto il comportamento di una trave mista con connessione a piastre dentate di luce pari a 4 m, soggetta a carichi ciclici e di lunga durata. La trave, rinforzata con due barre iniettate al lembo inferiore, è stata in

primo luogo sottoposta a una sollecitazione corrispondente a un carico distribuito di circa  $17 \text{ kN/m}^2$ , seguita da 4 cicli di carico e scarico tra il valore minimo del carico di esercizio, pari a  $4,7 \text{ kN/m}^2$ , e quello massimo, pari a  $11,7 \text{ kN/m}^2$ . L'ultimo carico di esercizio è stato mantenuto costante, in ambiente interno non controllato, per un periodo di due anni, al termine dei quali la trave è stata scaricata e portata a rottura.

I risultati hanno mostrato come la rigidezza della trave mista sia molto influenzata dallo scorrimento delle connessioni, determinando una deformazione flessionale della trave maggiore di circa il 50% di quella teorica nell'ipotesi di connessione infinitamente rigida (Fig. 5.23 e Fig. 5.24). La deformazione viscosa, dopo due anni, è risultata pari a 1,5 volte la deformazione iniziale; la prova sembra inoltre indicare un rapporto costante nel tempo tra la deformazione della trave e lo scorrimento delle connessioni (Fig. 5.25).

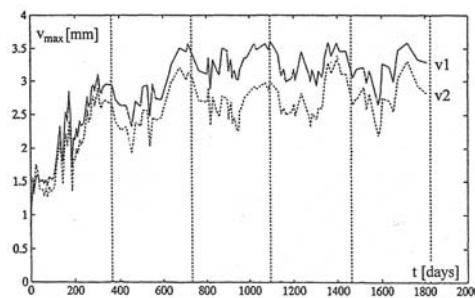


Fig. 5.26 – Andamento nel tempo della freccia di una trave mista con connessione a barre nervate soggetta a carico di esercizio (Fragiacomo 2000, p.257)

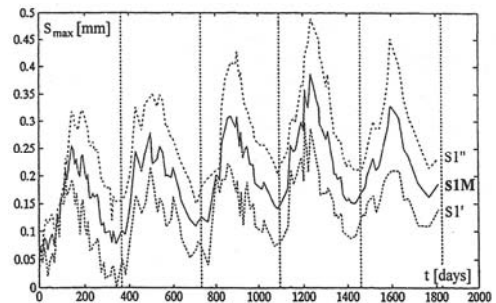


Fig. 5.27 – Andamento nel tempo dello scorrimento all'appoggio di una trave mista con connessione a barre nervate soggetta a carico di esercizio (Fragiacomo 2000, p.259)

Un secondo esempio d'indagine di lunga durata su una trave mista legno-calcestruzzo è quello presentato in Capretti e Ceccotti, 1996 e ulteriormente analizzato in Fragiaco, 2000. La prova ha riguardato una struttura mista soggetta ai carichi di esercizio, costituita da una coppia di travi in legno lamellare di abete rosso, collegate a una soletta in calcestruzzo armato mediante barre nervate, solidarizzate al legno con l'utilizzo di resina epossidica. La prova si è svolta in ambiente esterno ed è durata 5 anni; la deformazione viscosa si è stabilizzata al termine del secondo anno di prova, attorno ad un valore pari a circa il triplo della deformazione istantanea, mostrando successivamente significative oscillazioni legate alla variazione delle condizioni climatiche (Fig. 5.26). Gli scorrimenti agli appoggi non sembrano invece ancora assestati dopo 5 anni, sebbene mostrino un

andamento delle oscillazioni stagionali più regolare rispetto alla freccia in mezzeria (Fig. 5.27, Fragiacomò, 2000).

Modelli numerici per la valutazione del comportamento reologico della trave mista sono stati proposti in Capretti, 1992, Said et al., 2002, Schänzlin 2003, e Fragiacomò 2000 e 2005. Il modello agli elementi finiti proposto da Fragiacomò, validato sulla base dei risultati sperimentali descritti in Capretti e Ceccotti, 1996 e Kenel e Meierhofer, 1998, è costituito da una trave in legno, connessa alla flangia in calcestruzzo mediante un sistema di molle (Fig. 5.28). Le ipotesi cinematiche alla base del modello sono simili a quelle adottate in Newmark et al., 1951: trascurabilità della deformazione a taglio e conservazione delle sezioni piane sia per il legno sia per il calcestruzzo, spostamento verticale uguale per la trave e la soletta, che implica assenza di distacco, e assenza di scorrimento tra il calcestruzzo e l'armatura. La viscosità meccanica e meccanico-assorbitiva, il ritiro del calcestruzzo e le deformazioni anelastiche determinate dalle variazioni climatiche sono computati attraverso modelli lineari. La temperatura è considerata costante lungo la sezione di legno e quella di calcestruzzo, con il legno che mostra un andamento delle variazioni termiche analogo al calcestruzzo, di uguale ampiezza per le variazioni annuali e di ampiezza ridotta per quelle giornaliere. La distribuzione del contenuto d'acqua del legno nella sezione è stata valutata a partire dai dati ambientali risolvendo il problema della diffusione.

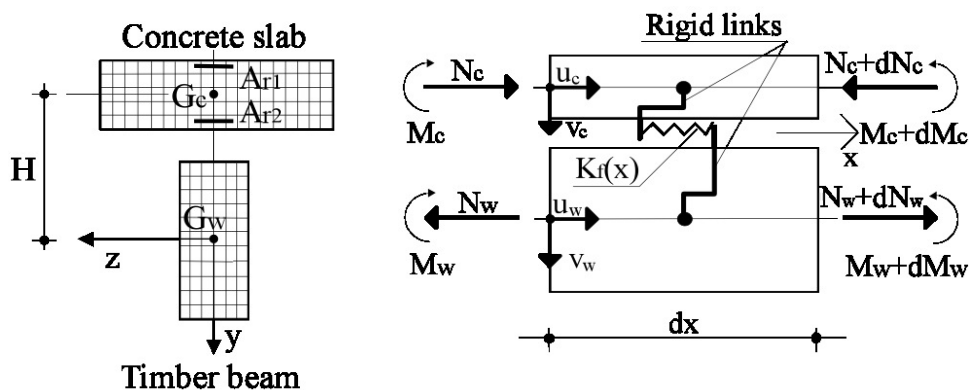


Fig. 5.28 – Modello di calcolo agli elementi finiti della trave mista (Fragiacomò e Ceccotti, 2006a, p. 14)

Nel 1995 Ceccotti ha proposto un modello analitico per il progetto e la verifica delle travi miste in legno e calcestruzzo, basato sul metodo dell'Eurocodice 5 per il

calcolo delle tensioni nelle sezioni miste con connessione deformabile e sul metodo del modulo effettivo per tenere conto del comportamento viscoso per i carichi di lunga durata. Tale approccio non considera i fenomeni meccanico-assorbitivi, poiché il coefficiente di viscosità, pur dipendente dalla classe di servizio della struttura, non è direttamente connesso alle variazioni del contenuto d'acqua e trascura anche altri fenomeni, quali il ritiro del calcestruzzo e l'influenza della temperatura (Fragiacomo e Ceccotti, 2006b).

Per tenere conto del ritiro del calcestruzzo, dell'eventuale puntellamento della struttura in fase di getto e delle deformazioni anelastiche determinate dalla variazione delle condizioni ambientali, il cui ruolo è stato messo in evidenza dai risultati sperimentali e dalle analisi numeriche, Fragiaco ha proposto un'evoluzione del modello analitico semplificato di Ceccotti (Fragiacomo, 2006). Secondo questo approccio, la valutazione delle tensioni e delle deformazioni della trave mista soggetta a carichi di lunga durata e condizioni ambientali variabili, al tempo generico  $t$ , può essere ottenuta applicando il principio di sovrapposizione degli effetti (cfr. cap. 4):

$$S = S(g_1) + S(g_2) + S(\Psi_2 q) + S(\epsilon_{cs}) + S(\Delta\epsilon_y) + S(\Delta\epsilon_d) \quad (5.61)$$

Dove:

- $S(g_1)$  = effetto determinato dal peso proprio
- $S(g_2)$  = effetto dei carichi permanenti
- $S(\Psi_2 q)$  = effetto dei carichi variabili quasi permanenti
- $S(\epsilon_{cs})$  = effetto del ritiro
- $S(\Delta\epsilon_y)$  = effetto delle variazioni climatiche annuali
- $S(\Delta\epsilon_d)$  = effetto delle variazioni climatiche giornaliere

L'effetto della viscosità meccanica e della viscosità meccanico-assorbitiva sono tenuti in conto nel calcolo di  $S(g_1)$ ,  $S(g_2)$ ,  $S(\Psi_2 q)$  e  $S(\epsilon_{cs})$  attraverso il metodo del modulo effettivo (cfr. cap. 4). L'effetto dei carichi può essere calcolato dunque attraverso la formula elastica proposta dall'Eurocodice 5, sostituendo i moduli elastici del legno, del calcestruzzo e della connessione con quelli effettivi:

$$E_{w,eff}(t) = \frac{E_w}{1 + \Phi_w(t - t_i)} \quad (5.62)$$

$$E_{c,eff}(t) = \frac{E_c(t_i)}{1 + \Phi_c(t - t_i)} \quad (5.63)$$

$$K_{eff}(t) = \frac{K_{ser}}{1 + \Phi_p(t - t_i)} \quad (5.64)$$

dove il coefficiente viscoso  $\Phi_c$  del calcestruzzo tiene conto della viscosità meccanica del materiale, mentre quelli del legno e della connessione devono tenere conto sia della viscosità meccanica sia di quella meccanico-assorbitiva.

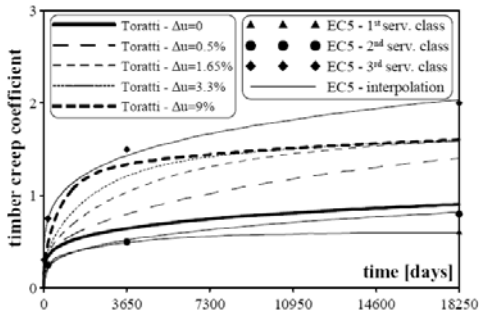


Fig. 5.29 – Coefficiente di viscosità del legno secondo il modello di Toratti e secondo l'Eurocodice 5 (Fragiacomo e Ceccotti, 2006b, p.4)

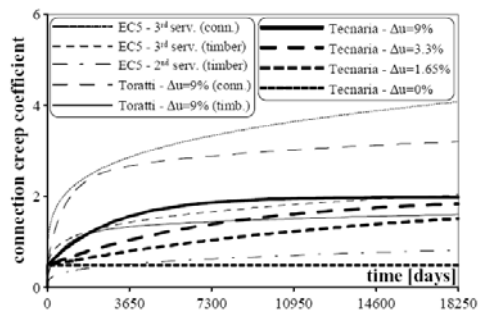


Fig. 5.30 – Coefficiente di viscosità delle connessioni secondo il modello di Toratti, secondo l'Eurocodice 5 e secondo i risultati sperimentali esposti in Fragiaco, 2004 (Fragiacomo e Ceccotti, 2006b, p.4)

Il coefficiente di viscosità del calcestruzzo  $\Phi_c(t-t_i)$  può essere valutato attraverso le formule proposte dall'Eurocodice 2 o dal Model Code 2010. Il coefficiente di viscosità del legno può essere determinato mediante il modello lineare di Toratti (cfr. cap. 4), che tiene conto sia degli effetti della durata del carico che degli effetti delle variazioni di contenuto d'acqua (Fig. 5.29):

$$\Phi_w(t - t_i) = \Phi_{wc}(t - t_i) + \Phi_{wms}(t - t_i) = \left(\frac{t - t_i}{t_d}\right)^m + \Phi^\infty \left[1 - e^{-c \frac{\Delta u}{100 \Delta t} (t - t_i)}\right] \quad (5.65)$$

- Dove:
- $\Phi_{wc}$  = viscosità meccanica
  - $\Phi_{wmc}$  = viscosità meccanico-assorbitiva
  - $\Delta u$  =  $u_{m,max} - u_{m,min}$ , variazione annuale del contenuto d'acqua medio della sezione
  - $\Delta t$  = 365 giorni



- $t_d$  = tempo di raddoppio della deformazione, pari a 29500 giorni per il legno di abete  
 $m$  = parametro numerico, pari a 0,21 per il legno di abete  
 $\Phi^\infty$  = parametro numerico, pari a 0,7 per il legno di abete  
 $c$  = parametro numerico, pari a 2,5 per il legno di abete

In mancanza di dati sperimentali specifici, il modello prevede l'utilizzo di un coefficiente di viscosità per la connessione  $\Phi_f = 2\Phi_t$ , in accordo con l'Eurocodice 5, sebbene i dati disponibili in letteratura suggeriscano un valore pari a quello del legno (Fig. 5.30).

Gli effetti delle deformazioni anelastiche determinate dalle variazioni climatiche e dal ritiro del calcestruzzo sono valutati attraverso un'analisi elastica analoga a quella utilizzata per determinare l'effetto dei carichi (Fragiacomo, 2006). La componente anelastica della deformazione determinata dal ritiro del calcestruzzo risulta:

$$\Delta\varepsilon_n = -\Delta\varepsilon_{n,c} = -\varepsilon_{cs}(t) + \varepsilon_{cs}(t_s) \quad (5.66)$$

dove  $\varepsilon_{cs}(< 0)$  indica l'effetto del ritiro, che può essere valutato attraverso la formula proposta dall'Eurocodice 2 o dal Model Code 2010, e  $t_s$  indica il tempo di maturazione, in genere compreso tra 1 e 7 giorni. I moduli effettivi da utilizzare nelle formule elastiche si ottengono sostituendo nelle equazioni precedenti  $E_c(t_i)$  con  $E_c(\bar{t})$ , dove  $\bar{t}$  è il tempo trascorso dalla rimozione dei puntelli, e  $\Phi_k(t, t_i)$  con  $\Phi_k(t, t_s)$ .

Le deformazioni anelastiche determinate nella trave mista dalle variazioni climatiche giornaliere e annuali, a causa del differente coefficiente termico del legno e del calcestruzzo e della variazione di contenuto d'acqua nel legno (Fig. 5.31 e Fig. 5.32), risultano invece:

$$\Delta\varepsilon_n = \Delta\varepsilon_y = \alpha_{w,u} [u_m(t) - u_m(t_s)] + \alpha_{w,T} [T(t) - T(t_s)] - \alpha_{c,T} [T(t) - T(t_s)] \quad (5.67)$$

$$\Delta\varepsilon_n = \Delta\varepsilon_d = \alpha_{c,T} k \Delta T_d - \alpha_{c,T} \Delta T_d \quad (5.68)$$

- Dove:
- $u_m$  =  $u_m(t)$  storia approssimata del contenuto d'acqua medio della sezione in legno
  - $T$  =  $T(t)$  storia approssimata della temperatura ambientale
  - $\alpha_{w,u}$  = coefficiente di rigonfiamento/ritiro del legno
  - $\alpha_{w,T}$  = coefficiente di dilatazione termica del legno
  - $\alpha_{c,T}$  = coefficiente di dilatazione termica del calcestruzzo

- $\Delta T_d$  = escursione giornaliera media della temperatura nel corso dell'anno
- $k$  = fattore di riduzione che tiene conto della minore conduttività termica del legno

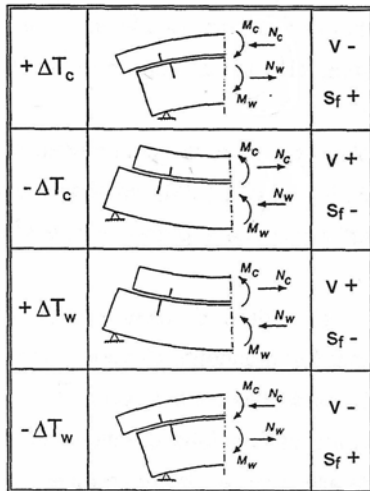


Fig. 5.31 – Effetti della variazione di temperatura sulla freccia e sullo scorrimento trave-soletta (Fragiacomo, 2000, p.239)

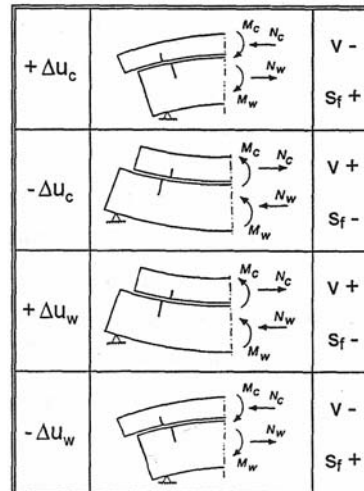


Fig. 5.32 – Effetti della variazione di umidità sulla freccia e sullo scorrimento trave-soletta (Fragiacomo, 2000, p.239)

Il modello trascura la dipendenza del modulo elastico dal contenuto d'acqua e gli effetti delle variazioni giornaliere di contenuto d'acqua. I risultati ottenuti con questo approccio, legati all'utilizzo del modello reologico di Toratti per il legno, sembrano suggerire un ruolo marginale della classe di esposizione della struttura sul suo comportamento (Fig. 5.29, Fragiaco e Ceccotti, 2006b).

Il modello analitico e quello numerico proposti da Fragiaco sono stati utilizzati per studiare il comportamento reologico di 8 travi miste con connessione formata da denti di calcestruzzo e barre nervate, solidarizzate al legno tramite resine epossidiche, in ambiente interno non controllato (Fragiacomo et al., 2007). I risultati numerici sottostimano la freccia istantanea, cogliendo l'andamento dello sviluppo della deformazione nel tempo che, a dispetto della significativa differenza della deformazione istantanea, appare analogo nelle travi puntellate in fase di getto e in quelle non puntellate (Fig. 5.33 e Fig. 5.34).

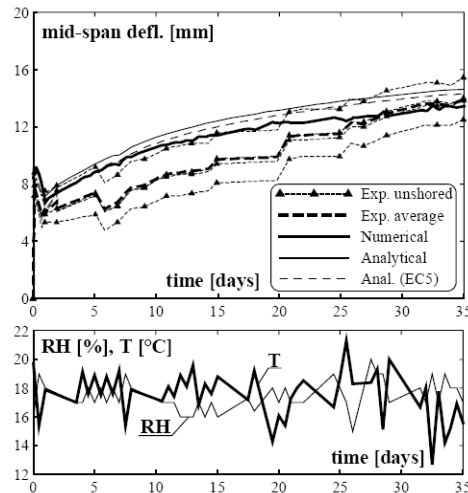


Fig. 5.33 – Andamento nel tempo della freccia di travi miste con connessione a denti di calcestruzzo e barre nervate, soggette al peso proprio, nel mese successivo al getto (Fragiacomo et al., 2007, p.)

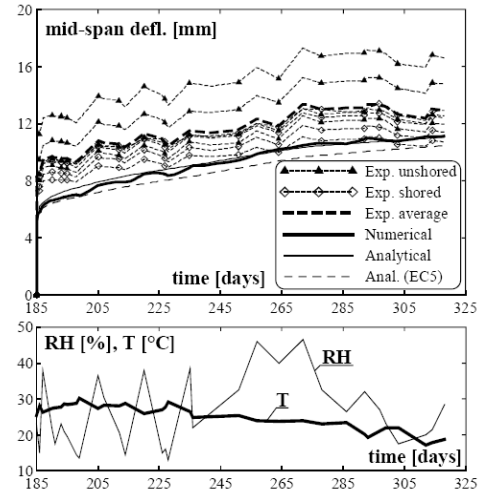


Fig. 5.34 – Andamento nel tempo della freccia di travi miste con connessione a denti di calcestruzzo dopo il carico (Fragiacomo et al., 2007, p.)

#### 5.4. SOLAI MISTI LEGNO-MALTA DI CALCE NATURALE

Il rinforzo dei solai lignei tramite la realizzazione di una soletta collaborante in calcestruzzo di cemento pone la questione della compatibilità tra i materiali nuovi e i materiali esistenti, soprattutto negli edifici di notevole interesse storico. Per ovviare a questo problema, presso l'Università degli Studi di Brescia è stata proposta una soluzione che prevede la sostituzione della soletta in calcestruzzo di cemento con una soletta in malta a base di calce naturale. L'efficacia di questo metodo di consolidamento è stata indagata mediante analisi numeriche e prove sperimentali riguardanti il comportamento sia delle travi composte sia delle connessioni (Marini et al., 2009).

La scelta del materiale da utilizzare per il rinforzo è avvenuta sulla base di una campagna sperimentale condotta su diverse miscele, comprendente sia prove di flessione e compressione secondo la normativa riguardante i giunti di malta delle

strutture in muratura<sup>8</sup>, sia, considerate le finalità d'impiego, prove di compressione su provini cilindrici secondo la normativa riguardante le costruzioni in cemento armato<sup>9</sup>. Sulla base dei risultati ottenuti, è stata scelta una miscela a base di malta di calce idraulica naturale (NHL5) specifica per interventi di restauro (Cominelli et al., 2009).

Per determinare la rigidità e la resistenza della malta agli sforzi locali di compressione attorno al connettore, sono state condotte prove di rifollamento su provini di malta, rinforzati con due tipologie di rete in fibra di vetro per contrastare la possibile propagazione di fessure attorno al piolo e confinare il materiale.

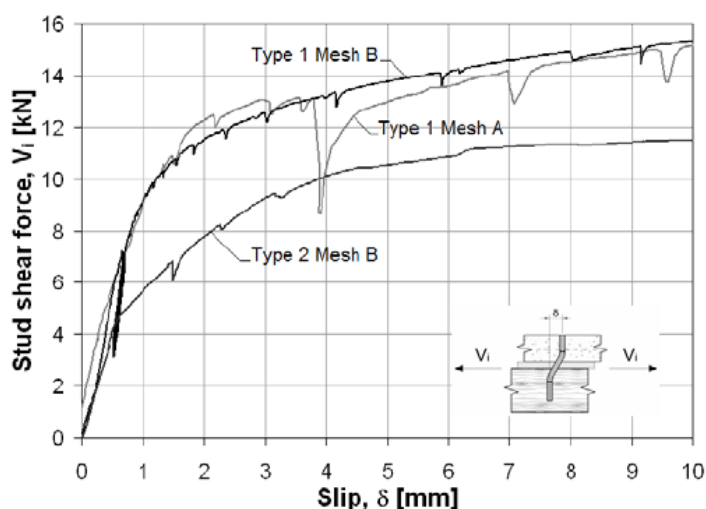


Fig. 5.35 – Comportamento sperimentale di connessioni legno-malta di calce naturale con meccanismo di collasso a due cerniere, Tipo 1, e a una sola cerniera, Tipo 2 (Marini et al., 2009, p. 411)

Il comportamento della singola connessione, costituita da un piolo liscio infisso a secco nel legno, come la connessione legno-calcestruzzo descritta nel paragrafo 5.2.2, è stato indagato attraverso prove di taglio su campioni con diversi spessori di soletta, al fine di valutarne la resistenza sia per il meccanismo di

<sup>8</sup> UNI EN 1015-11, 2007: Metodi di prove per malte per opere murarie. Parte 11: Determinazione della resistenza a flessione e a compressione della malta indurita.

<sup>9</sup> UNI EN 12390-3, 2003: Prove sul calcestruzzo indurito. Resistenza alla compressione dei provini.

UNI EN 6556, 1976: Prove sui calcestruzzi. Determinazione del modulo elastico secante a compressione.

collasso con due cerniere plastiche che per quello a una sola cerniera (*Fig. 5.35*). I risultati di queste prove sono stati utilizzati per validare l'estensione del modello di calcolo della connessione discusso in Gelfi et al., 2002, alla struttura mista in legno e malta di calce naturale; la formulazione teorica, non tenendo conto del contributo della rete, risulta uguale per le diverse tipologie di rinforzo.

Le connessioni legno-malta di calce naturale hanno mostrato, per le tipologie di provini con meccanismo di collasso a due cerniere, un valore medio di rigidezza sperimentale di circa 7 kN/mm, corrispondente al valore previsto analiticamente, mentre la rigidezza attesa per connessioni legno-calcestruzzo di analoga geometria è di circa 11 kN/mm. La resistenza sperimentale media è risultata pari a 14÷15 kN, superiore sia a quella attesa per la connessione legno-malta, pari a circa 12 kN, sia a quella attesa per la connessione legno-calcestruzzo, pari a circa 13 kN (Marini et al., 2009).

Oltre alle prove sulle singole connessioni, sono state condotte indagini sperimentali su travi composte legno-malta di calce naturale con connettori a piolo; le travi sono state sottoposte a carichi ciclici fino al doppio del carico di esercizio, per poi essere portate a rottura (*Fig. 5.36*). Ciascuna trave ha mostrato un comportamento elastico-lineare sotto i carichi di esercizio, mentre, per carichi superiori, il comportamento è divenuto marcatamente non lineare. Il collasso è sopraggiunto per trazione nel legno, con formazione di fessure all'intradosso della soletta di malta, dovute alla grande curvatura raggiunta dalla trave. Il carico di collasso è risultato compreso tra 5 e 7 volte il carico di esercizio, confermando l'efficacia dell'intervento di rinforzo. I risultati hanno mostrato un'ottima corrispondenza della rigidezza della trave in campo elastico e una buona corrispondenza del carico di collasso con i valori previsti secondo il metodo proposto dall'Eurocodice 5; al contrario, la deformazione finale è risultata molto maggiore di quella attesa, poiché il modello non tiene conto della non linearità del comportamento della connessione.

Il comportamento sperimentale dei connettori prossimi agli appoggi mostra un buon accordo con il comportamento previsto attraverso la teoria della sezione omogeneizzata al legno, modificata per tener conto della deformabilità della connessione, presentata nel paragrafo 5.2.1, mentre differisce significativamente in campo non lineare. Questa differenza è dovuta al fatto che detta teoria sovrastima l'azione di taglio agente sulla connessione, non tenendo conto dell'effetto redistributivo dell'azione di taglio sui connettori lungo l'asse della trave, determinato dallo scorrimento tra la soletta e il legno, che comporta una riduzione del carico sulle connessioni prossime agli appoggi.

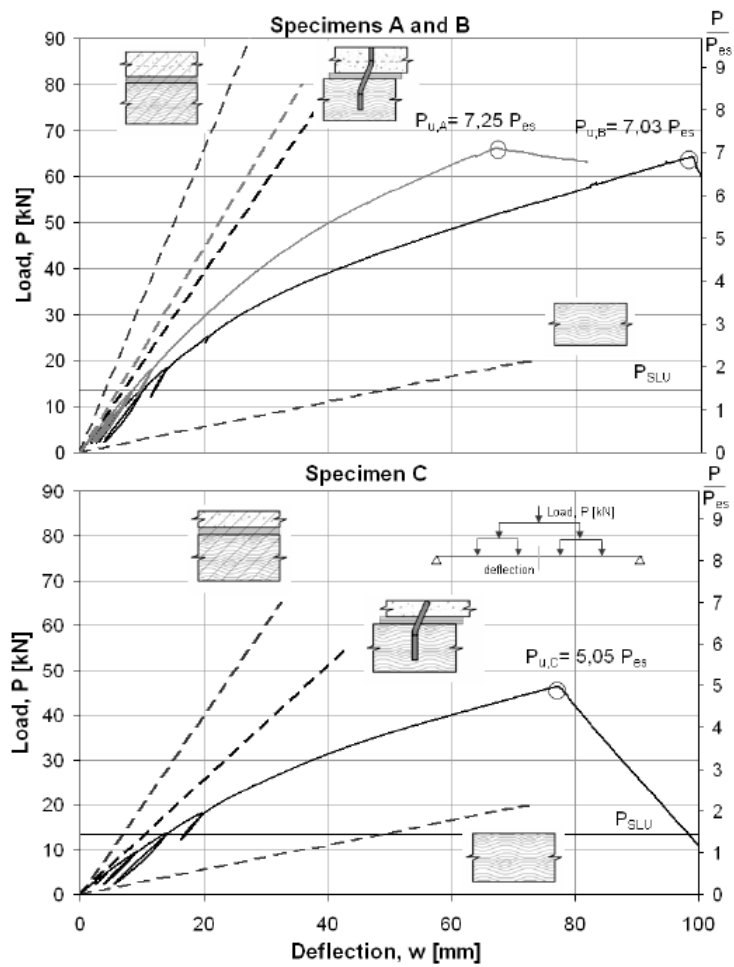


Fig. 5.36 – Curve sperimentali Carico - Freccia in mezzera per travi miste legno-malta di calce naturale (Marini et al., 2009, p. 413)

## 5.5. REFERENZE

- BROCK G.R., *The behavior of nailed joints under long-term and short duration loading*, Proceedings of the "International Symposium on Timber Joints", London, U.K., 30th March – 1st April 1965
- CADEI L., *Impalcati in legno resistenti al taglio nel piano: comportamento delle connessioni*, Tesi di Laurea, relatore G.A. Plizzari, correlatori A. Marini – E. Giuriani, Università degli Studi di Brescia, Italia, 2004

- CAPRETTI S., *Time dependent analysis of timber and concrete composite (TCC) structures*, Proceedings of the "RILEM International Symposium on Behaviour of Timber and Concrete Composite Load-Bearing Structures", Ravenna, Italy, 27th June 1992
- CAPRETTI S. E CECCOTTI A., *Service behavior of timber-concrete composite beams: A 5-year monitoring and testing experience*, Proceedings of the Fourth "International Wood Engineering Conference", New Orleans, Louisiana, U.S.A., 28th-31st October 1996
- CECCOTTI A., *Timber concrete composite structures*, in AA. VV., "Timber engineering. Step 2", edit by H.J. Blass et al., Centrum Hout, Almere 1995
- COMINELLI S. – GASPAROTTI A. – ZANOTTI C. – MARINI A. – GIURIANI E., *Rinforzo dei solai in legno mediante lastra collaborante in malta non cementizia*, Dipartimento di Ingegneria Civile dell'Università degli Studi di Brescia, Italia, Technical Report n. 2, 2010
- FAHLBUSH H., *A contribution to the problem of the bearing strength of bolts in wood under static loads*, Institute for Mechanical Construction and Carpentry, Braunschweig, Germany, Report n. 49-09, 1949
- FELDBORG T. - JOHANSEN M., *Slip in joints under long-term loading*, Proceedings of the "CIB-W18 Meeting", Florence, Italy, September 1986
- FRAGIACOMO M. - JOHNSON H. – LUKASZEWSKA E., *Performance of connections for prefabricated timber-concrete composite floors*, in "Materials and Structures", novembre 2008, n. 41, pp. 1553-1550
- FRAGIACOMO M. – GUTKOWSKI R.M. – BALOGH J. – FAST R.S., *Long-Term Behavior of Wood-Concrete Composite Floor/Deck Systems with Shear Key Connection Detail*, in "Journal of Structural Engineering", September 2007, n. 133 (9), pp. 1307-1315
- FRAGIACOMO M. - CECCOTTI A., *Long-term behavior of timber concrete composite beams. I: Finite element modeling and validation*, in "Journal of Structural Engineering", 2006a, n. 132 (1), pp. 13-22
- FRAGIACOMO M. - CECCOTTI A., *Simplified approach for the long-term behaviour of the timber-concrete composite beams according to the Eurocode 5 Provisions*, Proceedings of the "CIB-W18 Meeting", Florence, Italy, August 2006b
- FRAGIACOMO M., *Long-term behavior of timber concrete composite beams. II: Numerical analysis and simplified evaluation*, in "Journal of Structural Engineering", 2006, n. 132 (2), pp. 23-33
- FRAGIACOMO M., *A finite element model for long-term analysis of timber-concrete composite beams*, in "Structural Engineering and Mechanics", 2005, n. 20 (2), pp. 173-179
- FRAGIACOMO M. - AMADIO C. – MARCORINI L., *Comportamento a collasso ed in esercizio di una connessione a piolo per strutture composte legno-calcestruzzo*, Atti del convegno "15<sup>th</sup> CTE Conference", Bari, Italia, 4-6 Novembre 2004
- FRAGIACOMO M., *Comportamento a lungo termine di travi composte in legno e calcestruzzo*, Tesi di Dottorato, Università degli Studi di Trieste, Italia, 2000
- GELFI P. – MARINI A., *Solai misti in legno e calcestruzzo. Metodi di verifica*, in "L'edilizia", 2008, n. 153-154
- GELFI P. - GIURIANI E., *Influence of slab-beam slip on the deflection of composite beams*, in "International Journal for Restoration of Buildings and Monuments", 2003, n. 9, pp. 475-490
- GELFI P. – GIURIANI E. – MARINI A., *Stud Shear Connection Design for Composite Concrete Slab and Wood Beams*, in "Journal of Structural Engineering", December 2002, n. 128, pp. 1544-1550
- GELFI P. – GIURIANI E., *Behaviour of stud connectors in wood-concrete composite beams*, Proceedings of the VI International Conference on Structural Studies, Repair and Maintenance of Historical Building, "Stremah 99", Dresden, Germany, 22nd-24th June 1999

- GELFI P. – GIURIANI E. – MARINI A., *Comportamento delle connessioni a piolo nelle travi miste in legno e calcestruzzo: modellazione teorica e confronti sperimentali*, Atti del convegno “III Workshop Italiano sulle Costruzioni Composte”, Ancona, Italia, 29-30 Ottobre 1998
- GELFI P. – GIURIANI E., *Travi miste in legno e calcestruzzo con connettori a piolo*, Atti del convegno “II Workshop Italiano sulle Costruzioni Composte”, Napoli, Italia, 22-23 Giugno 1995
- GELFI P. – GIURIANI E. – CATTANEO E. – NICHETTI E., *Travi miste in legno e calcestruzzo con connettori a piolo*, Dipartimento di Ingegneria Civile dell'Università degli Studi di Brescia, Italia, Technical Report n. 2, 1995
- GELFI P. – GIURIANI E., *Modello teorico del legame costitutive del connettore a piolo*, in “Studi e ricerche. Corso di Perfezionamento per le Costruzioni in Cemento Armato F.lli Pesenti. Politecnico di Milano”, 1987, n. 9
- GIURIANI E. - MARINI A. - PLIZZARI G., *Comportamento di solai in legno rinforzati con assito diaframma per resistere alle azioni sismiche*, Atti del convegno “V Workshop Italiano sulle Costruzioni Composte”, Salerno, Italia, 28-30 Novembre 2002
- HANHIJÄRVI A. - HUNT D., *Experimental indication of interaction between viscoelastic and mechano-sorptive creep*, in “Wood Science Technology”, 1998, n. 32, pp. 57-70
- JANG S. – POLENSEK A., *Theoretical models for creep slip of nailed joints between wood and wood-based materials*, Corvallis Forest Research Laboratory, Oregon, U.S.A., Paper n. 2288, 1989
- JENKINS J.L. – POLENSEK A. – BASTERNDORF K.M., *Stiffness of nailed wall joints under short- and long-term lateral load*, in “Wood Science”, 1979, n. 11 (3)
- JOHANSEN K.W., *Theory of timber connections*, in “International Associations for Bridge and Structural Engineering Publications”, 1949, n. 9, pp. 249-262
- KENEL A. – MEIERHOFER U., *Long-term performance of timber-concrete composite structural elements*, EMPA, Dübendorf, Switzerland, Report n. 115/39, 1998
- KOPONEN S., *Embedding characteristic of the in grain direction*, Laboratory of Structural Engineering and Building Physics, Helsinki University of Technology, Report n. 25, Espoo, Finland, 1991
- KUIPERS J. – KURSTJENS P.B.J., *Creep and Damage Research on Timber Joints – Part Two*, Delft University of Technology, Stevin Report n. 25.4-89-15/C/HD-24, the Netherlands, 1989
- KUIPERS J. – KURSTJENS P.B.J., *Creep and Damage Research on Timber Joints – Part One*, Delft University of Technology, Stevin Report n. 4-86-15/HD-23, the Netherlands, 1986
- KUIPERS J., *Long duration tests in timber joints*, Proceedings of the “CIB-W18 Meeting”, Stockholm, Sweden, February - March 1977
- LEIJTEN A.J.M., *Load duration strength of joints with high working load levels*, Proceedings of the “1988 International conference on Timber Engineering”, Seattle, Washington, U.S.A., 19th-22nd September 1988
- LEICESTER R.H. – REARDON G.F. – SCHUSTER K.B., *Toothed plate connector joints subjected to long duration loads*, Proceedings of the “19th Forest Product Research Conference”, Melbourne, Australia, 1979
- LUKASZEWSKA E. - JOHNSSON H. - FRAGIACOMO M., *Performance of connections for prefabricated timber-concrete composite floors*, in “Materials and Structures”, 2008, n. 41 (9), pp. 1533-1550
- MACK J.J., *A study of creep in timber joints*, Commonwealth Scientific and Industrial Research Organisation, Division of Forest Products, Technological Paper n. 27, Melbourne, Australia, 1963
- MARINI A. - ZANOTTI C. – COMINELLI S. – GASPAROTTI A. – GIURIANI E., *Strengthening of wooden floors by means of improved lime mortar slab*, Proceedings of the International Conference on Protection of Historical Buildings “Prohitech 09”, Rome, Italy, 21st-24th June 2009



- MARLOR R.A. – BULLEIT W.M., *Load Duration Behavior of Wood Connection*, in “Journal of Structural Engineering”, September 2005, 131, pp. 1434-1443
- MÖLHER K., *Über das Tragverhalten von Biegeträgern und Druckstäben mit zusammengesetzten Querschnitt und nachgiebigen Verbindungsmitteln*, Habilitation, Technical University of Karlsruhe, 1956
- MORLIER P., *Time-dependent slip of joints in timber engineering*, in AA. VV., *Creep in Timber Structures. Report of RILEM Technical Committee 112-TSC*, a cura di P. Morlier, E & F Spon, London 1994
- NEWMARK N.M. – SIESS C.P. – VIEST I.M., *Tests and analysis of Composite Beams with Incomplete Interaction*, in “Proceedings of the Society for Experimental Stress Analysis”, 1951, n. 9 (1)
- NOREN B., *Nailed joints – Their strength and rigidity under short term and long-term loading*, National Swedish Institute For Building Research, Stockholm, Report n. 158B, 1968
- OMETTO M., *Effetti dell'umidità sul comportamento delle connessioni a piolo nelle strutture in legno*, Tesi di Laurea, relatore G.A. Plizzari, correlatore A. Marini, Università degli Studi di Bergamo, Italia, 2008
- PIAZZA M. – TOMASI R. – MODENA R., *Strutture in legno. Materiale, calcolo e progetto secondo le nuove normative europee*, Ulrico Hoepli Editore, Milano 2005
- PIAZZA M. – BALLERINI M., *Solai lignei composti: confronto sperimentale tra diverse tipologie di connessione*, Atti del convegno “III Workshop Italiano sulle Costruzioni Composte”, Ancona, Italia, 29-30 Ottobre 1998
- RAMMER D.R., *Evaluation of nail bearing strength expression*, Proceedings of the 1999 Structures Congress “Structural Engineering in the 21st century”, New Orleans, Louisiana, U.S.A., 18th-21st April 1999
- RAMMER D.R., *Effect of Moisture Content on Nail Bearing Strength*, United State Forest Product Laboratory, Madison, Wisconsin, U.S.A., Research Paper n. FPL-RP-591, 2001
- RAMMER D.R. – WINISTORFER S.G., *Effect of moisture content on dowel-bearing strength*, in “Wood and Fiber Science”, January 2001, n. 33 (1), pp. 126-139
- RONCA P. – GELFI P. – GIURIANI E., *The Behaviour of a Wood-Concrete Composite Beam under Cyclic and Long Term Loads*, Proceedings of the International Conference “Structural Repair and Maintenance of Historical Buildings II”, Seville, Spain, 14th-16th May 1991
- SAID E.B. – JULLIEN J.F. – SIEMERS M., *Non-linear analysis of local composite beams with incomplete interaction*, Proceedings of the 7<sup>th</sup> World Conference on Timber Engineering “WCTE 2002”, Shah Alam, Malaysia, 12th-15th August 2002
- SHÄNZLIN J., *About the time dependent behavior of composite of board stacks and concrete*, Ph.D. Thesis, University of Stuttgart, Germany, 2003
- SMITH J. – WHALE L.R.J. – ANDERSON C. – HILSON B.O. – RODD P.D., *Design properties of laterally loaded nailed and bolted wood joints*, in “Canadian Journal of Civil Engineering”, 1988, n. 15, pp. 633-643
- TORATTI T., *Creep of timber beams in a variable environment*, Helsinki University of Technology, Report n. 31, Helsinki, Finland, 1992
- TURRINI G. – PIAZZA M., *Una tecnica di recupero statico dei solai in legno*, in “Recuperare”, 1983a, n. 5, pp. 224-237
- TURRINI G. – PIAZZA M., *Il comportamento statico della struttura mista legno-calcestruzzo*, in “Recuperare”, 1983b, n. 6, pp. 214-225
- TURRINI G. – PIAZZA M., *Recupero statico dei solai in legno - Esperienze e realizzazioni*, in “Recuperare”, 1983c, n. 7, pp. 396-407
- VAN DE KUILEN J.W.G., *Creep of Timber Joints*, in “Heron”, 2008, n. 53, pp. 133-156

- VAN DE KUILEN J.W.G. – BLASS H.J., *Does damage accumulate in timber joints loaded at load levels below 50% of the average short term strength?*, Proceedings of the "Fourth International Wood Engineering Conference", New Orleans, Louisiana, U.S.A., 28th-31th October 1996
- WHALE L.R.J., *Deformation characteristics of nailed or bolted timber joints subjected to irregular short or medium term lateral loading*, Thesis, South Bank Polytechnic, London, U.K., 1988
- WHALE L.R.J. – SMITH J., *The derivation of design classes for nailed and bolted joints in EUROCODE5*, Proceedings of the "CIB-W18 Meeting", Florence, Italy, September 1986
- WILKINSON T.L., *Dowel Bearing Strength*, United State Forest Product Laboratory, Madison, Wisconsin, U.S.A., Research Paper n. FPL-RP-505, 1991

---

## 6. CONSIDERAZIONI SULLO STATO DELL'ARTE

---

I fenomeni che governano il comportamento strutturale del legno nel tempo sono molto complessi; sebbene i primi studi in proposito risalgano agli inizi del XVIII secolo, la comprensione di questo problema è iniziata solo grazie a studi abbastanza recenti. A partire dalla metà del XX secolo sono state, infatti, condotte numerose campagne sperimentali allo scopo di chiarire le conseguenze della durata del carico sulla rigidezza e sulla resistenza delle travi in legno, sebbene le conclusioni emerse non siano sempre univoche, a causa della grande variabilità delle caratteristiche del materiale e della scarsa uniformità dei metodi di prova adottati. Un risultato evidente è comunque la stretta dipendenza della rigidezza e della resistenza del legno dalle condizioni ambientali e soprattutto dal contenuto d'acqua, le cui variazioni influenzano in modo determinante la deformazione differita delle travi soggette ai carichi di lunga durata; tale processo si ritiene associato alla formazione e alla rottura dei legami a idrogeno nelle pareti cellulari (Hunt, 1994).

Il legno mostra un comportamento viscoso non lineare, che può tuttavia essere approssimato a un comportamento visco-elastico lineare per sollecitazioni inferiori al 20% del carico di rottura, in condizioni di contenuto d'acqua variabile; sulla base dei risultati sperimentali sono stati proposti in letteratura diversi modelli, lineari e non lineari, per la determinazione del tempo di collasso e della deformazione differita delle strutture in legno. Particolarmente interessante per la sua praticità è il modello lineare proposto da Toratti nel 1992, che è stato implementato in diversi modelli reologici per le strutture miste.

Il problema della deformabilità degli impalcati in legno riveste un grande interesse nella progettazione delle strutture in legno, poiché il comportamento in esercizio rappresenta in genere un criterio di verifica più severo per le travi in legno

di luce ordinaria rispetto alla verifica di resistenza. In quest'ottica, la realizzazione di strutture miste in legno e calcestruzzo rappresenta una soluzione efficace per il miglioramento delle caratteristiche di rigidità e resistenza dei solai in legno. L'efficacia di questa soluzione è stata approfonditamente indagata da numerosi studi sperimentali e teorici; nella presentazione dello stato dell'arte particolare rilievo è stato dato alle indagini concernenti il comportamento statico delle strutture miste con connettori a piolo, studiate a partire dagli anni '90 presso l'Università degli Studi di Brescia (Giuriani, Gelfi, Plizzari, Marini e altri), cui si è fatto riferimento nella predisposizione del programma sperimentale. In Marini et al., 2009, è stata inoltre proposta la sostituzione della cartella in calcestruzzo con una lastra in malta a base di calce naturale, materiale più compatibile con quelli tradizionali rispetto al calcestruzzo di cemento.

Meno numerosi sono i dati disponibili relativi al comportamento reologico di queste strutture, si ricordano a questo proposito i lavori di Ronca et al., 1991 e quello di Fragiaco, 2006, che ha proposto un modello analitico per la valutazione del comportamento reologico delle strutture miste che tiene conto dei fenomeni di ritiro del calcestruzzo e dell'influenza della variazione di contenuto d'acqua sulla deformazione del legno.

Alla luce di quanto esposto nei capitoli precedenti, emerge come la complessità e la diversa natura dei processi coinvolti nel comportamento reologico del legno, a livello molecolare, micro-strutturale e macro-strutturale, determini un ruolo ancora importante delle indagini sperimentali in quest'ambito e in particolare sul comportamento delle strutture miste in cui, oltre al comportamento del legno, sono coinvolti quelli del calcestruzzo e della connessione. Nella seconda parte di questo lavoro sono esposti i risultati di un articolato programma sperimentale volto ad approfondire alcuni di questi fenomeni.

## 6.1. REFERENZE

- FRAGIACO M., *Long-term behavior of timber concrete composite beams. II: Numerical analysis and simplified evaluation*, in "Journal of Structural Engineering", 2006, n. 132 (2), pp. 23-33
- GELFI P. – GIURIANI E., *Travi miste in legno e calcestruzzo con connettori a piolo*, Atti del convegno "Il Workshop Italiano sulle Costruzioni Composte", Napoli, Italia, 22-23 Giugno 1995
- HUNT D.G., *Present knowledge of mechano-sorptive creep of wood*, in AA. VV., *Creep in Timber Structures. Report of RILEM Technical Committee 112-TSC*, a cura di P. Morlier, E. & F. Spon, London 1994

- MARINI A. - ZANOTTI C. – COMINELLI S. – GASPAROTTI A. – GIURIANI E., *Strengthening of wooden floors by means of improved lime mortar slab*, Proceedings of the International Conference on Protection of Historical Buildings "Prohitech 09", Rome, Italy, 21st-24th June 2009
- RONCA P. – GELFI P. – GIURIANI E., *The Behaviour of a Wood-Concrete Composite Beam under Cyclic and Long Term Loads*, Proceedings of the International Conference "Structural Repair and Maintenance of Historical Buildings II", Seville, Spain, 14th-16th May 1991
- TORATTI T., *Creep of timber beams in a variable environment*, Laboratory of Structural Engineering and Building Physics, Helsinki University of Technology, Finland, Report n. 31, 1992



## **PARTE II: STUDIO SPERIMENTALE**





---

## 7. ARTICOLAZIONE DEL PROGRAMMA SPERIMENTALE

---

All'interno del complesso quadro delle problematiche presentate dal comportamento reologico delle travi in legno e delle travi miste brevemente delineato, l'attività di ricerca si è posta l'obiettivo di indagare, attraverso un articolato programma sperimentale, alcuni aspetti del comportamento meccanico del legno che influenzano la deformazione differita delle travi. In particolare si è provveduto ad approfondire il contributo della viscosità del legno a flessione e dello scorrimento trave-soletta nel comportamento della trave mista; si è inoltre affrontato un aspetto poco esplorato dalle indagini sul legno, l'effetto della durata del carico sulla deformazione a taglio longitudinale-radiale in diverse condizioni di umidità ambientale (*Fig. 7.1*).

Il programma sperimentale si è articolato dunque nelle seguenti indagini sperimentali di lunga durata: prova di flessione su trave mista legno-calcestruzzo con connessione a piolo in ambiente interno a umidità non controllata, prova di flessione su travi in legno in ambiente interno a umidità non controllata, prova di taglio longitudinale-radiale su elementi di piccole dimensioni in ambiente a umidità controllata costante e variabile, prova di taglio su connessioni a piolo legno-calcestruzzo e legno-malta di calce naturale in ambiente interno a umidità non controllata (*Tab. 7.1*).

All'interno del programma sperimentale è stato anche intrapreso uno studio preliminare per la realizzazione di prove di taglio su pannelli, che tuttavia è ancora a uno stadio iniziale e che pertanto non è stato presentato nel seguito.

### DEFORMAZIONE DIFFERITA DELLA TRAVE MISTA

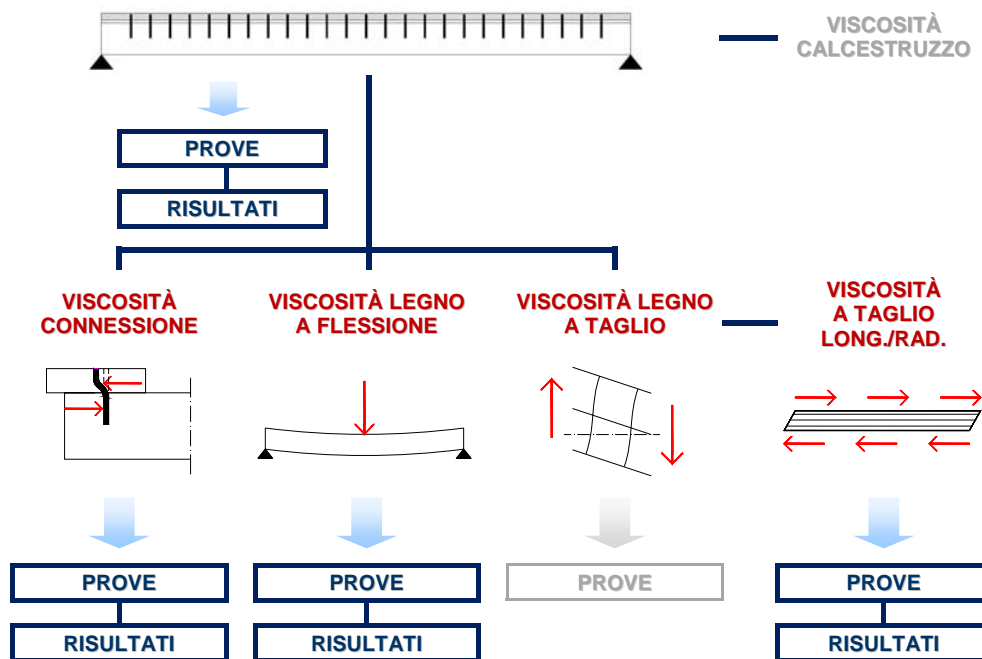


Fig. 7.1 – Struttura del programma sperimentale

Tipo di prova	Oggetto della prova	Condizioni di svolgimento	Durata
<b>Flessione</b>	Trave mista legno-calcestruzzo	Ambiente interno a umidità non controllata	24 mesi
<b>Flessione</b>	Travi in legno di abete massiccio	Ambiente interno a umidità non controllata	12 mesi
<b>Taglio longitudinale-radiale</b>	Campione in legno di larice di piccole dimensioni	Ambiente interno a umidità controllata variabile	7 mesi
<b>Taglio longitudinale-radiale</b>	Campioni in legno di abete di piccole dimensioni	Ambiente interno a umidità controllata costante e variabile	10 mesi
<b>Taglio</b>	Connessioni a piolo legno-calcestruzzo	Ambiente interno a umidità non controllata	13 mesi
<b>Taglio</b>	Connessioni a piolo legno-malta di calce naturale	Ambiente interno a umidità non controllata	13 mesi

Tab. 7.1 – Quadro riassuntivo delle indagini sperimentali condotte nel presente lavoro di ricerca

---

## **8. INDAGINE SPERIMENTALE SUL COMPORTAMENTO REOLOGICO DI UNA TRAVE MISTA IN LEGNO E CALCESTRUZZO DI CEMENTO IN AMBIENTE PROTETTO A UMIDITÀ' NON CONTROLLATA**

---

### **8.1. INTRODUZIONE**

Sebbene, come si è visto nei capitoli precedenti, il comportamento in esercizio rivesta una grande importanza nella progettazione delle strutture miste legno-calcestruzzo, i dati sperimentali disponibili a riguardo in letteratura sono limitati, anche per le difficoltà operative connesse alla realizzazione di prove di carico di lunga durata su elementi strutturali in scala reale.

Indagini sperimentali su quest'argomento sono dunque di grande interesse; l'importanza della connessione tra soletta e trave in legno, approfonditamente discussa nel quinto capitolo, richiede inoltre la disponibilità di risultati sperimentali relativi al comportamento reologico di strutture realizzate con le diverse tipologie di connessione diffuse nella pratica costruttiva.

Nel seguito sono presentati i risultati di una prova di flessione di lunga durata, avente per oggetto una trave mista in legno e calcestruzzo di cemento, di 8,4 m di luce e con pioli in acciaio infissi a secco nel legno, tipologia di connessione presentata in Gelfi e Giuriani, 1995 (cfr. par. 5.2.2).

La prova è stata condotta in ambiente interno non controllato, con l'obiettivo di indagare i diversi fenomeni che contribuiscono a determinare l'evoluzione della deformazione flessionale della struttura nel tempo, con particolare attenzione al ruolo dello scorrimento trave-soletta, in funzione della variazione delle condizioni di temperatura e umidità ambientale.

## 8.2. DESCRIZIONE DEL BANCO, MATERIALI E MODALITÀ DI PROVA

La prova di flessione ha riguardato una trave mista di grande luce (8,4 m) in semplice appoggio, rappresentante la nervatura di un impalcato con interasse delle travi di 90 cm, soggetta a una configurazione di sollecitazioni tale da riprodurre l'effetto di un carico uniformemente distribuito (Fig. 8.1).



Fig. 8.1 – Viste del banco di prova

### 8.2.1 Geometria della trave e caratteristiche dei materiali

La trave in legno lamellare è lunga 8,6 m, ha una sezione di 16 x 32 cm ed è rinforzata con una soletta in calcestruzzo armato di 7 cm di spessore (Fig. 8.2).

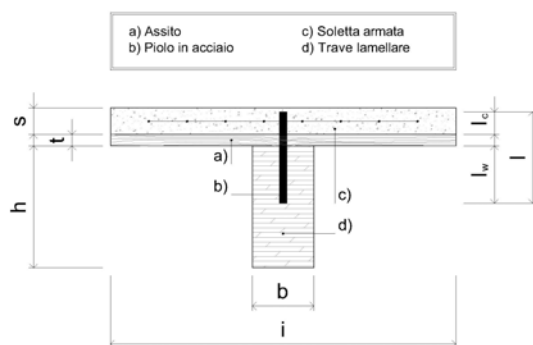


Fig. 8.2 – Sezione trasversale della trave mista

CARATERISTICHE GEOMETRICHE		
i	[cm]	90
b	[cm]	16
h	[cm]	32
t	[cm]	3
s	[cm]	7
l	[cm]	24
l <sub>w</sub>	[cm]	15 (7,5Φ)
l <sub>c</sub>	[cm]	6 (3Φ)

Tab. 8.1 – Caratteristiche geometriche della sezione

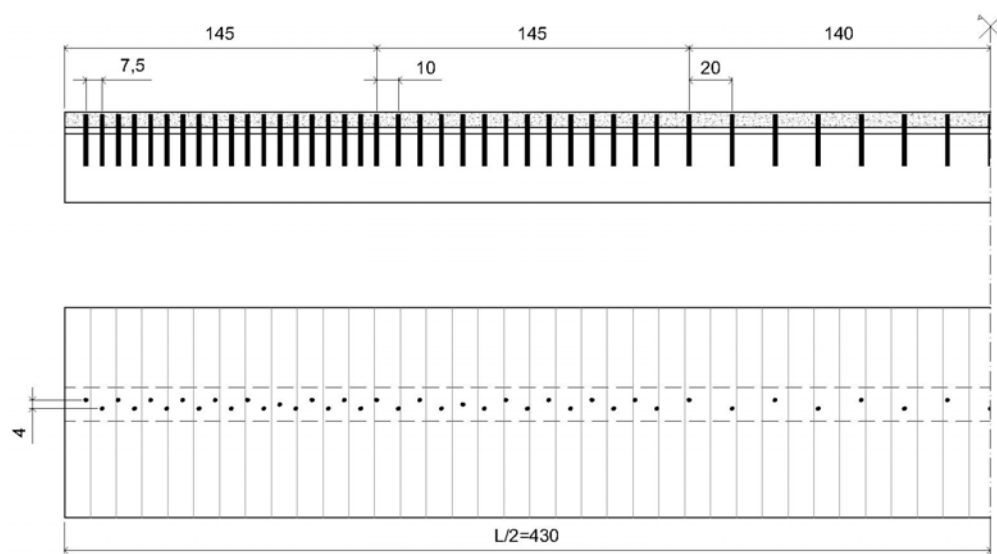


Fig. 8.3 – Sezione longitudinale e pianta della trave mista legno-calcestruzzo di cemento

La connessione tra soletta e trave è stata realizzata attraverso pioli di diametro  $\Phi = 20$  mm in acciaio da carpenteria S275, ottenuti da tondi lisci tagliati a macchina, con successiva eliminazione delle sbavature e formazione di leggera svasatura d'invito all'infissione (Fig. 8.4). I connettori, di lunghezza pari a 24 cm, sono stati disposti con passo variabile tra i 7,5 cm in prossimità degli appoggi, dove l'azione di taglio è massima, e i 20 cm in mezzera. Per evitare la formazione di fenditure, i pioli sono stati posizionati alternativamente sui lati opposti dell'asse longitudinale della trave (Fig. 8.3).



Fig. 8.4 – Connettori in acciaio liscio (Marini et al. 2009, p. 29)

L'infissione dei pioli ha richiesto una leggera forzatura poiché, per scongiurare la formazione di giochi, i fori di alloggiamento sono stati realizzati con diametro calibrato.

Trave e soletta sono separate da un assito in abete dello spessore di 3 cm, la cui presenza, pur riducendo la rigidità della connessione, è auspicabile, perché garantisce una maggiore sicurezza agli operatori in fase di getto (cfr. cap. 5). La presenza di una pellicola di "cellophane", stesa in modo continuo per tutta la lunghezza della trave, evita che l'acqua del getto percoli nell'assito e riduce l'attrito all'interfaccia, che in opera andrebbe comunque perso in pochi cicli di carico.

Il legno lamellare di abete rosso impiegato nella prova è di tipo GL24h secondo la classificazione della norma UNI EN 1194<sup>1</sup>, recepita dalle Istruzioni CNR-DT206/2007<sup>2</sup> e dall'Eurocodice 5<sup>3</sup>; secondo alcune indagini sperimentali condotte su legno proveniente dalla stessa fornitura, il modulo elastico è risultato pari a 11000 MPa (Marini et al., 2009).

VALORI CARATTERISTICI DI RESISTENZA E MODULO ELASTICO		GL24h
<b>Resistenze</b>		<b>[MPa]</b>
Flessione	$f_{m,g,k}$	24
Trazione parallela alla fibratura	$f_{t,0,g,k}$	16,5
Trazione perpendicolare alla fibratura	$f_{t,90,g,k}$	0,40
Compressione parallela alla fibratura	$f_{c,0,g,k}$	24
Compressione perpendicolare alla fibratura	$f_{c,90,g,k}$	2,7
Taglio	$f_{v,g,k}$	2,7
<b>Modulo elastico</b>		<b>[GPa]</b>
Modulo elastico medio parallelo alle fibre	$E_{0,g,mean}$	11,6
Modulo elastico caratteristico parallelo alle fibre	$E_{0,g,05}$	9,4
Modulo elastico medio parallelo alle fibre	$E_{0,g,mean}$	0,39
Modulo di taglio medio	$G_{g,mean}$	0,72
<b>Massa volumica</b>		<b>[kg/m<sup>3</sup>]</b>
Massa volumica caratteristica	$\rho_{g,h}$	380

Tab. 8.2 – Profili prestazionali del legno lamellare impiegato nella prova secondo le istruzioni CNR-DT206/2007 (CNR-DT206/2007, p.93)

<sup>1</sup> UNI EN 1194:2000, Strutture di legno - Legno lamellare incollato - Classi di resistenza e determinazione dei valori caratteristici

<sup>2</sup> CNR-DT 206-2007, Istruzioni per la Progettazione, l'Esecuzione ed il Controllo delle Strutture di Legno

<sup>3</sup> UNI EN 1995-1-1:2005, Eurocodice 5: Progettazione delle strutture in legno. Parte 1-1: Regole generali – Regole comuni e regole per gli edifici

Anche le proprietà del legno necessarie alla caratterizzazione meccanica della connessione, rigidità in direzione parallela alle fibre  $k_w$  e tensione di rifollamento  $f_{hw}$  in condizioni di contenuto d'acqua pari al 12%, sono state desunte sperimentalmente e sono risultate rispettivamente pari a 833 MPa e 24,8 MPa (Marini et al., 2009). Tali valori appaiono modesti, se confrontati con quelli tipici del legno di abete, compresi tra 800 e 1400 MPa per la rigidità a rifollamento e tra 22 e 36 MPa per la resistenza (Gelfi e Marini, 2008); tuttavia la resistenza è in linea con quella prevista dall'Eurocodice 5, pari a 24,9 MPa (cfr. cap. 5).

Le caratteristiche meccaniche della connessione sono state ricavate applicando il modello teorico proposto in Gelfi et al., 1998, poiché il modello proposto dall'Eurocodice 5 non contempla la presenza di assito tra soletta e trave (cfr. cap. 5). Per pioli con diametro  $\Phi$  pari a 20 mm e spessore dell'assito  $t$  pari a 30 mm, la rigidità della connessione risulta quindi:

$$K_p = \frac{12(\alpha_c \alpha_w)^3 E_S I_P}{Z} = 11421 \text{ N/mm} \quad (8.1)$$

Con:

$$\alpha_c = \sqrt[4]{K_c / (4E_S I_P)} = 0,035 \text{ mm}^{-1} \quad (8.2)$$

$$\alpha_w = \sqrt[4]{K_w / (4E_S I_P)} = 0,019 \text{ mm}^{-1} \quad (8.3)$$

$$Z = 3 \cdot (\alpha_c^2 + \alpha_w^2) \cdot (\alpha_c + \alpha_w) + 3 \cdot t \alpha_c \alpha_w (\alpha_c + \alpha_w)^2 + 3 \cdot t^2 \alpha_c^2 \alpha_w^2 (\alpha_c + \alpha_w) + t^3 \alpha_c^3 \alpha_w^3 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ mm}^{-3} \quad (8.4)$$

Dove:  $K_c$  = rigidità del calcestruzzo, assunta pari a 10000 N/mm<sup>2</sup>  
 $K_w$  = rigidità sperimentale del legno, pari a 833 N/mm<sup>2</sup>  
 $E_S$  = modulo elastico del connettore, pari a 210000 N/mm<sup>2</sup>  
 $I_P$  =  $\pi\Phi^4/64$ , momento d'inerzia del piolo, pari a 7854 mm<sup>4</sup>

La resistenza ultima della connessione risulta invece:

$$V_u = \sqrt{\frac{2\beta}{1+\beta}} \sqrt{2M_y f_{hw} \Phi + \frac{\beta}{1+\beta} \frac{(f_{hw} t \Phi)^2}{2}} - \frac{\beta}{1+\beta} f_{hw} t \Phi = 19149 \text{ N} \quad (8.5)$$

Dove:  $\beta$  =  $f_{hc} / f_{hw}$ , pari a 4,48

- $f_{hw}$  = resistenza a rifollamento sperimentale del legno, pari a 24,8 MPa
- $f_{hc}$  = resistenza a rifollamento del calcestruzzo, assunta pari a  $5f_{cm} = 5 \cdot 22,2 \text{ MPa} = 111 \text{ N/mm}^2$
- $M_y$  =  $f_y \Phi^3 / 6$ , momento resistente plastico del piolo, pari a 513333 N·mm
- $f_y$  = tensione di snervamento sperimentale del piolo, pari a  $385 \text{ N/mm}^2$  (Marini et al., 2009)

CARATTERISTICHE MECCANICHE DELLA CONNESSIONE			
Rigidezza	$K_p$	[N/mm]	11421
Capacità portante	$V_u$	[N]	19149

Tab. 8.3 – Caratteristiche meccaniche della connessione secondo il modello presentato in Gelfi et al., 1998

Il getto della soletta è avvenuto il 26/05/2008, in ambiente interno non controllato, dove la trave è rimasta fino al momento della prova. Prima dell'esecuzione della soletta, la struttura è stata puntellata, affinché il peso del getto non gravasse sulla trave in legno durante la maturazione.

Il calcestruzzo è stato realizzato impiegando un cemento tipo Portland, di classe R52,5. I risultati delle prove per determinare la resistenza a compressione, condotte secondo le prescrizioni della norma UNI EN 12390-3<sup>4</sup>, hanno fornito una resistenza cubica media a 28 giorni pari a  $R_{cm} = 26,8 \text{ MPa}$ , corrispondente a una resistenza cubica caratteristica  $R_{ck} = 17,2 \text{ MPa}$ , che colloca il calcestruzzo nella classe di resistenza C12/15. Il modulo elastico del calcestruzzo risulta quindi, secondo quanto previsto dall'Eurocodice 2<sup>5</sup>:

$$E_c = 22000 \cdot \left( \frac{f_{cm}}{10} \right)^{0,3} = 22000 \cdot \left( \frac{0,83R_{cm}}{10} \right)^{0,3} = 27963 \text{ MPa} \quad (8.6)$$

L'armatura della soletta è costituita da una rete elettrosaldata in acciaio B450C, di diametro pari a 6 mm e maglia 100 x 100 mm.

<sup>4</sup> UNI EN 12390-3:2003, Prova sul calcestruzzo indurito - Resistenza alla compressione dei provini

<sup>5</sup> UNI EN 1992-1-1:2005, Eurocodice 2: Progettazione delle strutture in calcestruzzo. Parte 1-1: Regole generali e regole per gli edifici



## 8.2.2 Applicazione dei carichi

L'applicazione dei carichi di prova è avvenuta attraverso il posizionamento di 6 blocchi di calcestruzzo sulla trave, semplicemente appoggiata a due supporti in acciaio di 20 cm di larghezza, che riducono la luce di calcolo a 8,4 m.

Poiché la prova ha lo scopo di monitorare il comportamento della struttura in esercizio, è stato imposto alla trave un carico corrispondente alla combinazione quasi permanente delle azioni prevista dalle Norme Tecniche 2008<sup>6</sup> per le verifiche degli effetti a lungo termine:  $G_1 + G_2 + \Psi_{21}Q_{k1}$ , dove  $G_1$  è il peso proprio,  $G_2$  indica i carichi permanenti portati,  $\Psi_{21}$  è il coefficiente di combinazione quasi permanente e  $Q_{k1}$  indica il valore dei carichi variabili per la destinazione d'uso d'interesse, per cui in questo caso è stato adottato il valore pertinente agli uffici aperti al pubblico (Tab. 8.4).

COMBINAZIONE DI CARICO			
Peso Proprio	$G_1$	[kN/m]	1,77
Carichi permanenti portati	$G_2$	[kN/m <sup>2</sup> ]	2,50
Carichi variabili per uffici aperti al pubblico	$Q_k$	[kN/m <sup>2</sup> ]	3,00
Coefficiente di combinazione quasi permanente	$\Psi_{21}$	[-]	0,3

Tab. 8.4 – Combinazione di carico scelta per la trave

Questa combinazione delle azioni corrisponde a un carico portato uniformemente distribuito pari a:

$$q_{es} = (G_2 + \Psi_{21} \cdot Q_{k1}) \cdot i = (2,5 + 0,3 \cdot 3) \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot 0,9 \text{ m} = 3,06 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad (8.7)$$

Essendo la trave semplicemente appoggiata, con una luce di calcolo pari a 8,40 m, tale carico determina un momento in mezzzeria pari a:

$$M_q = \frac{q_{es} \cdot L^2}{8} = \frac{3,06 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot (8,40 \text{ m})^2}{8} = 26,99 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad (8.8)$$

Al fine di ottenere una distribuzione del momento sulla trave il più possibile prossima a quella determinata dal carico distribuito, sono stati utilizzati 6 blocchi di

<sup>6</sup> D.M. 14/01/2008: Norme Tecniche per le Costruzioni

calcestruzzo di 100 x 35 x 50 cm di dimensione, posizionati a una distanza di 40 cm l'uno dall'altro (Fig. 8.5).

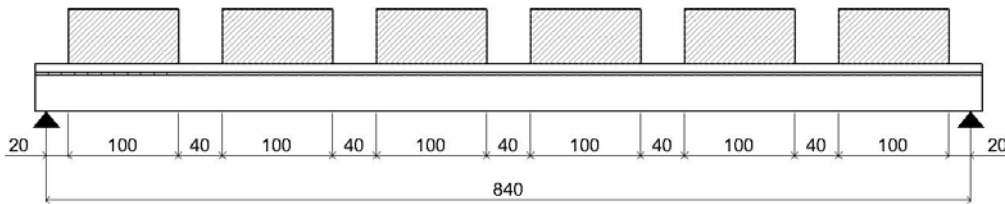


Fig. 8.5 – Disposizione dei blocchi di calcestruzzo

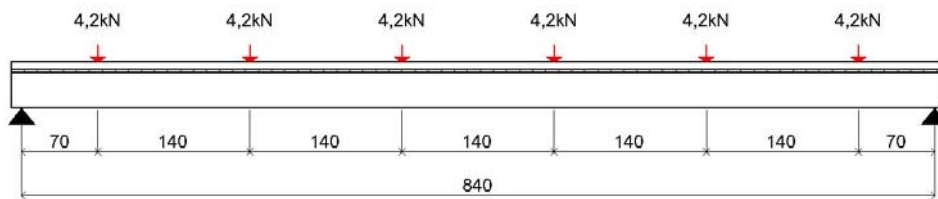


Fig. 8.6 – Schema di carico della trave

Ciascun blocco fornisce un carico concentrato pari a (Fig. 8.6):

$$P = \left( 24 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \cdot 1 \text{ m} \cdot 0,5 \text{ m} \cdot 0,35 \right) = 4,2 \text{ kN} \quad (8.9)$$

che determina un momento massimo in mezzeria pari a:

$$\begin{aligned} M_{es} = M_p &= 3 \cdot P \cdot \frac{L}{2} - P \cdot \left( \frac{L}{2} - x_1 \right) - P \cdot \left( \frac{L}{2} - x_2 \right) - P \cdot \left( \frac{L}{2} - x_3 \right) = \\ &= (1,2 \text{ kN} \cdot 4,2 \text{ m}) - 4,2 \text{ kN} (3,5 + 2,1 + 0,7) \text{ m} = 26,46 \text{ kN} \cdot \text{m} \end{aligned} \quad (8.10)$$

Il peso proprio della trave è pari a:

$$G_1 = G_{cls} + G_{legno} = 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \cdot 0,07 \text{ m} \cdot 0,9 \text{ m} + 3,8 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \cdot 0,32 \text{ m} \cdot 0,16 \text{ m} = 1,77 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad (8.11)$$

Il momento flettente complessivo in mezzeria risulta dunque (Fig. 8.7):

$$M = M_{es} + G_1 \frac{L^2}{8} = 26,46 \text{ kN} \cdot \text{m} + 15,61 \text{ kN} \cdot \text{m} = 42,07 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad (8.12)$$

La reazione vincolare all'appoggio determinata dai blocchi risulta:

$$V_{es} = \frac{1}{2} \cdot 6P = 3 \cdot 4,2 \text{ kN} = 12,6 \text{ kN} \quad (8.13)$$

La reazione vincolare all'appoggio determinata dai blocchi e dal peso proprio, corrispondente all'azione di taglio massima, risulta dunque (Fig. 8.8):

$$V_{max} = \frac{1}{2} (6 \cdot P + G_1 \cdot L) = \frac{1}{2} \left( 6 \cdot 4,2 \text{ kN} + 1,77 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 8,4 \text{ m} \right) = 20,03 \text{ kN} \quad (8.14)$$

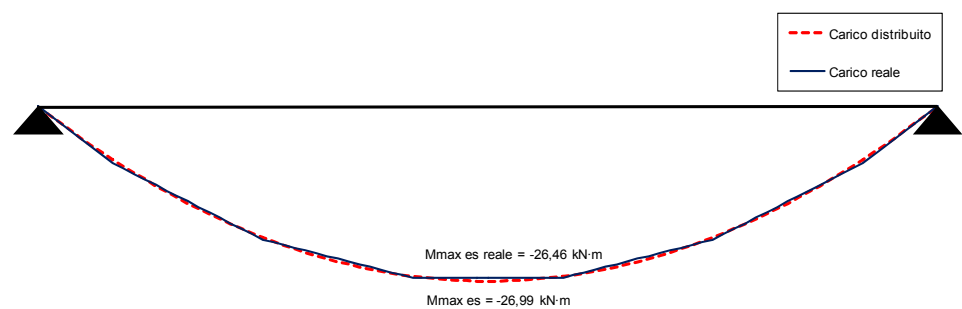


Fig. 8.7 – Diagrammi dei momenti flettenti derivanti dal carico portato uniformemente distribuito e dai 6 carichi concentrati

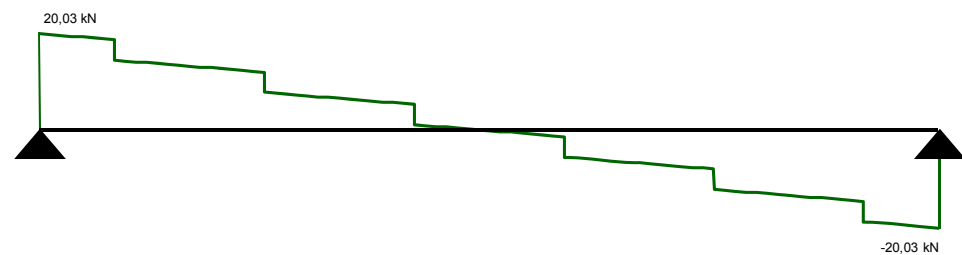


Fig. 8.8 – Diagramma dell'azione di taglio agente sulla trave

### 8.2.3 Strumentazione

Per monitorare il comportamento deformativo della struttura, si è provveduto a rilevare sia la deformazione flessionale in mezzeria della trave, sia lo scorrimento tra la soletta in calcestruzzo e la trave in legno. La misura della freccia è avvenuta attraverso il posizionamento di due comparatori analogici centesimali sulle facce opposte della trave, in corrispondenza della mezzeria; per la misura dello scorrimento sono stati invece impiegati quattro comparatori analogici millesimali (Fig. 8.9), due prossimi agli appoggi, dove l'azione di taglio è maggiore (S1 e S4, Fig. 8.11), e due a una distanza di 2,65 m dagli appoggi (S2 e S3, Fig. 8.11).



Fig. 8.9 – Comparatore analogico millesimale per il rilevamento dello scorrimento trave-soletta

Fig. 8.10 – Rilevamento del contenuto d'acqua della trave

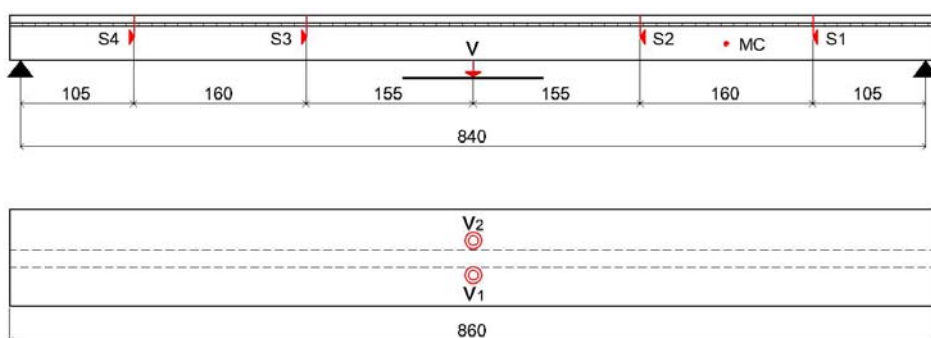


Fig. 8.11 – Posizione dei comparatori analogici utilizzati per il monitoraggio della deformazione

Per valutare l'influenza delle condizioni ambientali sul comportamento deformativo della trave, si è provveduto al monitoraggio dei parametri di temperatura, umidità relativa dell'aria e contenuto d'acqua del legno. Il contenuto d'acqua della trave è stato rilevato a una profondità di 40 mm, mediante uno strumento a infissione (Fig. 8.10), in un punto a circa 180 cm dall'appoggio (Fig. 8.11).

#### 8.2.4 Modalità di prova

La prova è iniziata il 6/02/2009, 256 giorni dopo il getto, all'interno del Laboratorio di Prove Materiali Pietro Pisa dell'Università degli Studi di Brescia. Rimossi i puntelli che, durante la maturazione, hanno impedito la deformazione della trave in legno sotto il carico della soletta, si è provveduto al posizionamento degli strumenti e quindi all'applicazione del carico attraverso il collocamento dei blocchi in calcestruzzo, procedendo da quelli più vicini agli appoggi a quelli centrali.

### 8.3. RISULTATI

#### 8.3.1 Deformazioni istantanee

A seguito della rimozione dei puntelli e dell'applicazione del carico, che determinano un momento in mezzera totale di 42,07 kN·m, si è registrato un valore della freccia istantanea, ottenuto dalla media delle letture sulle due facce della trave, pari a  $v_{ist} = 17,29$  mm.

I valori dello scorrimento trave-soletta sono risultati pari a  $S_{1ist} = 0,381$  mm e a  $S_{4ist} = 0,383$  mm in corrispondenza del primo e del quarto punto di rilevamento, posti a 1,05 m di distanza dagli appoggi, dove l'azione di taglio agente sulla trave risulta:

$$V_1 = V_{max} - G_1 \cdot x_1 - P = 20,03\text{kN} - 1,77 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 1,05\text{m} - 4,2\text{kN} = 13,98\text{kN} \quad (8.15)$$

Sono invece risultati pari a  $S_{2ist} = 0,208$  mm e a  $S_{3ist} = 0,238$  mm in corrispondenza del secondo e del terzo punto di rilevamento, a 2,65 m dagli appoggi, dove l'azione di taglio è pari a:

$$V_2 = V_{\max} - G_1 \cdot x_2 - 2P = 20,03\text{kN} - 1,77 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 2,65\text{m} - 8,4\text{kN} = 6,94\text{kN} \quad (8.16)$$

SPOSTAMENTI ISTANTANEI			
Azione		Spostamento	
$M_{\max}$ [kN·m]	42,07	$V_{\text{ist}}$ [mm]	17,29
$V_1$ [kN]	13,98	$S_{1 \text{ ist}}$ [mm]	0,381
$V_2$ [kN]	6,94	$S_{2 \text{ ist}}$ [mm]	0,208
$V_3$ [kN]	6,94	$S_{3 \text{ ist}}$ [mm]	0,238
$V_4$ [kN]	13,98	$S_{4 \text{ ist}}$ [mm]	0,383
		<b>Media scorrimenti</b>	
		$S_{1 \text{ ist}}/ S_{4 \text{ ist}}$ [mm]	0,382
		$S_{2 \text{ ist}}/ S_{3 \text{ ist}}$ [mm]	0,223

Tab. 8.5 – Valori istantanei della freccia in mezzeria e degli scorrimenti trave-soletta

### 8.3.2 Deformazioni differite

Nel seguito sono descritti i risultati riguardanti i primi due anni di prova. In questo periodo, le condizioni ambientali cui è stata soggetta la trave sono quelle relative a un ambiente interno, riscaldato in inverno e non condizionato in estate. In questo lasso di tempo sono stati registrati i dati concernenti umidità e temperatura ambientali diurne, mentre non sono disponibili i dati riguardanti le condizioni notturne e quelli riguardanti i giorni festivi, in cui il riscaldamento non era in funzione (Fig. 8.12); tali dati non sono comunque necessari al fine di interpretare il comportamento della trave in un ampio arco temporale.

La temperatura minima registrata è pari a 12 °C, in corrispondenza di alcune attività che hanno richiesto l'apertura prolungata degli accessi al laboratorio, a dispetto del periodo invernale; si tratta comunque di un picco occasionale, poiché il riscaldamento ha mantenuto una temperatura diurna pressoché costante, superiore a 18 °C, da ottobre a marzo. A partire da marzo, la temperatura sale gradualmente fino ai mesi estivi: il valore massimo registrato è di 30 °C.

L'umidità relativa media registrata è piuttosto bassa, pari al 40%, a causa del riscaldamento che, nel periodo invernale, ha determinato valori minimi che sono giunti fino al 18%. Il picco superiore di umidità relativa rilevato è pari al 71%, ma un'umidità relativa superiore al 60% è stata registrata solo in 5 occasioni.

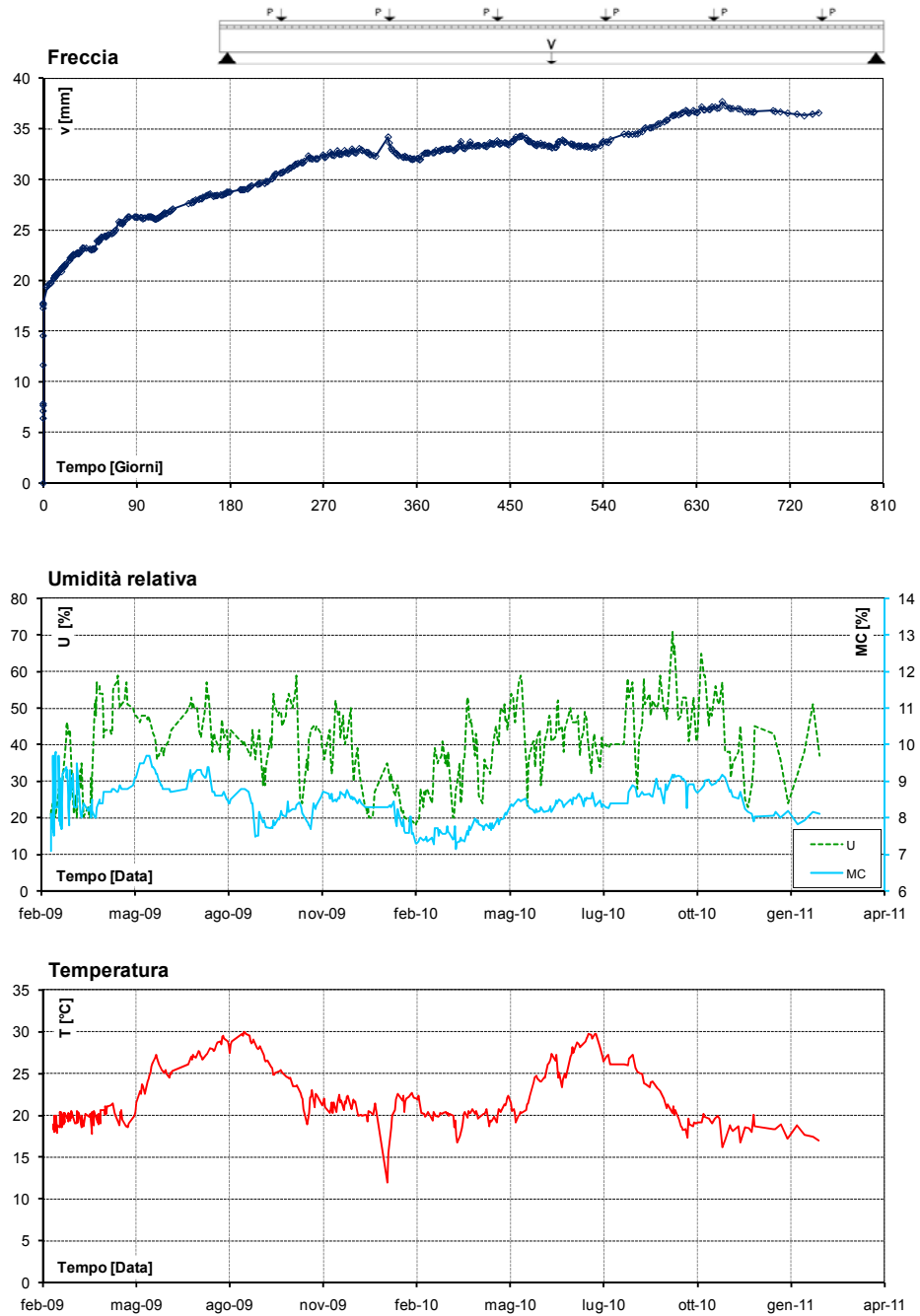


Fig. 8.12 – Andamento della freccia nel tempo a confronto con i dati relativi a contenuto d'acqua della trave, umidità ambientale e temperatura

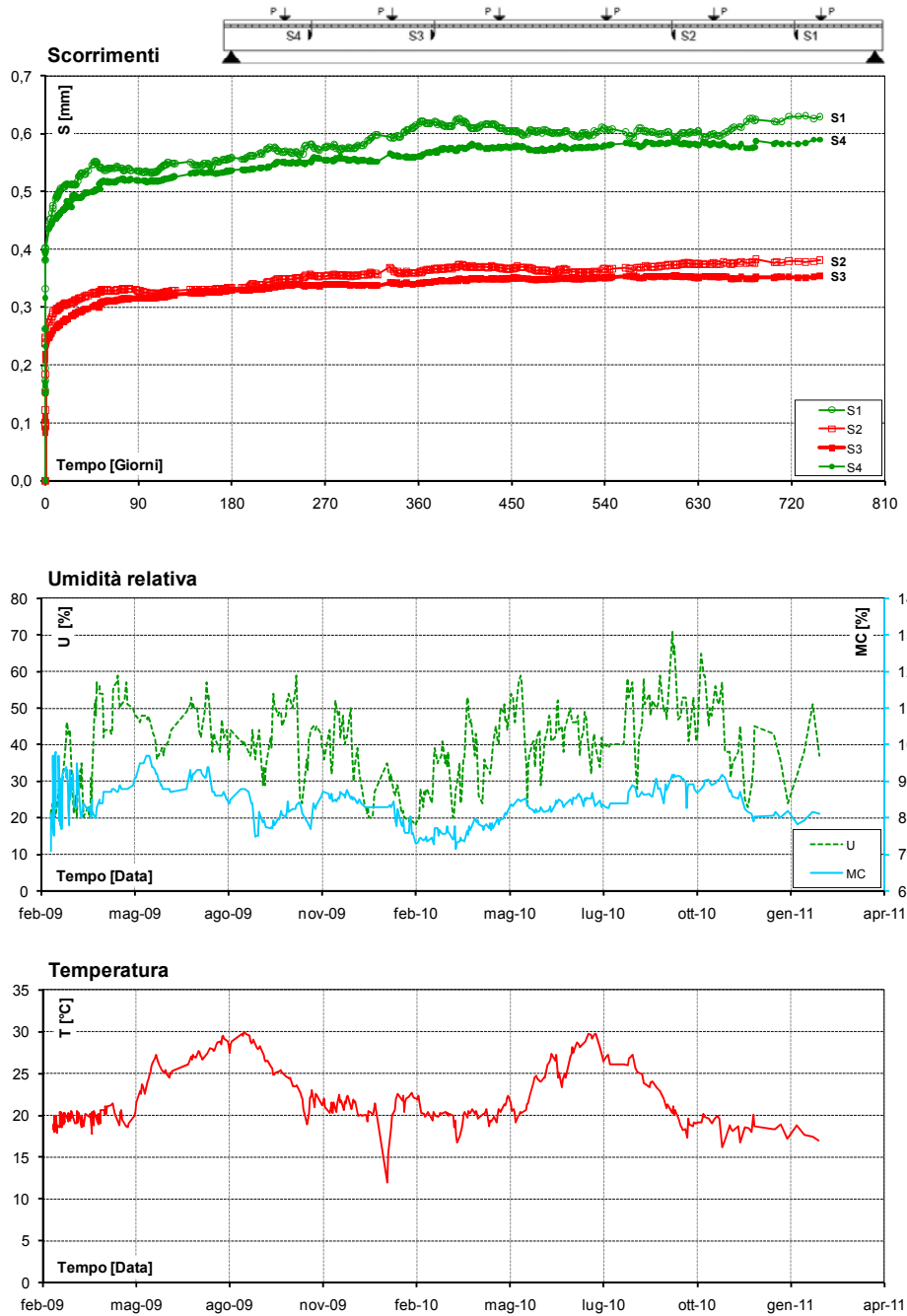


Fig. 8.13 – Andamento dello scorrimento trave-soletta nel tempo a confronto con i dati relativi a contenuto d'acqua della trave, umidità ambientale e temperatura



Nonostante l'effetto del riscaldamento nei mesi invernali, i valori giornalieri dell'umidità relativa sono molto variabili; è possibile tuttavia riconoscere una tendenza crescente nei mesi primaverili, riflessa anche dall'andamento del contenuto d'acqua, e un andamento decrescente nei mesi invernali.

Il contenuto d'acqua della trave, rilevato a 40 mm di profondità, è stato assunto come valore medio del contenuto d'acqua della sezione; considerata la ridotta variabilità del contenuto d'acqua rilevato, compreso tra un massimo del 9,8% e un minimo del 7,1%, nell'analisi dei risultati è stata trascurata la sua influenza sul modulo elastico del legno. Poiché lo strumento utilizzato può essere regolato in funzione della temperatura ambientale con una sensibilità di 5 °C, i valori del contenuto d'acqua alle temperature intermedie sono stati ricavati per interpolazione.

Alla luce dei dati rilevati, la classe di servizio della struttura può essere considerata corrispondente alla classe 1 prevista dalla normativa<sup>7</sup>.

CLASSI DI SERVIZIO	
<b>Classe di servizio 1</b>	È caratterizzata da un'umidità del materiale in equilibrio con l'ambiente a una temperatura di 20°C e un'umidità relativa dell'aria circostante che non superi il 65% se non per poche settimane l'anno.
<b>Classe di servizio 2</b>	È caratterizzata da un'umidità del materiale in equilibrio con l'ambiente a una temperatura di 20°C e un'umidità relativa dell'aria circostante che superi l'85% solo per poche settimane l'anno.
<b>Classe di servizio 3</b>	È caratterizzata da un'umidità più elevata di quella della classe di servizio 2.

Tab. 8.6 – Classi di servizio per le strutture in legno (CNR-DT206/2007, p.17)

Al termine del secondo anno di prova, non è possibile affermare con certezza che la freccia della trave si sia stabilizzata, oscillando attorno ad un valore fisso per effetto delle condizioni ambientali (Fig. 8.12). Dopo il primo anno, la freccia ha raggiunto un valore di 32,35 mm, pari a 1,9 volte il valore istantaneo; al termine del secondo anno, la freccia ha raggiunto i 36,47 mm, pari a 2,1 volte il valore della freccia istantanea. Il tasso di crescita della freccia nel primo anno è stato dunque pari all'87%, e ancora pari al 13% nel corso del secondo anno.

I valori dello scorrimento trave-soletta, al contrario, sembrano essersi assestati già al termine del primo anno di prova (Fig. 8.13), raggiungendo un valore medio di 0,592 mm, corrispondente a 1,5 volte il valore istantaneo, alla distanza di 1,05 m dagli appoggi. Il tasso di crescita medio dello scorrimento rilevato dai

<sup>7</sup> Eurocodice 5, CNR-DT 206-2007, Norme Tecniche per le Costruzioni 2008

comparatori 1 e 4, nel corso del primo anno di prova, è stato dunque del 55%, a fronte di un tasso di crescita nel secondo anno del solo 2%, per un valore medio dello scorrimento di 0,606 mm. Risultati analoghi si sono riscontrati per lo scorrimento medio rilevato a 2,65 m dagli appoggi, che ha raggiunto un valore di 0,353 mm al termine del primo anno, per un tasso di crescita del 58%, e un valore di 0,365 mm al termine del secondo anno, per un tasso di crescita del 3% (Tab. 8.7).

SPOSTAMENTI DIFFERITI					
Spostamento	Istantaneo [mm]	I anno [mm]	II anno [mm]	Tasso di crescita I anno	Tasso di crescita II anno
v	17,29	32,35	36,47	87%	13%
S <sub>1</sub>	0,381	0,621	0,630	63%	1%
S <sub>2</sub>	0,208	0,342	0,351	64%	3%
S <sub>3</sub>	0,238	0,364	0,379	53%	4%
S <sub>4</sub>	0,383	0,564	0,583	47%	3%
Media S <sub>1</sub> /S <sub>4</sub>	0,382	0,592	0,606	55%	2%
Media S <sub>2</sub> /S <sub>3</sub>	0,223	0,353	0,365	58%	3%

Tab. 8.7 – Spostamenti differiti

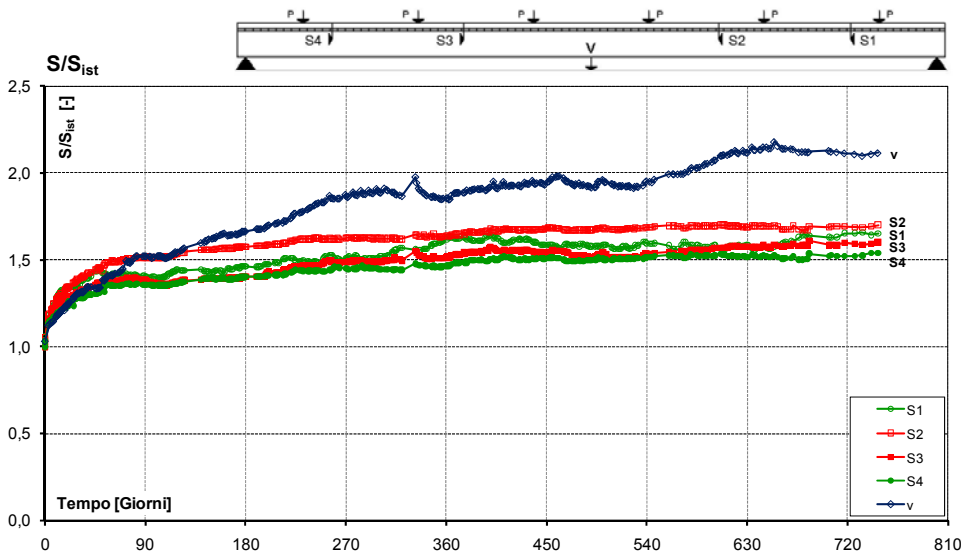


Fig. 8.14 – Curva Spostamento/Spostamento istantaneo - Tempo

## 8.4. ANALISI DEI RISULTATI

### 8.4.1 Deformazioni istantanee

Nel capitolo 5 è stato presentato il metodo proposto dall'Eurocodice 5 per la determinazione dello stato di sforzo della sezione mista, che nel seguito sarà indicato per brevità come "metodo  $\gamma$ ". Tale approccio costituisce un'approssimazione del metodo di Möhler e si basa sulle ipotesi di comportamento elastico lineare dei materiali e della connessione, conservazione delle sezioni piane, uguaglianza degli abbassamenti e delle curvature tra le linee d'asse di trave e soletta per piccoli spostamenti e connessione uniformemente distribuita lungo l'asse della trave. Nello stesso capitolo, è stato inoltre descritto il metodo semplificato proposto in Gelfi e Giuriani, 2003, per la determinazione della freccia istantanea della trave mista, indicato come "metodo *n modificato*". È opportuno ricordare che entrambi questi metodi non tengono conto della deformazione indotta dal taglio nelle due sezioni parziali di legno e calcestruzzo, poiché, per strutture di questo tipo, essa risulta trascurabile. Nel seguito sono posti a confronto i valori di freccia e scorrimento istantanei determinati mediante tali metodi di calcolo con i risultati sperimentali.

Poiché l'applicazione del carico è avvenuta 256 giorni dopo il getto, la resistenza a compressione media del calcestruzzo all'inizio della prova risulta, secondo quanto previsto dall'Eurocodice 2:

$$f_{cm}(t_i) = \beta_{cc}(t_i) \cdot f_{cm} = 1,14 \cdot 22,2 \text{ MPa} = 25,4 \text{ MPa} \quad (8.17)$$

Dove:

$$\beta_{cc}(t_0) = \exp \left\{ s \left[ 1 - \left( \frac{28}{t_0} \right)^{1/2} \right] \right\} = 1,14 \quad (8.18)$$

Con:  $t_i$  = tempo trascorso tra il getto e l'inizio della prova in giorni  
 $s$  = coefficiente che dipende dal tipo di cemento, pari a 0,2 per cementi di classe R

Il modulo elastico del calcestruzzo all'inizio della prova risulta quindi:

$$E_c(t_i) = 22000 \cdot \left( \frac{f_{cm}(t_i)}{10} \right)^{0,3} = 29109 \text{ MPa} \quad (8.19)$$

PARAMETRI PER LA DETERMINAZIONE DELLA FRECCIA					
Sezione ideale					
H	[cm]	42	n	[-]	2,65
L	[cm]	840	y <sub>G</sub>	[cm]	33,21
E <sub>w</sub>	[MPa]	11000	I <sub>id</sub>	[cm <sup>4</sup> ]	248798
E <sub>c</sub>	[MPa]	29109			
Metodo γ					
S <sub>min</sub>	[cm]	7,50	K <sub>P</sub>	[N/mm]	11421
S <sub>max</sub>	[cm]	20	I <sub>0</sub>	[cm <sup>4</sup> ]	50498
S <sub>eq</sub>	[mm]	10,63	γ	[-]	0,64
d <sub>G</sub>	[cm]	22,50	I <sub>eff</sub>	[cm <sup>4</sup> ]	177604
Metodo n mod					
S <sub>c</sub>	[cm <sup>3</sup> ]	8813	V <sub>PJ</sub>	[kN]	7,54
α	[-]	3,2	d*	[cm]	28,23

Tab. 8.8 – Parametri per il calcolo della freccia in mezzeria della trave con il “metodo n”, il “metodo γ” e il “metodo n modificato”

Nell'ipotesi d'incollaggio perfetto tra la soletta in calcestruzzo e la trave in legno, come si è visto, sarebbe possibile determinare lo stato di sforzo della sezione attraverso il momento d'inerzia della sezione ideale, omogeneizzata in base al rapporto tra i moduli elastici di legno e calcestruzzo. Per la sezione considerata, nell'ipotesi d'incollaggio perfetto e di contributo trascurabile dell'armatura della soletta, gli sforzi massimi nel legno e nel calcestruzzo risulterebbero:

$$\sigma_w = \frac{M \cdot y_G}{I_{id}} = \frac{42,07 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 33,21 \text{ cm}}{248791 \text{ cm}^4} = 5,62 \text{ MPa} \quad (8.20)$$

$$\sigma_{cls} = \frac{M \cdot (H - y_G)}{I_{id}} \cdot n = \frac{42,07 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 8,79 \text{ cm}}{248791 \text{ cm}^4} \cdot 2,65 = 3,93 \text{ MPa} \quad (8.21)$$

- Dove:
- y<sub>G</sub> = distanza del baricentro della sezione ideale omogeneizzata al legno dal lembo inferiore della trave
  - I<sub>id</sub> = momento d'inerzia della sezione ideale omogeneizzata al legno
  - H = altezza della sezione mista

$n$  = rapporto tra il modulo elastico del legno e quello del calcestruzzo

La freccia in mezzeria della trave risulterebbe invece:

$$v_{id} = \frac{5}{384} \frac{(G_1 + q_{es}) \cdot L^4}{E_w I_{id}} = 11,44 \text{ mm} \quad (8.22)$$

Dove:  $E_w$  = modulo elastico del legno

Il coefficiente  $\gamma$  di efficacia della connessione è pari a:

$$\gamma = \left( 1 + \pi^2 \frac{E_w (I_{id} - I_0)}{d_G^2} \frac{s_{eq}}{K_p L^2} \right)^{-1} = 0,64 \quad (8.23)$$

Dove:  $I_0$  = momento d'inerzia della sezione priva di connessione omogeneizzata al legno

$d_G$  = distanza tra i baricentri della soletta e del travetto

$s_{eq}$  = passo equivalente dei connettori =  $0,75s_{min} + 0,25 s_{max}$

Per cui il momento d'inerzia efficace della trave composta omogeneizzata al legno,  $I_{eff}$ , risulta:

$$I_{eff} = I_0 + \gamma(I_{id} - I_0) = 177604 \text{ cm}^4 = 71\% I_{id} \quad (8.24)$$

Si ottiene quindi una freccia pari a:

$$v_y = \frac{5}{384} \frac{(G_1 + q_{es}) \cdot L^4}{E_w I_{eff}} = 16,03 \text{ mm} = 140\% v_{id} \quad (8.25)$$

Le quote di momento flettente agenti sul travetto e sulla soletta e l'azione assiale risultano (Fig. 8.15):

$$M_w = \frac{I_w}{I_{eff}} M = 10,35 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad (8.26)$$

$$M_c = \frac{n I_c}{I_{eff}} M = 1,61 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad (8.27)$$

$$N = \frac{M}{d_G} \gamma \left( \frac{I_{id} - I_0}{I_{eff}} \right) = 133,82 \text{ kN} \quad (8.28)$$

Lo sforzo massimo di compressione nella soletta risulta allora:

$$\sigma_c = -\frac{N}{A_c} - \frac{M_c}{W_c} = -4,32 \text{ MPa} \quad (8.29)$$

Il massimo sforzo di tensione nella trave è invece pari a:

$$\sigma_w = \frac{N}{A_c} + \frac{M_w}{W_w} = 6,40 \text{ MPa} \quad (8.30)$$

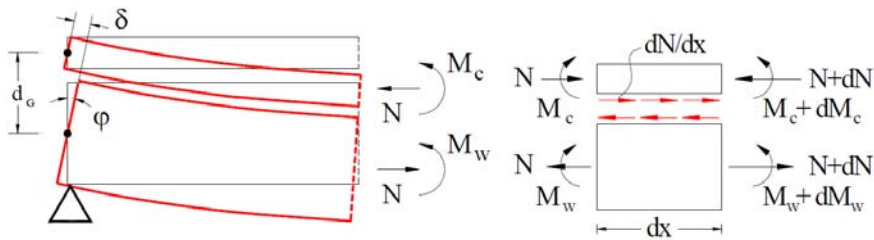


Fig. 8.15 – Azioni interne nella soletta e nel travetto (Gelfi e Marini, 2008)

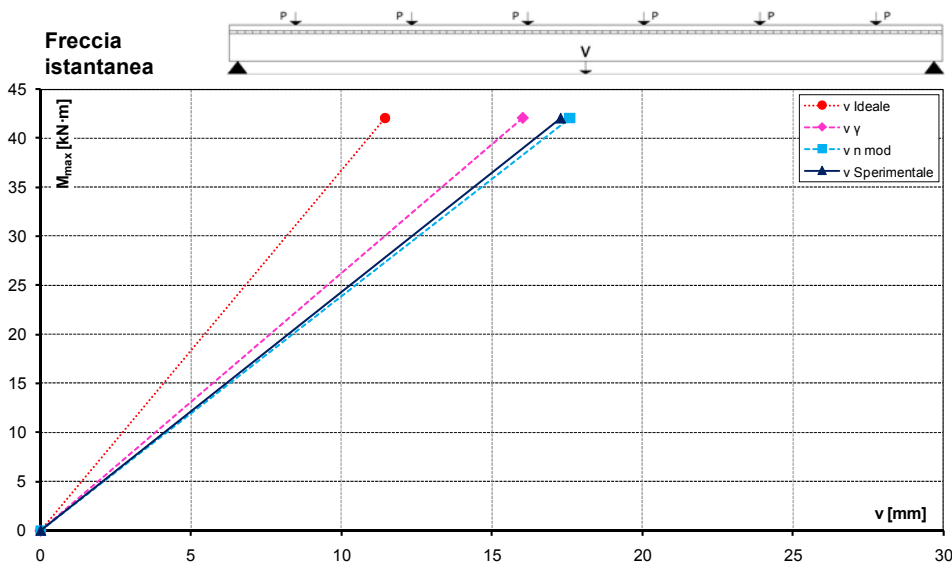


Fig. 8.16 – Confronto tra la freccia istantanea sperimentale, la freccia ideale prevista nell'ipotesi di connessione perfetta, la freccia prevista con il "metodo  $\gamma$ " e quella prevista con il "metodo n modificato"

Per valutare la freccia con il “metodo *n modificato*”, infine, è necessario stimare lo scorrimento trave-soletta  $S_0$  all'appoggio. Secondo la teoria classica di Jourawski, l'azione di taglio agente sul connettore all'appoggio risulta:

$$V_{PJ} = \frac{V_{\max} S_c}{I_{id}} = 7,54 \text{ kN} \quad (8.31)$$

Dove  $S_c$  è il momento statico della soletta omogeneizzata al legno rispetto al baricentro della sezione ideale.

Lo scorrimento  $S_0$  risulta quindi:

$$S_0 = \frac{V_{PJ}}{K_p} = 0,66 \text{ mm} \quad (8.32)$$

Si può allora determinare la freccia della trave:

$$v_{n\text{mod}} = v_{id} + \frac{S_0 L}{d^* \alpha} = 17,58 \text{ mm} = 154\% v_{id} \quad (8.33)$$

Dove:  $d^* = I_{id}/S_c$   
 $\alpha = \varphi(L/v)$ , rappresenta il legame tra la rotazione all'appoggio e il rapporto tra la luce e la freccia della trave, pari a 3,2 nell'ipotesi di trave in semplice appoggio e carico uniformemente distribuito

Sia il “metodo  $\gamma$ ” che il “metodo *n modificato*” consentono un'ottima stima della freccia istantanea della trave, che si è vista, sperimentalmente, essere pari a 17,29 mm; l'errore di previsione commesso applicando il “metodo  $\gamma$ ” è pari a circa il 7%, mentre quello commesso applicando il “metodo *n modificato*” è pari al 2% (Fig. 8.16).

		Freccia [mm]	Differenza [%]
<b>Sperimentale</b>	$v_{ist}$	17,29	-
<b>Metodo n</b>	$v_{id}$	11,44	34%
<b>Metodo <math>\gamma</math></b>	$v_\gamma$	16,03	7%
<b>Metodo n mod</b>	$v_{n\text{mod}}$	17,58	2%

Tab. 8.9 – Confronto tra i valori della freccia in mezzeria determinati con il “metodo n”, il “metodo  $\gamma$ ” e il “metodo *n modificato*” e il valore rilevato nella prova

Lo scorrimento dei connettori può essere calcolato, come si è visto, applicando la teoria classica di Jourawski, per cui, in corrispondenza dei punti di rilevamento, esso risulterebbe:

$$S_{1J} = \frac{V_{P1J}}{K_P} = \frac{V_1 S_c}{I_{id} K_P} = 7,54 \text{ kN} = 0,461 \text{ mm} \quad (8.34)$$

$$S_{2J} = \frac{V_{P2J}}{K_P} = \frac{V_2 S_c}{I_{id} K_P} = 7,54 \text{ kN} = 0,229 \text{ mm} \quad (8.35)$$

Applicando il “metodo  $\gamma$ ”, esso risulterebbe invece:

$$S_{1\gamma} = \frac{V_{P1\gamma}}{K_P} = \gamma \frac{I_{id} - I_0}{d_G I_{eff}} s_{eq} V_1 = 0,414 \text{ mm} \quad (8.36)$$

$$S_{2\gamma} = \frac{V_{P2\gamma}}{K_P} = \gamma \frac{I_{id} - I_0}{d_G I_{eff}} s_{eq} V_2 = 0,205 \text{ mm} \quad (8.37)$$

Anche per quanto riguarda lo scorrimento trave-soletta, dunque, i valori previsti teoricamente mostrano un buon accordo con quelli rilevati sperimentalmente, con uno scostamento massimo del 21%.

		Scorrimento [mm]	Differenza [%]
<b>Sperimentale</b>	$S_1/S_4 \text{ ist}$	0,382	-
<b>Jourawski</b>	$S_{1J}$	0,461	21%
<b>Metodo <math>\gamma</math></b>	$S_{1\gamma}$	0,414	8%
<b>Sperimentale</b>	$S_2/S_3 \text{ ist}$	0,223	-
<b>Jourawski</b>	$S_{2J}$	0,229	3%
<b>Metodo <math>\gamma</math></b>	$S_{2\gamma}$	0,205	8%

Tab. 8.10 – Confronto tra i valori dello scorrimento trave-soletta determinati con la teoria di Jourawski e il “metodo  $\gamma$ ” e i valori sperimentali

#### 8.4.2 Deformazioni differite: confronto tra i risultati sperimentali e i coefficienti di viscosità previsti dalla normativa

Come si è visto nel capitolo 5, lo studio del comportamento reologico della trave mista legno-calcestruzzo è particolarmente complesso, poiché entrambi i



materiali, e di conseguenza anche la connessione, sono soggetti all'effetto della durata del carico, sebbene in relazione a fenomeni differenti.

Un approccio semplificato per la valutazione del comportamento deformativo a lungo termine di questo tipo di strutture è quello proposto in Ceccotti, 1995, che prevede la determinazione della freccia e dello scorrimento trave-soletta mediante il "metodo  $\gamma$ ", tenendo conto dell'effetto della durata del carico attraverso la sostituzione dei moduli elastici dei materiali e della rigidità della connessione con i moduli effettivi (Fragiacomo e Ceccotti, 2006b, cfr. cap. 5):

$$E_{c,eff}(t) = \frac{E_c(t_i)}{1 + \Phi_c(t - t_i)} \quad (8.38)$$

$$E_{w,eff}(t) = \frac{E_w}{1 + \Phi_w(t - t_i)} \quad (8.39)$$

$$K_{P,eff}(t) = \frac{K_P}{1 + \Phi_P(t - t_i)} \quad (8.40)$$

Dove:

- $E_{c,eff}$  = modulo elastico effettivo del calcestruzzo al tempo  $t$
- $\Phi_c$  = coefficiente di viscosità del calcestruzzo
- $E_{w,eff}$  = modulo elastico effettivo del legno
- $\Phi_w$  = coefficiente di viscosità del legno
- $K_{P,eff}$  = rigidità effettiva della connessione
- $\Phi_P$  = coefficiente di viscosità della connessione
- $t - t_i$  = durata del carico

Nel seguito questo approccio, che trascura l'effetto delle deformazioni anelastiche conseguenti al ritiro del calcestruzzo e alla variazione delle condizioni igrotermiche, oltre che le variazioni del modulo elastico del legno legate al contenuto d'acqua, viene utilizzato per determinare la freccia finale della trave in funzione dei coefficienti di viscosità previsti dagli Eurocodici al termine della vita utile della struttura, pari a 50 anni. Tale valore, che sarà indicato con il simbolo  $v_{EC}$ , verrà quindi confrontato con i risultati sperimentali.

Per quanto riguarda il legno, la normativa<sup>8</sup> prevede l'applicazione di un coefficiente di viscosità finale, indicato con il simbolo  $k_{def}$ , dipendente dalla classe di servizio della struttura (Tab. 8.11); per la connessione, la normativa prevede

<sup>8</sup> Eurocodice 5, CNR-DT 206-2007, Norme Tecniche per le Costruzioni 2008

l'adozione di un coefficiente di viscosità finale doppio rispetto a quello previsto per il legno nella medesima classe di servizio.

VALORI DI $k_{def}$				
Materiale	Riferimento normativo	Classe di servizio		
		1	2	3
Legno massiccio	EN 14081-1 <sup>9</sup>	0,6	0,8	2,0
Legno lamellare incollato	EN 14080 <sup>10</sup>	0,6	0,8	2,0
Microlamellare (LVL)	EN 14374 <sup>11</sup> , EN 14279 <sup>12</sup>	0,6	0,8	2,0

Tab. 8.11 – Valori di  $k_{def}$  per legno massiccio e legno lamellare (CNR-DT206/2007, p.90)

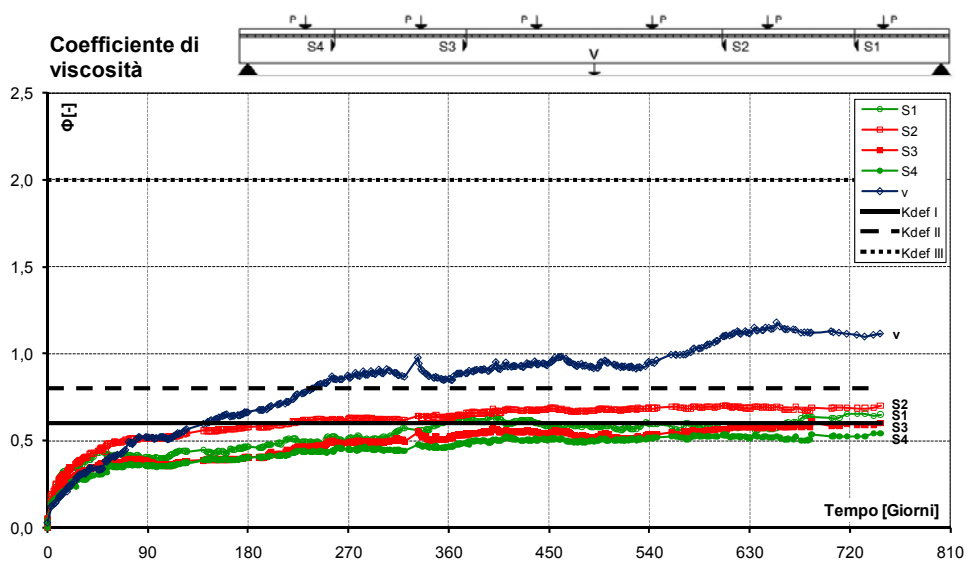


Fig. 8.17 – Confronto tra i coefficienti di viscosità sperimentali della trave e delle connessioni e quello previsto dalla normativa per le strutture in legno nelle tre classi di servizio

In Fig. 8.17 sono rappresentati i coefficienti di viscosità relativi agli spostamenti rilevati nel corso della prova, non depurati dagli effetti delle

<sup>9</sup> UNI EN 14081-1:2006, Strutture di legno - Legno strutturale con sezione rettangolare classificato secondo la resistenza - Parte 1: Requisiti generali

<sup>10</sup> UNI EN 14080:2005, Strutture di legno - Legno lamellare incollato - Requisiti

<sup>11</sup> UNI EN 14374:2005, Strutture di legno - LVL - Requisiti

<sup>12</sup> UNI EN 14279:2005, LVL - Definizioni, classificazione e specifiche

deformazioni anelastiche, che verranno discussi più avanti. Il generico coefficiente di viscosità  $\Phi(t)$  è determinato come:

$$\Phi(t) = \frac{S(t)}{S_{\text{ist}}} - 1 \quad (8.41)$$

Dove:  $S(t)$  = spostamento sperimentale al tempo  $t$   
 $S_{\text{ist}}$  = spostamento sperimentale istantaneo

I risultati sperimentali relativi ai primi due anni di prova mostrano, per la freccia della struttura composta, un coefficiente di viscosità significativamente superiore a quello previsto per le strutture in legno, sia per la classe di servizio 1, corrispondente alle condizioni ambientali osservate nel corso della prova, sia per la classe di servizio 2, corrispondente a condizioni di umidità relativa dell'aria più severe. Questo risultato è corrispondente alle attese, poiché nella struttura mista, oltre alla viscosità del legno, giocano un ruolo molto importante la viscosità del calcestruzzo e quella della connessione; nel seguito si valuterà se tale risultato risponda alle previsioni effettuate tenendo conto di questi aspetti caratteristici delle strutture miste.

Meno scontato è il risultato relativo al coefficiente di viscosità delle connessioni, significativamente inferiore sia a quello della freccia della trave, sia a quello previsto dalla normativa. Dopo i primi due anni di prova, infatti, il coefficiente di viscosità dello scorrimento trave-soletta sembra assestato attorno ad un valore medio più vicino al coefficiente di viscosità previsto dalla normativa per il legno in classe di servizio 1, pari a 0,6, che a quello previsto per le connessioni, pari al doppio. Tale risultato è in accordo con quanto riscontrato in Fragiaco et al., 2004, nel corso di prove di taglio di lunga durata su connessioni costituite da pioli nel calcestruzzo e viti nel legno in condizioni di umidità costante (cfr. cap. 5).

Nella prova condotta in ambiente esterno su una trave mista con connessione a barre nervate, solidarizzate al legno con resina epossidica, discussa in Capretti e Ceccotti, 1996, il coefficiente di viscosità della connessione rilevato dopo un anno è risultato invece molto maggiore, pari a circa 2,5. In questa prova lo scorrimento non è parso aver raggiunto una stabilizzazione neppure dopo 5 anni, diversamente dalla freccia in mezzera; tale comportamento è giustificato dalle condizioni ambientali molto severe, che hanno determinato un effetto meccanico-assorbitivo molto importante sulla connessione (Fragiacomo, 2000).

Per valutare la deformazione finale della struttura mista, nel rispetto delle prescrizioni normative, è necessario tenere conto anche del comportamento

viscoso del calcestruzzo, oltre che di quello del legno e della connessione. L'Eurocodice 2 propone un metodo grafico per la determinazione del coefficiente di viscosità  $\phi_{\infty}$  del calcestruzzo<sup>13</sup>, dipendente dalla classe del calcestruzzo, dalla maturazione del materiale al momento del carico e dalla dimensione convenzionale  $h_0$  della sezione, pari a:

$$h_0 = 2A_c/u = 12,1 \text{ cm} \quad (8.42)$$

Dove:  $A_c$  = area della sezione in calcestruzzo, pari a  $630 \text{ cm}^2$   
 $u$  = perimetro della parte esposta all'essiccamento, pari a  $104 \text{ cm}$

I risultati delle prove di compressione pongono il calcestruzzo in una classe, C12/15, che non è considerata nelle curve per la valutazione del coefficiente di viscosità; si è scelto dunque il valore massimo del coefficiente di viscosità finale  $\Phi_{\infty}$  previsto dall'Eurocodice 2 per un cemento di classe R, un parametro  $h_0$  pari a  $121 \text{ mm}$  e un'età del calcestruzzo superiore ai  $100$  giorni al momento del carico, corrispondente a  $3,5$ .

COEFFICIENTI DI VISCOSITÀ		
Legno (classe di servizio 1)	$k_{\text{def}}$	0,6
Connessione (classe di servizio 1)	$2k_{\text{def}}$	1,2
Calcestruzzo	$\Phi_{\infty}$	3,5

Tab. 8.12 – Coefficienti di viscosità previsti dagli Eurocodici per la struttura in esame

Il coefficiente di efficacia della connessione a tempo infinito  $\gamma_{\infty}$  risulta sostanzialmente invariato rispetto a quello istantaneo, a dispetto della perdita di rigidezza dei materiali:

$$\gamma_{\infty} = \left( 1 + \pi^2 \frac{E_{w,\infty} (I_{d,\infty} - I_{0,\infty})}{d_G^2} \frac{s_{\text{eq}}}{K_{p,\infty} L^2} \right)^{-1} = 0,65 \quad (8.43)$$

Dove:  $E_{w,\infty}$  = modulo elastico del legno a tempo infinito, pari a  $E_w/(1+k_{\text{def}})$

<sup>13</sup> UNI EN 1992-1-1:2005, Eurocodice 2: Progettazione delle strutture in calcestruzzo. Parte 1-1: Regole generali e regole per gli edifici, p. 21

$K_{P,\infty}$  = rigidezza della connessione a tempo infinito, pari a  $K_P/(1+2k_{def})$

$I_{id,\infty}$  = momento d'inerzia della sezione ideale omogeneizzata al legno a tempo infinito

$I_{0,\infty}$  = momento d'inerzia della sezione priva di connessione omogeneizzata al legno a tempo infinito

Il momento d'inerzia efficace della trave composta omogeneizzata al legno a tempo infinito,  $I_{eff,\infty}$ , risulta invece:

$$I_{eff,\infty} = I_0 + \gamma(I_{id} - I_0) = 136411 \text{ cm}^4 \quad (8.44)$$

Si ottiene quindi una freccia pari a:

$$v_{Y,\infty} = \frac{5}{384} \frac{(G_1 + q_{es}) \cdot L^4}{E_{w,\infty} I_{eff,\infty}} = 33,39 \text{ mm} \quad (8.45)$$

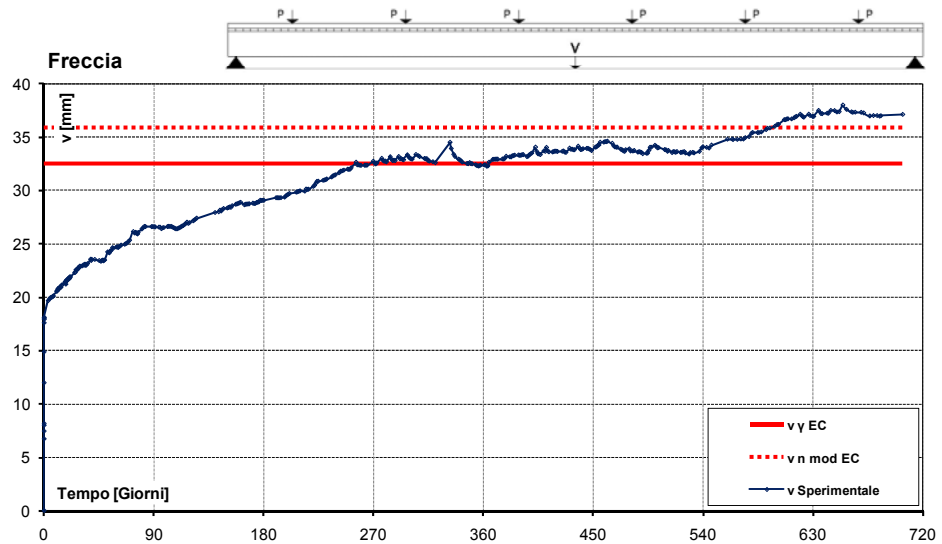


Fig. 8.18 – Confronto tra la freccia finale prevista applicando i coefficienti di viscosità degli Eurocodici e i risultati sperimentali

La freccia determinata applicando i coefficienti della normativa, senza tenere conto del ritiro del calcestruzzo, risulta dunque inferiore a quella rilevata al termine dei primi due anni di prova.

Applicando gli stessi coefficienti di viscosità al “metodo *n modificato*”, si ottiene un valore della freccia leggermente maggiore del precedente, per il diverso valore della freccia istantanea assunto, prossimo a quello rilevato sperimentalmente al termine del secondo anno di prova:

$$v_{id,\infty} = \frac{5}{384} \frac{(G_1 + q_{es}) \cdot L^4}{E_{w,\infty} I_{id,\infty}} = 24,59 \text{ mm} \quad (8.46)$$

La freccia finale determinata con il “metodo *n modificato*” risulta quindi:

$$v_{n\text{mod},\infty} = v_{id,\infty} + \frac{S_{0,\infty} L}{d_{\infty}^* \alpha} = 36,58 \text{ mm} \quad (8.47)$$

Dove:  $S_{0,\infty} = S_0 \cdot 2k_{def} =$  scorrimento trave-soletta all'appoggio a tempo infinito, pari a 1,37 mm  
 $d_{\infty}^* = I_{id,\infty} / S_{C,\infty}$   
 $S_{C,\infty} =$  momento statico della soletta omogeneizzata al legno rispetto al baricentro della sezione ideale finale

Non è tuttavia possibile esprimere un giudizio definitivo sulla corrispondenza tra questo valore e la deformazione finale della trave, poiché, come detto, non è possibile affermare con certezza che la freccia della trave si sia stabilizzata. È opportuno sottolineare, che, secondo i risultati sperimentali, i coefficienti della normativa sembrano sovrastimare il contributo della connessione alla freccia differita della trave.

PARAMETRI PER LA DETERMINAZIONE DELLA FRECCIA FINALE				
<b>Sezione ideale</b>				
$E_{w,\infty}$ [MPa]	6875	$y_{G,\infty}$ [cm]		28,07
$E_{c,\infty}$ [MPa]	6469	$I_{id,\infty}$ [cm <sup>4</sup> ]		185185
$n_{\infty}$ [cm]	0,94			
<b>Metodo <math>\gamma</math></b>				
$K_{P,\infty}$ [N/mm]	5191	$\gamma_{\infty}$ [-]		0,65
$I_{0,\infty}$ [cm <sup>4</sup> ]	46111	$I_{eff,\infty}$ [cm <sup>4</sup> ]		136411
<b>Metodo <i>n modificato</i></b>				
$S_{C,\infty}$ [cm <sup>3</sup> ]	6181	$V_{PJ,\infty}$ [kN]		7,10
$d_{\infty}^*$ [cm]	29,96	$S_{0,\infty}$ [mm]		1,38

Tab. 8.13 – Parametri per il calcolo della freccia finale della trave con i coefficienti di viscosità previsti dagli Eurocodici

		Freccia [mm]	Differenza [%]
<b>Sperimentale</b>	$v_{2 \text{ anni}}$	36,47	-
<b>Metodo <math>\gamma</math></b>	$v_{\gamma, \infty}$	33,39	-8,4%
<b>Metodo n mod</b>	$v_{n \text{ mod}, \infty}$	36,58	+0,3%

Tab. 8.14 – Confronto tra i valori finali della freccia determinati applicando i coefficienti di viscosità previsti dagli Eurocodici e il valore sperimentale riscontrato dopo due anni di prova

### 8.4.3 Deformazioni differite: valutazione del contributo dello scorrimento trave-soletta alla freccia della trave

I risultati sperimentali mostrano una tendenza alla diminuzione nel tempo del rapporto tra la freccia in mezzzeria e lo scorrimento (Fig. 8.19), sebbene sia opportuno ricordare che i dati non si riferiscono allo scorrimento massimo rilevato agli appoggi, ma a una distanza da essi di 1,05 m.

Questa tendenza sembra indicare una diminuzione progressiva del contributo dello scorrimento alla freccia della trave, a favore del contributo determinato dalla viscosità delle sezioni parziali di legno e calcestruzzo.

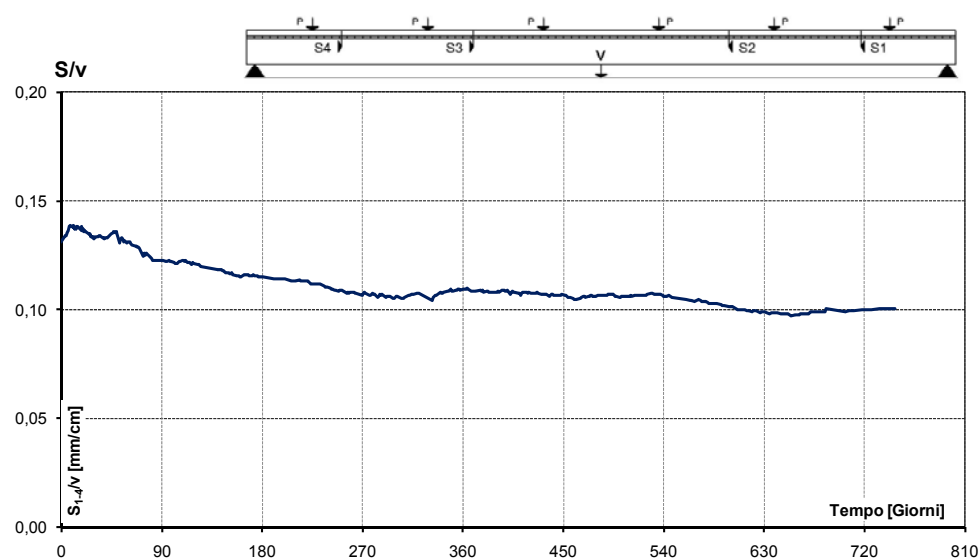


Fig. 8.19 – Andamento del rapporto tra la freccia e lo scorrimento trave-soletta nel tempo

Trascurando l'effetto della variazione della posizione dell'asse neutro della trave<sup>14</sup> e la deformabilità a taglio delle sezioni parziali in legno e calcestruzzo è possibile, sulla base del coefficiente di viscosità delle connessioni rilevato sperimentalmente, effettuare una stima della variazione del contributo dello scorrimento trave-soletta alla freccia nel tempo.

Come discusso nel capitolo 5 e nel paragrafo precedente, esiste una relazione geometrica che lega lo scorrimento massimo alla quota di freccia in mezzzeria da esso determinata, sulla base della quale è stato elaborato il "metodo *n modificato*" per il calcolo della freccia della trave (Gelfi e Giuriani, 2003):

$$v_s = \frac{S_0 L}{d^* \alpha} \quad (8.48)$$

Dove:  $v_s$  = parte della freccia determinata dallo scorrimento trave-soletta  
 $S_0$  = scorrimento all'appoggio  
 $d^*$  =  $I_{id} / S_c$ , dipende dalla posizione dell'asse neutro  
 $\alpha$  =  $\varphi (L / v)$ , pari a 3,2 nell'ipotesi di trave in semplice appoggio e carico uniformemente distribuito

Applicando il coefficiente di viscosità medio rilevato per gli scorrimenti  $S_1$  e  $S_4$  al valore dello scorrimento istantaneo all'appoggio  $S_{0ist}$ , calcolato secondo la teoria di Jourawski, è possibile compiere una stima qualitativa della parte di freccia determinata dallo scorrimento trave-soletta nel tempo (Fig. 8.20):

$$v_s(t) = \frac{S_0(t)L}{d^*(t_0) \alpha} = \frac{S_0 \Phi_P(t)L}{d^*(t_0) \alpha} \quad (8.49)$$

Dove:  $v_s(t)$  = parte della freccia determinata dallo scorrimento trave-soletta al tempo t  
 $S_0$  = scorrimento teorico all'appoggio calcolato secondo la teoria di Jourawski  
 $\Phi_P$  = coefficiente di viscosità sperimentale della connessione  
 $d^*(t_0)$  =  $I_{id}(t_0) / S_c(t_0)$

<sup>14</sup> La validità di tale ipotesi verrà discussa successivamente, sulla base dell'applicazione di opportuni modelli reologici



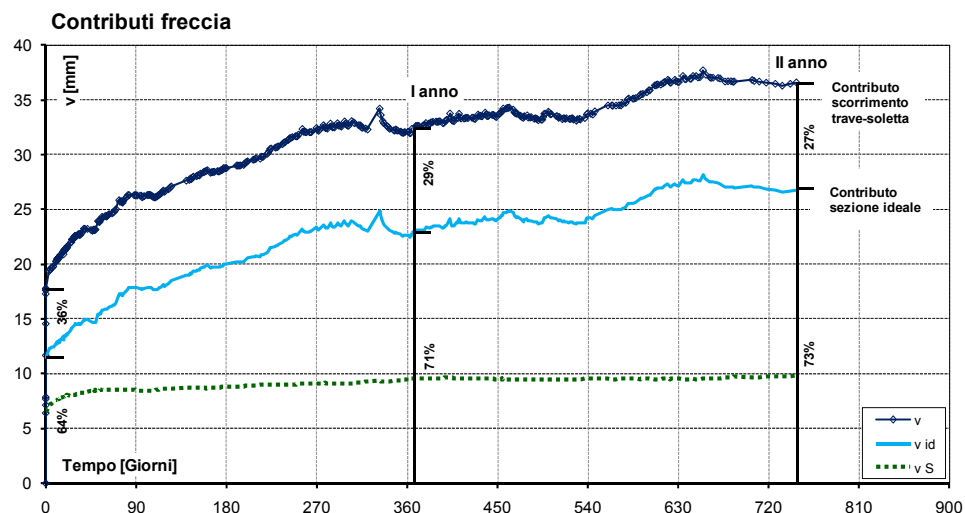


Fig. 8.20 – Andamento del contributo dello scorrimento trave-soletta alla freccia della trave nel tempo. La curva  $v_s$  rappresenta la freccia determinata dallo scorrimento valutata mediante il coefficiente di viscosità della connessione rilevata sperimentalmente. La curva  $v_{id}$ , ottenuta per sottrazione della curva  $v_s$  dalla curva sperimentale della freccia, rappresenta la freccia della sezione ideale

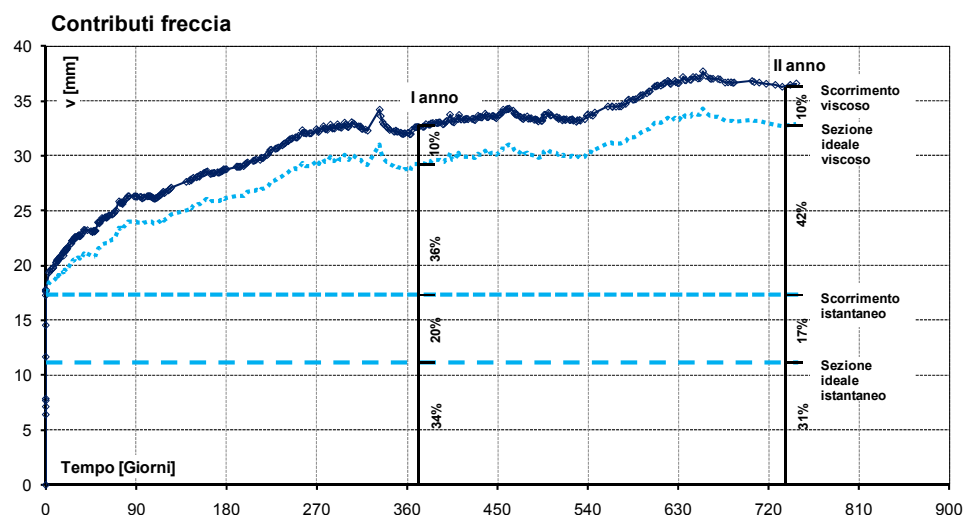


Fig. 8.21 – Andamento dei contributi istantanei e viscosi dello scorrimento trave-soletta e della sezione ideale alla freccia della trave nel tempo

Da quest'analisi emerge con evidenza che il contributo dello scorrimento viscoso della connessione all'abbassamento della trave in mezzeria, attestandosi

attorno al 10%, è molto meno significativo del contributo della viscosità del legno e del calcestruzzo, che raggiunge il 42% al termine del secondo anno di prova (Fig. 8.21).

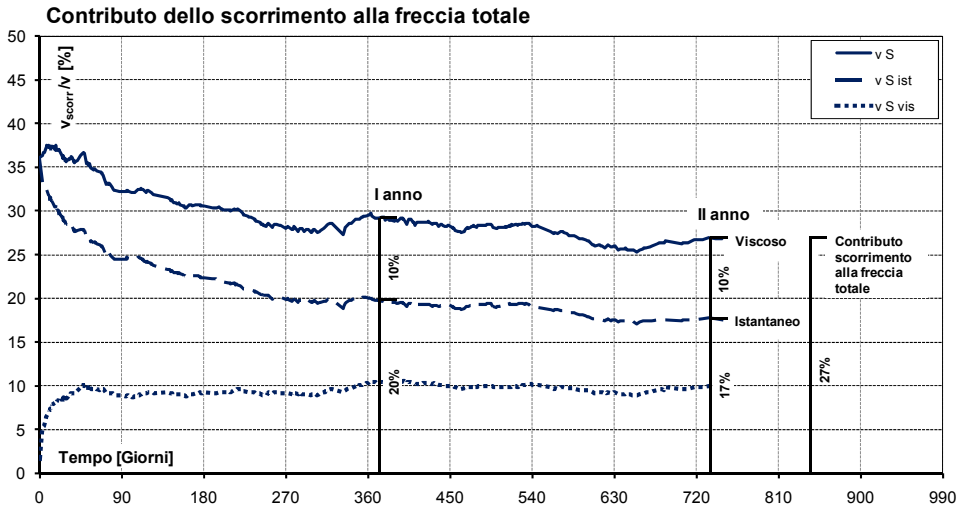


Fig. 8.22 – Percentuale della freccia della trave determinata dallo scorrimento trave-soletta

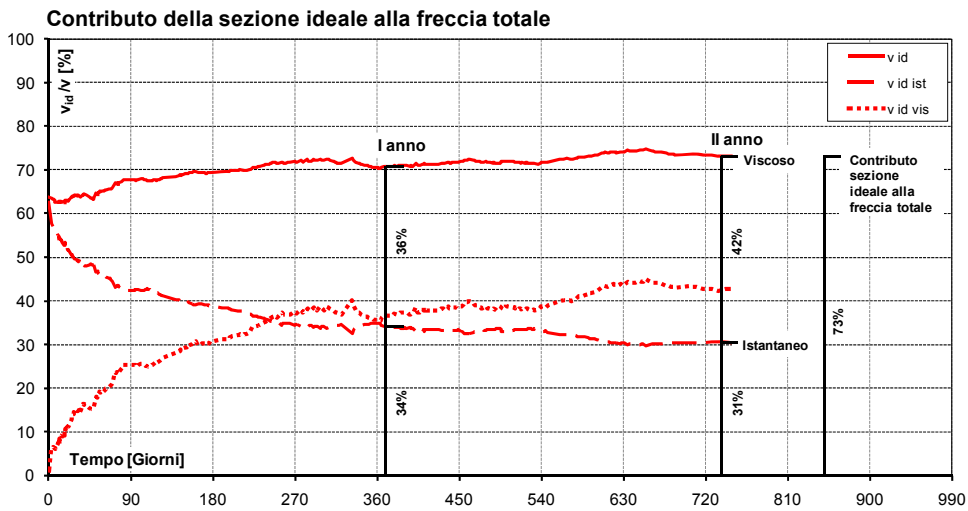


Fig. 8.23 – Percentuale della freccia della trave determinata dalla sezione ideale

Il contributo complessivo dello scorrimento alla freccia della trave diminuisce, passando dal 36% al 27% (Fig. 8.22).

Specularmente, aumenta il contributo della cedevolezza flessionale delle sezioni parziali in legno e calcestruzzo, passando complessivamente dal 64% al 73%; in particolare, la quota della freccia dovuta alla viscosità della sezione ideale raggiunge il 42% (Fig. 8.23).

#### 8.4.4 Deformazioni differite: confronto tra i risultati sperimentali e quelli previsti attraverso i modelli reologici CEB/FIP e Toratti

Come si è visto nel capitolo 5, il comportamento delle travi miste soggette a carichi di lunga durata è determinato non solo dal comportamento viscoso vero e proprio dei materiali, legno e calcestruzzo, ma anche da altri fenomeni, quali la viscosità meccanico-assorbitiva del legno e l'instaurarsi di deformazioni anelastiche conseguenti al ritiro del calcestruzzo e alla variazione delle condizioni di temperatura e umidità ambientali rispetto all'istante d'inizio della prova. Questi fenomeni inducono infatti una diversa risposta nel calcestruzzo e nel legno e la presenza della connessione, impedendo la libera deformazione longitudinale della trave e della soletta, genera un sistema di tensioni interne che produce una curvatura della struttura. Nel seguito si confrontano i risultati sperimentali con lo sviluppo della freccia previsto sovrapponendo gli effetti teorici di questi fenomeni, secondo l'approccio illustrato in Fragiacomò, 2006, rielaborazione dell'approccio proposto da Ceccotti nel 1995. La freccia della trave mista al generico tempo  $t$  risulta dunque (cfr. cap. 5):

$$v = v(G_1) + v(q_{es}) + v(\Delta\varepsilon_{cs}) + v(\Delta\varepsilon_U) + v(\Delta\varepsilon_T) \quad (8.50)$$

Dove:

- $v(G_1)$  = freccia determinata dal peso proprio della trave
- $v(q_{es})$  = freccia determinata dal carico applicato
- $v(\Delta\varepsilon_{cs})$  = freccia determinata dalle deformazioni anelastiche conseguenti al ritiro del calcestruzzo successivo all'inizio della prova
- $v(\Delta\varepsilon_U)$  = freccia determinata dalle deformazioni anelastiche conseguenti alla variazione di contenuto d'acqua nel legno rispetto all'istante iniziale della prova

$v(\Delta\varepsilon_T)$  = freccia determinata dalle deformazioni anelastiche conseguenti alle variazioni di temperatura rispetto all'istante iniziale della prova

In questo paragrafo sono analizzate le componenti della freccia dovute ai carichi e al ritiro del calcestruzzo, mentre le componenti determinate dalla variazione delle condizioni di umidità e temperatura, che hanno un andamento ciclico, saranno discusse in un paragrafo successivo.

L'effetto della viscosità e del fenomeno meccanico-assorbitivo viene considerato nella determinazione delle componenti della freccia dovute ai carichi e alla viscosità del calcestruzzo, come si è visto, attraverso il metodo dei moduli effettivi, secondo le equazioni (8.38), (8.39) e (8.40). L'andamento nel tempo del coefficiente di viscosità dei diversi materiali può essere determinato con l'ausilio di opportuni modelli reologici.

In questa analisi è adottato per il calcestruzzo il modello reologico previsto dalla bozza finale del Model Code 2010<sup>15</sup>. Le condizioni di applicabilità di questo modello prevedono un limite inferiore dell'umidità ambientale relativa pari al 40%; sebbene nel corso della prova siano stati registrati occasionalmente valori inferiori a tale limite, il valore medio dell'umidità dell'aria rispetta questa condizione. Anche le condizioni di temperatura registrate risultano compatibili con i limiti di applicabilità del modello, tra -5 °C e 30 °C.

Infine, supponendo una viscosità del materiale di tipo lineare, il modello è applicabile solo se lo sforzo nel calcestruzzo non supera, al momento del carico, un valore pari a  $0,4f_{cm}(t_0)$ . Poiché lo sforzo di compressione massimo nel calcestruzzo, al momento del carico, risulta inferiore a 5 MPa, e la resistenza a compressione media del calcestruzzo a 28 giorni è pari a 22 MPa, anche questa condizione è verificata.

Secondo questo modello, il modulo elastico del calcestruzzo all'inizio della prova può essere calcolato come<sup>16</sup>:

$$E_c(t_0) = \beta_E(t_0) \cdot E_c \quad (8.51)$$

Con:  $E_c(t_0)$  = modulo elastico del calcestruzzo all'inizio della prova  
 $t_0$  = età in giorni del calcestruzzo all'inizio della prova

<sup>15</sup> CEB/FIP Model Code for Concrete Structures 2010

<sup>16</sup> La simbologia del Model Code 2010 è stata qui leggermente modificata per ragioni di coerenza con il testo

$E_c$  = modulo elastico del calcestruzzo a 28 giorni dal getto

$$E_c = E_{c0} \cdot \alpha_E \cdot \left[ \frac{f_{cm}}{10} \right]^{1/3} \quad (8.52)$$

$E_{c0}$  =  $21 \cdot 10^3$  MPa

$\alpha_E$  = coefficiente che dipende dal tipo di aggregato

$$\beta_E(t_0) = [\beta_{cc}(t_0)]^{0.5} \quad (8.53)$$

$\beta_{cc}(t_0)$  = funzione che descrive lo sviluppo nel tempo della resistenza media a compressione  $f_{cm}$  del calcestruzzo

$$\beta_{cc}(t_0) = \exp \left\{ s \cdot \left[ 1 - \left( \frac{28}{t_0} \right)^{0.5} \right] \right\} \quad (8.54)$$

$s$  = parametro che tiene conto del tipo di cemento, pari a 0,2 per cemento di classe 52,5R

Il coefficiente di viscosità del calcestruzzo al tempo  $t$ ,  $\Phi_c(t-t_0)$ , può essere invece calcolato come:

$$\Phi_c(t-t_0) = \Phi_0 \beta_c(t-t_0) \quad (8.55)$$

Con:  $\Phi_0$  = coefficiente nominale di viscosità

$\beta_c(t-t_0)$  = coefficiente che descrive lo sviluppo nel tempo della deformazione viscosa dopo il carico

$$\Phi_0 = \Phi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_0) \quad (8.56)$$

$$\Phi_{RH} = \left[ 1 + \frac{1-RH/100}{0,1 \cdot \sqrt[3]{h_0}} \cdot \alpha_1 \right] \cdot \alpha_2 \quad (8.57)$$

RH = umidità relativa dell'ambiente

$h_0$  =  $2A_c/u$

$$\alpha_1 = \left[ \frac{35}{f_{cm}} \right]^{0.7} \quad (8.58)$$

$$\alpha_2 = \left[ \frac{35}{f_{cm}} \right]^{0.2} \quad (8.59)$$

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16,8}{\sqrt{f_{cm}}} \quad (8.60)$$

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0,1 + (t_0)^{0.2}} \quad (8.61)$$

$$\beta_c(t, t_0) = \left[ \frac{t - t_0}{\beta_H + (t - t_0)} \right] \quad (8.62)$$

$$\beta_H = 1,5 \cdot h_0 \cdot \left[ 1 + \left( 1,2 \cdot \frac{RH}{100} \right)^{18} \right] + 250 \cdot \alpha_3 \leq 1500 \cdot \alpha_3 \quad (8.63)$$

$$\alpha_3 = \left[ \frac{35}{f_{cm}} \right]^{0.5} \quad (8.64)$$

Il modello consente di tenere conto dell'effetto delle variazioni di temperatura rispetto al valore di riferimento di 20 °C e del tipo di cemento, attraverso l'utilizzo, nel calcolo del coefficiente di viscosità, di un'età modificata del calcestruzzo al momento del carico.

Non essendo nota la storia della temperatura ambientale precedente al momento del carico, e trattandosi comunque di escursioni contenute, poiché la maturazione del calcestruzzo è avvenuta in ambiente chiuso, essendo inoltre trascorsi 8 mesi tra il momento del getto e l'inizio della prova, l'effetto della temperatura è trascurato.

Per tenere conto dell'effetto del tipo di cemento, è stata adottata un'età del calcestruzzo al momento del carico modificata secondo la seguente espressione:

$$t_0 = t_0 \cdot \left[ \frac{9}{2 + t_0^{1.2}} \right]^a \geq 0,5 \text{ giorni} \quad (8.65)$$

Con:  $\alpha$  = coefficiente che dipende dal tipo di cemento, pari a 1 per cemento di classe 52,5R

Il modello di viscosità del calcestruzzo proposto dall'Eurocodice 2 è abbastanza simile, differendo nel calcolo dei parametri  $\Phi_{RH}$  e  $\beta_H$ , per i quali, per calcestruzzi con  $f_{cm}$  inferiore a 35MPa, non prevede l'applicazione dei coefficienti  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  e  $\alpha_3$ :

$$\Phi_{RH} = 1 + \frac{1 - RH/100}{0,1 \cdot \sqrt[3]{h_0}} \quad (8.66)$$

$$\beta_H = 1,5 \cdot h_0 \cdot \left[ 1 + \left( 1,2 \cdot \frac{RH}{100} \right)^{18} \right] + 250 \leq 1500 \quad (8.67)$$

PARAMETRI PER LA DETERMINAZIONE DI $E_{c,eff}$					
Model Code 2010					
$t_0$	[giorni]	256	$\beta_E(f_{cm})$	[-]	3,56
$\alpha$	[-]	1,00	$\beta(t_0)$	[-]	0,32
$t_0$ , cemento	[giorni]	259	RH	[%]	40
$f_{cm}$	[MPa]	22	$h_0$	[mm]	121
$\alpha_E$	[-]	1,00	$\alpha_1$	[-]	1,37
$E_{c0}$	[MPa]	21000	$\alpha_2$	[-]	1,09
$E_c$	[MPa]	27328	$\alpha_3$	[-]	1,25
$\beta_E(t_0)$	[-]	1,07	$\Phi_{RH}$	[-]	2,92
$s$	[-]	0,20	$\beta_H$	[-]	495
$\beta_{cc}(t_0)$	[-]	1,14	$\Phi_0$	[-]	3,31
$E_c(t_0)$	[MPa]	29219			
Eurocodice 2					
$E_c$	[MPa]	27963	$\Phi_{RH}$	[-]	2,21
$E_c(t_0)$	[MPa]	29109	$\Phi_0$	[-]	2,51
$\beta_H$	[-]	432			

Tab. 8.15 – Parametri per il calcolo del modulo elastico effettivo del calcestruzzo. Per il modello proposto dall'Eurocodice 2 sono indicati solo i parametri che differiscono dal modello proposto nel Model Code 2010

Il modello reologico adottato per determinare il coefficiente di viscosità del legno  $\Phi_w(t-t_0)$  è quello proposto da Toratti, descritto nel capitolo 4, che tiene conto sia della viscosità del legno vera e propria, sia del fenomeno meccanico-assorbitivo:

$$\Phi_w(t - t_0) = \Phi_{w,vis}(t - t_0) + \Phi_{w,ms}(t - t_0) = \left(\frac{t - t_0}{t_d}\right)^m + \Phi_\infty \left(1 - e^{-\frac{c \Delta u}{100 \Delta t}(t - t_0)}\right) \quad (8.68)$$

- Con:
- $\Phi_{w,vis}$  = parte viscosa del coefficiente globale di viscosità del legno
  - $\Phi_{w,ms}$  = parte meccanico-assorbitiva del coefficiente globale di viscosità del legno
  - $t_d$  = tempo di raddoppio della deformazione, pari a 29500 giorni per il legno di abete
  - $m$  = parametro numerico, pari a 0,21 per il legno di abete
  - $c$  = parametro numerico, pari a 2,5 per il legno di abete
  - $\Phi_\infty$  = parametro numerico, pari a 0,7 per il legno di abete
  - $\Delta u$  = variazione massima del contenuto d'acqua nel ciclo
  - $\Delta t$  = durata del ciclo di variazione del contenuto d'acqua, pari a 365 giorni

PARAMETRI PER LA DETERMINAZIONE DI $E_{w,eff}$					
Modello di Toratti - legno di abete					
$t_0$	[giorni]	256	$\Phi_\infty$	[-]	0,7
$t_0$	[giorni]	29500	$\Delta u$	[%]	2,39
$m$	[-]	0,21	$\Delta t$	[giorni]	365
$c$	[-]	2,5			

Tab. 8.16 – Parametri per il calcolo del modulo elastico effettivo del legno

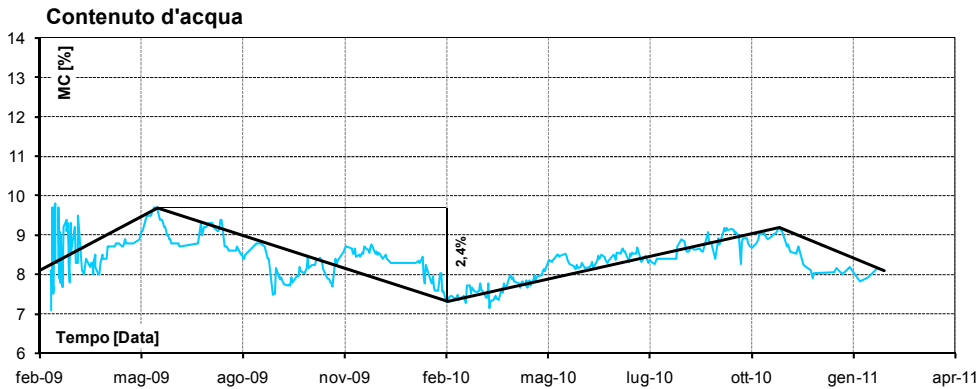


Fig. 8.24 – Approssimazione lineare a tratti della storia del contenuto d'acqua



La variazione annuale del contenuto d'acqua può essere determinata dalla differenza tra il valore massimo e il valore minimo del contenuto d'acqua medio della sezione, individuati mediante un'approssimazione lineare a tratti della storia del contenuto d'acqua (Fig. 8.24). Tale variazione è supposta costante negli anni.

La rigidezza della connessione al tempo  $t$  è calcolata applicando un coefficiente di viscosità doppio rispetto a quello determinato per il legno attraverso il modello di Toratti.

La freccia determinata dal ritiro del calcestruzzo può essere calcolata, nota la deformazione da ritiro del calcestruzzo, attraverso le formule derivate dall'analisi elastica della struttura composta con connessione cedevole soggetta a deformazione anelastica (Fragiacomo, 2006). La deformazione da ritiro del calcestruzzo  $\varepsilon_{cs}$  al tempo  $t$  dipende dall'età del calcestruzzo e dall'età del calcestruzzo al momento d'inizio dell'essiccamento  $t_s$ . Secondo il Model Code 2010, essa è pari a:

$$\varepsilon_{cs}(t, t_s) = \varepsilon_{cas}(t) + \varepsilon_{cds}(t, t_s) \quad (8.69)$$

Dove:  $\varepsilon_{cas}$  = deformazione dovuta al ritiro autogeno  
 $\varepsilon_{cds}$  = deformazione dovuta al ritiro da essiccamento

$$\varepsilon_{cas}(t) = \varepsilon_{cas0}(f_{cm}) \cdot \beta_{as}(t) \quad (8.70)$$

$$\varepsilon_{cas0}(f_{cm}) = -\alpha_{as} \left( \frac{f_{cm}/10}{6 + f_{cm}/10} \right)^{2,5} \cdot 10^{-6} \quad (8.71)$$

$\alpha_{as}$  = coefficiente dipendente dal tipo di cemento, pari a 600 per cemento di classe 52,5R

$$\beta_{as}(t) = 1 - \exp(-0,2\sqrt{t}) \quad (8.72)$$

$$\varepsilon_{cds}(t, t_s) = \varepsilon_{cds0}(f_{cm}) \cdot \beta_{RH}(RH) \cdot \beta_{ds}(t - t_s) \quad (8.73)$$

$t_s$  = età del calcestruzzo all'inizio dell'essiccamento, supposta pari a 1 giorno

$$\varepsilon_{cds0}(f_{cm}) = [(220 + 110 \cdot \alpha_{ds1}) \cdot \exp(-\alpha_{ds1} f_{cm})] \cdot 10^{-6} \quad (8.74)$$

$\alpha_{ds1}$  = coefficiente dipendente dal tipo di cemento, pari a 6 per cemento di classe 52,5R

$\alpha_{ds2}$  = coefficiente dipendente dal tipo di cemento, pari a 0,012 per cemento di classe 52,5R

$$\beta_{RH}(RH) = -1,55 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{RH}{100} \right)^3 \right] \text{ per } 40\% \leq RH \leq 99\% \cdot \beta_{s1} \quad (8.75)$$

$$\beta_{s1} = \left( \frac{35}{f_{cm}} \right)^{0,1} \leq 1 \quad (8.76)$$

$$\beta_{ds}(t - t_s) = \left( \frac{(t - t_s)}{0,0035 \cdot h_0^2 + (t - t_s)} \right)^{0,5} \quad (8.77)$$

RH = umidità relativa dell'ambiente

$h_0$  =  $2A_c/u$

Anche nella determinazione della deformazione da ritiro è stato trascurato l'effetto della variazione della temperatura rispetto al valore di riferimento di 20 °C.

Il modello proposto dall'Eurocodice 2 per il calcolo della deformazione da ritiro del calcestruzzo  $\epsilon_{cs}$  al tempo  $t$  è leggermente diverso da quello proposto dal Model Code. In particolare, differiscono le seguenti espressioni:

$$\epsilon_{ca}(t) = \epsilon_{cas\infty}(f_{cm}) \cdot \beta_{as}(t) \quad (8.78)$$

$$\epsilon_{cas\infty} = 2,5 \cdot (f_{ck} - 10) \cdot 10^{-6} \quad (8.79)$$

$$\beta_{as}(t) = 1 - \exp(-0,2\sqrt{t}) \quad (8.80)$$

$f_{ck}$  = resistenza a compressione cilindrica caratteristica = 14 MPa

$$\epsilon_{cd}(t, t_s) = \epsilon_{cd0}(f_{cm}) \cdot \beta_{ds}(t - t_s) \cdot k_h \quad (8.81)$$

$k_h$  = coefficiente che dipende da  $h_0$ , pari a 1 per  $h_0 = 121$  mm

$$\beta_{ds}(t - t_s) = \frac{(t - t_s)}{0,04 \cdot \sqrt{h_0^3 + (t - t_s)}} \quad (8.82)$$

$$\epsilon_{cd0}(f_{cm}) = 0,85 \left[ (220 + 110 \cdot \alpha_{ds1}) \cdot \exp\left(-\alpha_{ds1} \frac{f_{cm}}{f_{cm0}}\right) \right] \cdot 10^{-6} \beta_{RH} \quad (8.83)$$

$f_{cm0} = 10 \text{ MPa}$

$\alpha_{ds1} =$  coefficiente dipendente dal tipo di cemento, pari a 6 per cemento di classe 52,5R

$\alpha_{ds2} =$  coefficiente dipendente dal tipo di cemento, pari a 0,011 per cemento di classe 52,5R

$$\beta_{RH}(RH) = 1,55 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{RH}{RH_0} \right)^3 \right] \quad (8.84)$$

RH = umidità relativa dell'ambiente in percentuale

$RH_0 = 100\%$

PARAMETRI PER LA DETERMINAZIONE DI $\epsilon_{cs}$					
Model Code 2010					
$t_s$	[giorni]	1	$\alpha_{ds1}$	[-]	6,00
$\alpha_{as}$	[-]	600	$\alpha_{ds2}$	[-]	0,012
$\epsilon_{cas0}$	[-]	$-2,28 \cdot 10^{-5}$	$\epsilon_{cds0}$	[-]	$6,74 \cdot 10^{-4}$
RH	[%]	40	$h_0$	[mm]	121
$\beta_{s1}$	[-]	1,05	$\beta_{RH}$	[-]	-1,45
Eurocodice 2					
$\epsilon_{cas^*}$	[-]	$1,06 \cdot 10^{-5}$	$\alpha_{ds1}$	[-]	6,00
$k_h$	[-]	1,00	$\alpha_{ds2}$	[-]	0,011
$\epsilon_{cds0}$	[-]	$8,50 \cdot 10^{-4}$	$\beta_{RH}$	[-]	1,45

Tab. 8.17 – Parametri per il calcolo della deformazione da ritiro del calcestruzzo

Nota la variazione della deformazione da ritiro del calcestruzzo nel tempo,  $\epsilon_{cs}(t-t_s)$ , è possibile determinare l'effetto sulla freccia sulla trave, mediante la teoria elastica, sostituendo i moduli elastici dei materiali con i moduli effettivi e assumendo  $t_i = t_s$ . Il modulo elastico effettivo del calcestruzzo deve essere determinato con la seguente espressione (Fragiacomo e Ceccotti, 2006):

$$E_{c,eff}(t) = \frac{E_c(t)}{1 + \Phi_c(t - t_i)} \quad (8.85)$$

La freccia della trave determinata dalla deformazione anelastica conseguente al ritiro del calcestruzzo  $v_{cs}$  risulta dunque (Fragiacomo, 2006):

$$v_{cs} = v_{cs,id} \cdot \gamma_{cs} \quad (8.86)$$

Dove:  $v_{cs,id}$  = freccia determinata dal ritiro nell'ipotesi d'incollaggio perfetto trave-soletta

$$v_{cs,id} = \frac{\Delta \epsilon_{cs}}{d_G} \cdot \frac{(EI)_{id} - (EI)_0}{(EI)_{id}} \cdot \frac{L^2}{8} \quad (8.87)$$

$$(EI)_0 = E_c I_c + E_w I_w \quad (8.88)$$

$$(EI)_{id} = (EI)_0 + (EA)^* \cdot d_G^2 \quad (8.89)$$

$$(EA)^* = \frac{E_c A_c E_w A_w}{E_c A_c + E_w A_w} \quad (8.90)$$

$$\gamma_{cs} = 1 - \frac{8}{(\alpha L)^2} \cdot \left[ 1 - \frac{1}{\cosh(0,5\alpha L)} \right] \quad (8.91)$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{K_p}{s_{eq}} \cdot \frac{(EI)_{id}}{(EA)^* \cdot (EI)_0}} \quad (8.92)$$

Dove:

- $I_c$  = momento d'inerzia della soletta
- $I_w$  = momento d'inerzia della trave in legno
- $A_c$  = area della soletta
- $A_w$  = area della trave in legno
- $d_G$  = distanza tra i baricentri della soletta e del travetto
- $s_{eq}$  = passo equivalente dei connettori

Nei primi due anni di prova, la freccia determinata dal ritiro del calcestruzzo, calcolata con il modello proposto dal Model Code 2010, risulta pari a 5,83 millimetri, mentre risulta pari a 2,61 millimetri secondo il modello proposto dall'Eurocodice 2.

Sulla base dei modelli reologici proposti da Toratti per il legno e dal Model Code 2010 per la viscosità e il ritiro del calcestruzzo, cui si farà riferimento per semplicità con il termine “*modello Toratti/CEB*”, è possibile fare una prima stima dello sviluppo della freccia della trave, che trascura l’effetto delle deformazioni anelastiche determinate dalle variazioni cicliche delle condizioni ambientali.

Poiché i parametri adottati sono gli stessi, le curve teoriche ottenute applicando i modelli reologici al calcolo della freccia tramite il “*metodo  $\gamma$* ” e il “*metodo  $n$  modificato*” risultano parallele. Escludendo il contributo del ritiro, il valore della freccia finale della trave a 50 anni, determinato mediante l’applicazione dei modelli, risulta circa doppio rispetto a quello previsto applicando i coefficienti di viscosità indicati dagli Eurocodici (Fig. 8.25). La freccia finale, determinata applicando i modelli al “*metodo  $\gamma$* ”, risulta infatti 51,33 mm, rispetto ai 33,39 mm ottenuti con i coefficienti di viscosità previsti dagli Eurocodici per le strutture in classe di servizio 1. Applicando gli stessi modelli al “*metodo  $n$  modificato*”, la freccia finale risulta 58,54 mm, rispetto ai 36,59 mm previsti con i coefficienti degli Eurocodici.

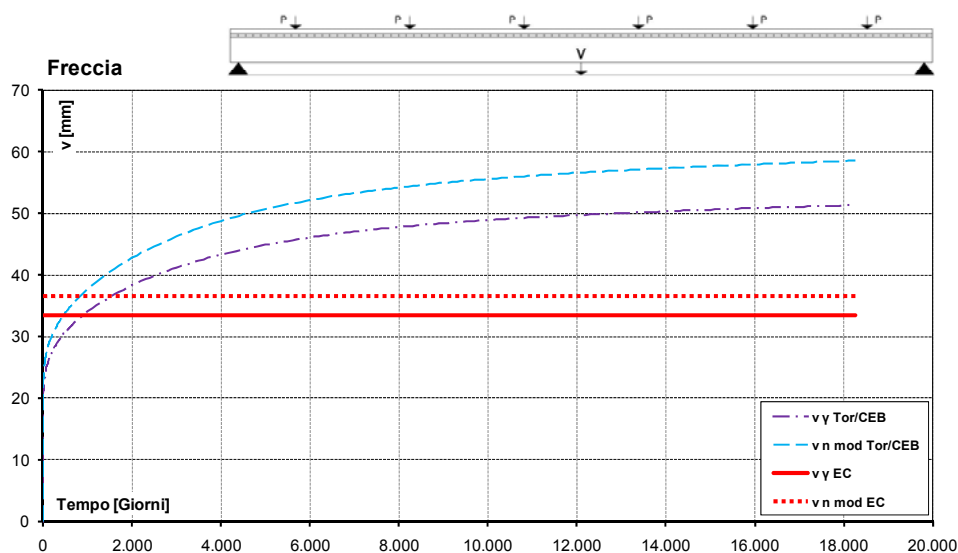


Fig. 8.25 – Confronto tra la freccia finale a 50 anni della trave prevista applicando il modello reologico Toratti/CEB ( $v_{\gamma \text{ Tor/CEB}}$  e  $v_{n \text{ mod Tor/CEB}}$ ) e i coefficienti previsti dagli Eurocodici per le strutture in classe di servizio 1 ( $v_{\gamma \text{ EC}}$  e  $v_{n \text{ mod EC}}$ )

Considerando anche l'effetto del ritiro, emerge un'ottima corrispondenza tra la curva ottenuta applicando i modelli al "metodo  $\gamma$ " e la curva sperimentale (Fig. 8.26).

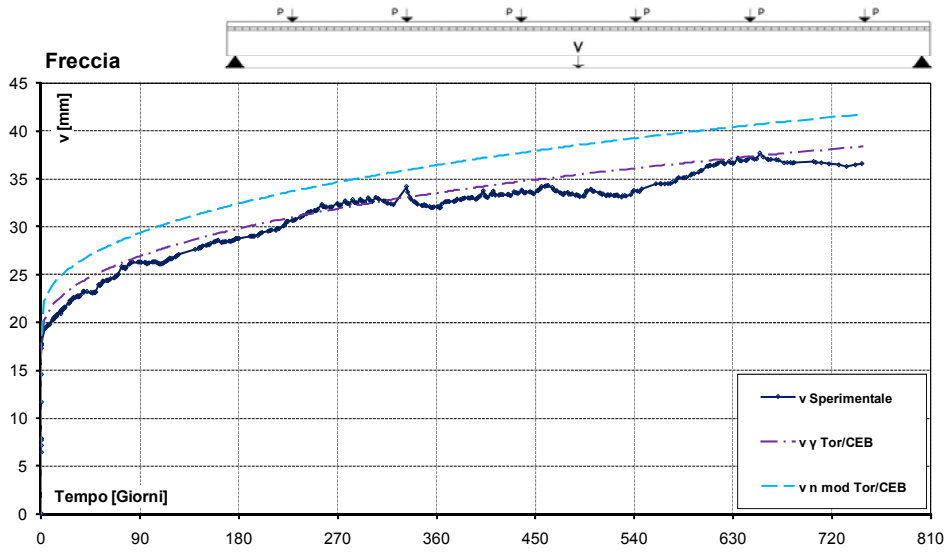


Fig. 8.26 – Confronto tra la freccia sperimentale e la freccia prevista applicando il "modello Toratti/CEB" ( $V_{\gamma \text{ Tor/CEB}}$  e  $V_{n \text{ mod Tor/CEB}}$ ), tenendo conto dell'effetto del ritiro del calcestruzzo

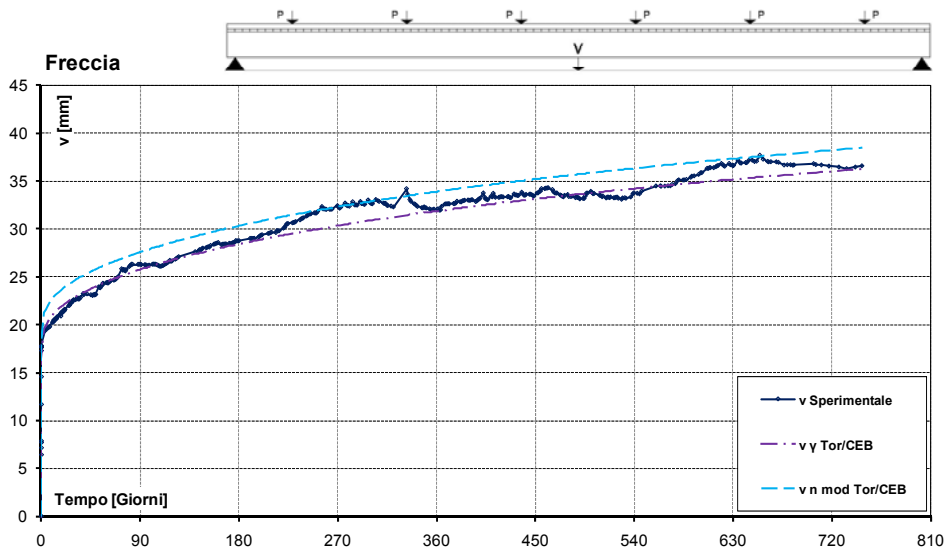


Fig. 8.27 – Confronto tra la freccia sperimentale e la freccia prevista applicando il "modello Toratti/CEB" ( $V_{\gamma \text{ Tor/CEB}}$  e  $V_{n \text{ mod Tor/CEB}}$ ), tenendo conto dell'effetto del ritiro del calcestruzzo e considerando per le connessioni un coefficiente di viscosità uguale a quello del legno

È necessario ricordare come, secondo i risultati sperimentali, in queste condizioni di servizio un coefficiente di viscosità della connessione doppio rispetto a quello del legno appaia sovrastimato; tuttavia, anche considerando un coefficiente di viscosità per le connessioni pari a quello del legno, la corrispondenza tra i modelli e la curva sperimentale resta molto buona (Fig. 8.27). La freccia al termine dei due anni di prova determinata con il “metodo  $\gamma$ ”, risulta inferiore di circa il 6% rispetto a quella determinata assegnando alle connessioni un coefficiente di viscosità doppio rispetto a quello del legno.

A dispetto del tempo trascorso tra il getto e l’inizio della prova, secondo quanto previsto dai modelli l’effetto della viscosità sul comportamento della soletta in calcestruzzo, legato alla classe del materiale, è molto consistente. Osservando infatti l’andamento del rapporto  $n$  tra i moduli elastici dei materiali, esso mostra una tendenza decrescente per i primi 15 mesi, seguita da una leggerissima ripresa (Fig. 8.28).

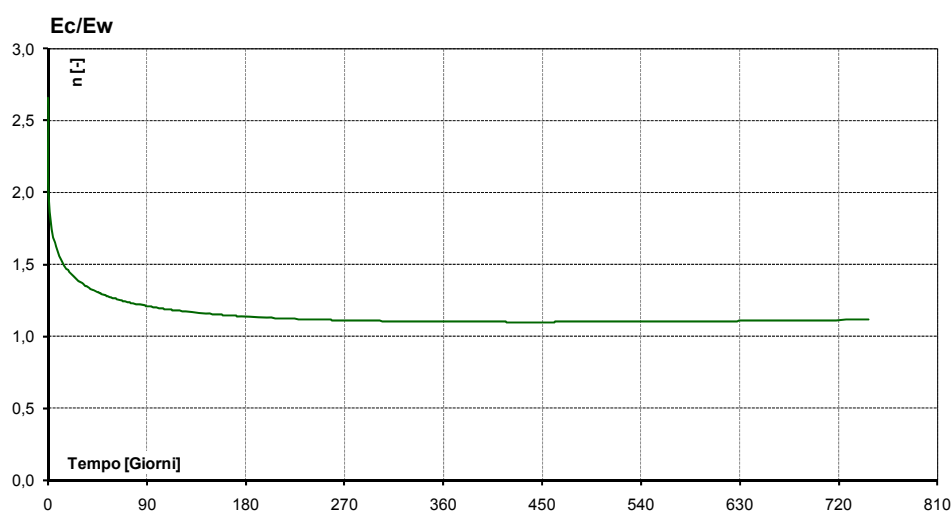


Fig. 8.28 – Evoluzione del rapporto  $n$  tra il modulo elastico del calcestruzzo e quello del legno prevista attraverso il “modello Toratti/CEB”

Nel paragrafo precedente è stata stimata la freccia determinata dallo scorrimento trave-soletta, trascurando la variazione della posizione dell’asse neutro conseguente al cambiamento del rapporto tra i moduli elastici dei materiali. Considerando lo spostamento dell’asse neutro previsto dal “modello Toratti/CEB”

(Fig. 8.29), è possibile verificare come l'errore commesso adottando tale ipotesi sia trascurabile (Fig. 8.30).

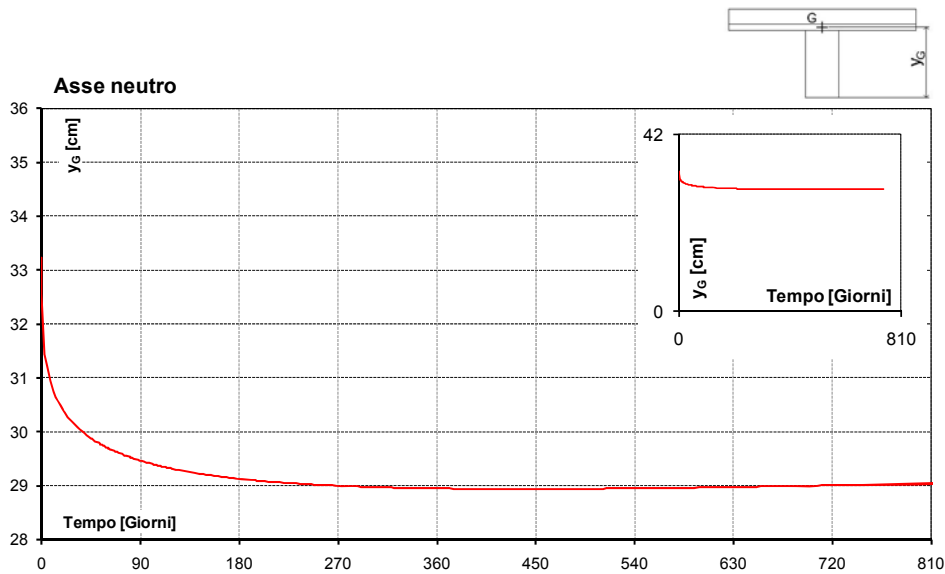


Fig. 8.29 – Spostamento dell'asse neutro della trave previsto attraverso il "modello Toratti/CEB"

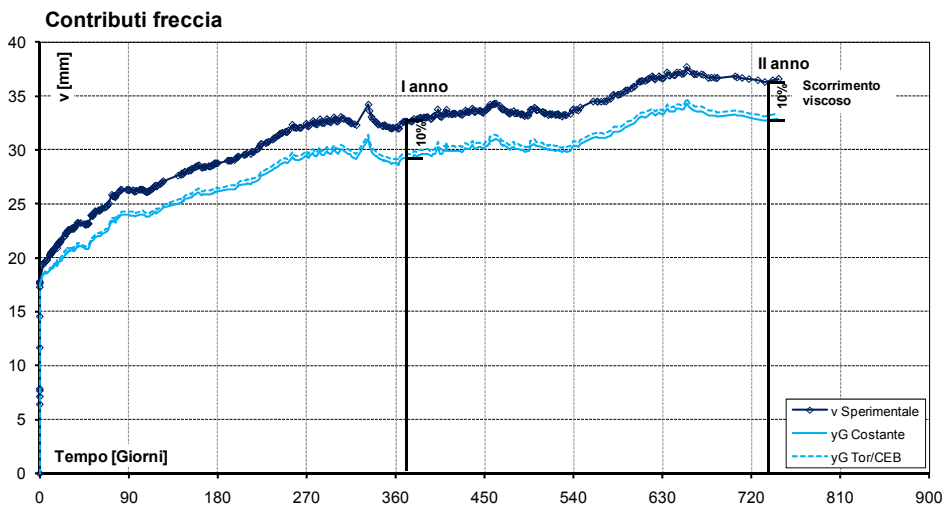


Fig. 8.30 – Contributo della freccia determinata dallo scorrimento sperimentale, nell'ipotesi di asse neutro della sezione fisso ( $y_G$  Costante) e determinato con il "modello Toratti/CEB" ( $y_G$  Tor/CEB)



#### 8.4.5 Valutazione degli effetti delle deformazioni anelastiche determinate dalla variazione delle condizioni climatiche sulla freccia della trave

Resta da valutare l'effetto ciclico delle deformazioni anelastiche determinate dalla variazione delle condizioni di umidità e temperatura ambientali rispetto all'inizio della prova. Le deformazioni determinate dalle escursioni cicliche di temperatura e umidità rispetto all'istante d'inizio della prova  $t_i$  risultano:

$$\Delta \varepsilon_y = \alpha_{w,u} [u_m(t) - u_m(t_i)] + \alpha_{w,T} [T(t) - T(t_i)] - \alpha_{c,T} [T(t) - T(t_i)] \quad (8.93)$$

Dove:

- $\alpha_{w,u//}$  = coefficiente di ritiro del legno in direzione parallela alle fibre
- $u_m$  = contenuto d'acqua medio della sezione
- $\alpha_{w,T//}$  = coefficiente di dilatazione termica del legno in direzione parallela alle fibre
- $T$  = temperatura dell'ambiente
- $\alpha_{c,T}$  = coefficiente di dilatazione termica del calcestruzzo

I valori del coefficiente di ritiro del legno in direzione parallela alle fibre disponibili in letteratura sono molto diversi; sulla base di quanto discusso in Fragiacomò, 2000, è stato adottato un coefficiente  $\alpha_{w,u//}$  pari a  $3 \cdot 10^{-5} \%^{-1}$ , mentre la dilatazione igrometrica del calcestruzzo, significativamente inferiore a quella del legno, è considerata trascurabile.

Per il coefficiente di dilatazione termica del legno in direzione parallela alle fibre,  $\alpha_{w,T}$ , è stato adottato il valore proposto in Piazza et al., 2005, pari a  $5,41 \cdot 10^{-6} K^{-1}$ . Per il coefficiente di dilatazione termica del calcestruzzo,  $\alpha_{c,T}$ , l'Eurocodice 2 propone un valore pari a  $1,00 \cdot 10^{-5} K^{-1}$ .

PARAMETRI PER LA DETERMINAZIONE DELLE DEFORMAZIONI ANELASTICHE					
$\alpha_{w,u//}$	$[\%^{-1}]$	$3 \cdot 10^{-5}$	$\alpha_{c,T}$	$[K^{-1}]$	$1,00 \cdot 10^{-5}$
$\alpha_{w,T//}$	$[K^{-1}]$	$5,41 \cdot 10^{-6}$			

Tab. 8.18 – Parametri per la determinazione delle deformazioni anelastiche determinate dalle variazioni di umidità e temperatura rispetto all'istante iniziale della prova

Utilizzando questi parametri, l'oscillazione massima dell'abbassamento della trave in mezzera è di 1,42 millimetri, pari a circa il 4% della freccia rilevata al termine del secondo anno di prova; tale valore rispecchia le oscillazioni della freccia registrate sperimentalmente (Fig. 8.31).

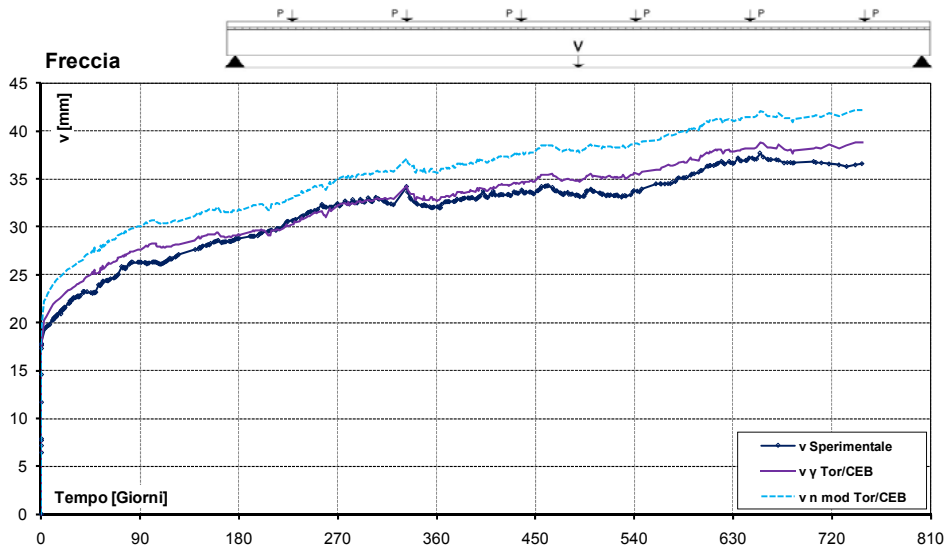


Fig. 8.31 – Confronto tra la freccia sperimentale e la freccia prevista applicando il “modello Toratti/CEB” ( $v_{\gamma \text{ Tor/CEB}}$  e  $v_{n \text{ mod Tor/CEB}}$ ), tenendo conto dell’effetto del ritiro del calcestruzzo e delle deformazioni anelastiche determinate dalla variazione delle condizioni ambientali rispetto all’inizio della prova

#### 8.4.6 Osservazioni

I risultati sperimentali mostrano come i metodi considerati per il calcolo della freccia, “metodo  $\gamma$ ” e “metodo  $n$  modificato”, forniscano un’ottima approssimazione del comportamento elastico della trave. Lo stesso non si può dire per quanto riguarda la previsione della freccia finale mediante i coefficienti di viscosità proposti dagli Eurocodici, se viene trascurato il contributo del ritiro del calcestruzzo. Al termine del secondo anno di prova, quando ancora non è possibile stabilire con certezza se l’abbassamento della trave in mezzeria abbia raggiunto una stabilizzazione, la freccia finale prevista secondo questi criteri è già stata superata, nonostante la normativa sovrastimi lo scorrimento viscoso della connessione.

Infatti, mentre l’Eurocodice 5 prevede un coefficiente viscoso per la connessione pari al doppio di quello del legno, il valore rilevato sperimentalmente appare paragonabile a quello previsto per le strutture in legno. Il coefficiente viscoso dello scorrimento trave-soletta risulta inoltre minore di quello della freccia della trave e sembra aver raggiunto una stabilizzazione; il comportamento della

connessione a pioli lisci, infissi a secco nella trave in legno, appare dunque adeguato anche ai carichi di lunga durata.

La differenza nel comportamento a lungo termine dello scorrimento trave-soletta riscontrata con quanto osservato nella prova descritta in Capretti e Ceccotti, 1996, in cui lo scorrimento non sembra aver raggiunto una stabilizzazione neppure dopo 5 anni, potrebbe essere spiegata dall'analisi condotta in Fragiaco, 2000, secondo cui l'aumento dello scorrimento è determinato dal fenomeno meccanico-assorbitivo e non dalla viscosità vera e propria della connessione: poiché le condizioni ambientali della prova discussa in questa sede sono più favorevoli, la connessione dovrebbe essere interessata solo marginalmente dal fenomeno meccanico-assorbitivo, per cui lo scorrimento ha potuto raggiungere un assestamento.

La deformazione differita della trave appare dunque da imputare principalmente al comportamento viscoso del legno e del calcestruzzo; in particolare, secondo le previsioni dei modelli reologici considerati, CEB-FIP 2010 e Toratti, l'influenza della viscosità del calcestruzzo, legata alla classe di resistenza del materiale, è particolarmente significativa, portando a una riduzione del rapporto  $n$  tra il modulo elastico del legno e quello del calcestruzzo di quasi il 60% al termine del secondo anno di prova.

## 8.5. REFERENZE

- CAPRETTI S. E CECCOTTI A., *Service behavior of timber-concrete composite beams: A 5-year monitoring and testing experience*, Proceedings of the Fourth "International Wood Engineering Conference", New Orleans, Louisiana, U.S.A., 28th-31st October 1996
- CECCOTTI A., *Timber concrete composite structures*, in AA. VV., "Timber engineering. Step 2", edit by H.J. Blass et al., Centrum Hout, Almere 1995
- FRAGIACO M. - CECCOTTI A., *Simplified approach for the long-term behaviour of the timber-concrete composite beams according to the Eurocode 5 Provisions*, Proceedings of the "CIB-W18 Meeting", Florence, Italy, August 2006b
- FRAGIACO M., *Long-term behavior of timber concrete composite beams. II: Numerical analysis and simplified evaluation*, in "Journal of Structural Engineering", 2006, n. 132 (2), pp. 23-33
- FRAGIACO M. - AMADIO C. - MARCORINI L., *Comportamento a collasso ed in esercizio di una connessione a piolo per strutture composte legno-calcestruzzo*, Atti del convegno "15<sup>th</sup> CTE Conference", Bari, Italia, 4-6 Novembre 2004
- FRAGIACO M., *Comportamento a lungo termine di travi composte in legno e calcestruzzo*, Tesi di Dottorato, Università degli Studi di Trieste, Italia, 2000
- GELFI P. - MARINI A., *Solai misti in legno e calcestruzzo. Metodi di verifica*, in "L'edilizia", 2008, n. 153-154

- GELFI P. – GIURIANI E. – MARINI A., *Comportamento delle connessioni a piolo nelle travi miste in legno e calcestruzzo: modellazione teorica e confronti sperimentali*, Atti del convegno “III Workshop Italiano sulle Costruzioni Composte”, Ancona, Italia, 29-30 Ottobre 1998
- GELFI P. – GIURIANI E., *Travi miste in legno e calcestruzzo con connettori a piolo*, Atti del convegno “II Workshop Italiano sulle Costruzioni Composte”, Napoli, Italia, 22-23 Giugno 1995
- MARINI A. – PLIZZARI G. – SCALVENZI F. – VALLE M., *Studio analitico, numerico e sperimentale sul comportamento di travi in legno e cls di grandi luci, e mensole*, Dipartimento di Ingegneria Civile dell’Università degli Studi di Brescia, Italia, Technical Report n. 2, 2009
- PIAZZA M. – TOMASI R. – MODENA R., *Strutture in legno. Materiale, calcolo e progetto secondo le nuove normative europee*, Ulrico Hoepli Editore, Milano 2005

---

## **9. INDAGINE SPERIMENTALE SUL COMPORTAMENTO REOLOGICO DI TRAVI IN LEGNO SOGGETTE A FLESSIONE IN AMBIENTE PROTETTO A UMIDITÀ' NON CONTROLLATA**

---

### **9.1. INTRODUZIONE**

La sensibilità del comportamento deformativo del legno alla durata del carico e alla variazione delle condizioni di umidità ambientale determina, come detto, prescrizioni normative, per gli impalcati lignei di luce ordinaria, solitamente più penalizzanti per le condizioni di esercizio che per quelle di stato limite ultimo. Per questo motivo, il comportamento reologico rappresenta un aspetto di primario interesse nello studio delle strutture in legno, sia nel campo delle nuove costruzioni che in quello della riabilitazione delle strutture esistenti.

Il comportamento reologico del legno soggetto a flessione, in particolare, è stato oggetto di numerose indagini (cfr. cap. 4), sebbene sia opportuno sottolineare come la variabilità delle caratteristiche del materiale renda difficoltoso il confronto tra i risultati di prove caratterizzate da condizioni ambientali, specie legnose, stagionatura e tassi di lavoro differenti.

Nel quadro complessivo delle indagini sperimentali predisposte per approfondire gli aspetti del comportamento reologico delle travi in legno e delle travi miste legno-calcestruzzo precedentemente discussi, si è dunque ritenuto opportuno condurre una prova di flessione su campioni in legno di abete di provenienza analoga a quelli degli elementi impiegati per le indagini sulle connessioni legno-calcestruzzo e per le prove di taglio.

## 9.2. DESCRIZIONE DEL BANCO, MATERIALI E MODALITÀ DI PROVA

La prova è stata condotta utilizzando un banco già presente presso il Laboratorio di Prove Materiali dell'Università degli Studi di Brescia che consente, attraverso il principio della leva, di mantenere costante nel tempo il carico applicato.

Il banco è composto da 5 leve di lunghezza differente, per lo svolgimento simultaneo di prove di diversa tipologia (*Fig. 9.2*). Le leve sono costituite da profili a doppio C in acciaio (*Fig. 9.1f*); quella dedicata alla prova di flessione ha una lunghezza pari a 212,5 cm e ruota attorno ad un perno (*Fig. 9.1e*) posizionato a 62,5 cm dall'estremità cui sono agganciati i provini (*Fig. 9.1c*). La lunghezza del braccio della leva cui è appeso il carico risulta, dunque, pari a 2,4 volte la lunghezza del braccio cui sono appesi i provini (*Fig. 9.3*). Le travi in legno (*Fig. 9.1a*) sono disposte in serie mediante un sistema di anelli in acciaio (*Fig. 9.1b*), collegato alla leva attraverso una doppia cerniera (*Fig. 9.1c* e *Fig. 9.1d*), che impedisce la trasmissione di momenti flettenti. La struttura del banco ha permesso di testare contemporaneamente 10 travi delle stesse dimensioni.

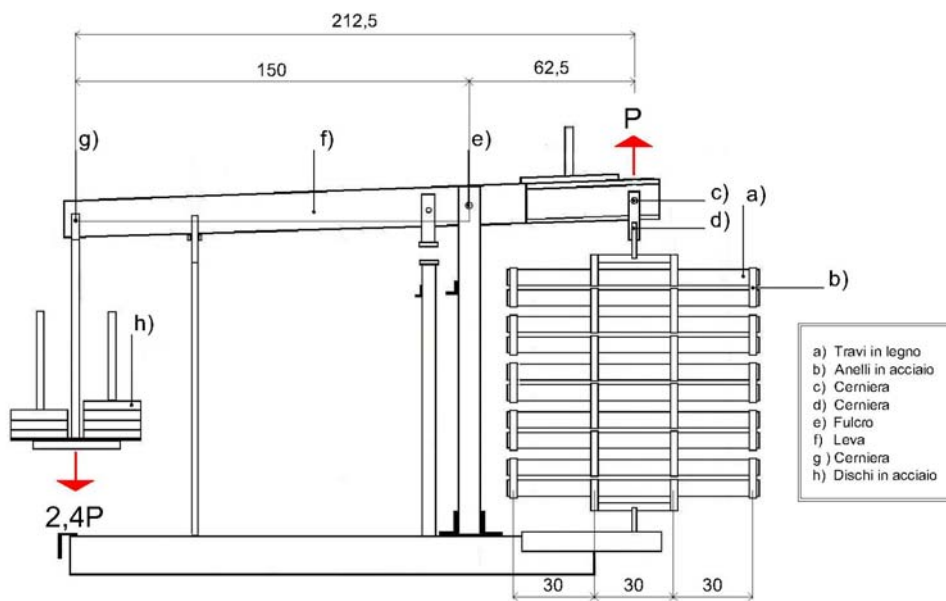


Fig. 9.1 – Banco di prova



Fig. 9.2 – Banco di prova

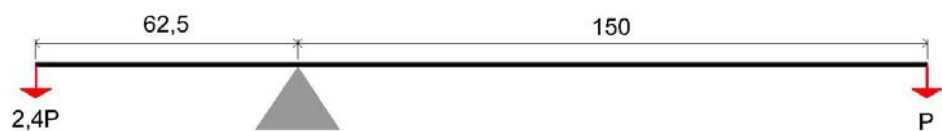


Fig. 9.3 – Schema della leva utilizzata per l'applicazione del carico alle travi

### 9.2.1 Geometria dei campioni e caratteristiche dei materiali

I campioni impiegati nella prova sono in legno di abete rosso, specie d'impiego diffuso nell'edilizia ordinaria (Fig. 9.4). Le travi hanno sezione quadrata di 5 cm di lato e lunghezza pari a 95 cm e non presentano fessure da ritiro.

All'atto della fornitura, il legno aveva un contenuto d'acqua pari al 12,5%, sceso al 6,2% all'inizio della prova.



Fig. 9.4 – Travi in legno di abete rosso

CLASSI DI RESISTENZA PER SPECIE LEGNOSE DI PROVENIENZA ITALIANA		Abete/Nord		
Resistenze		[MPa]		
		S1	S2	S3
Flessione	$f_{m,g,k}$	29	23	17
Trazione parallela alla fibratura	$f_{t,0,g,k}$	17	14	10
Trazione perpendicolare alla fibratura	$f_{t,90,g,k}$	0,4	0,4	0,4
Compressione parallela alla fibratura	$f_{c,0,g,k}$	23	20	18
Compressione perpendicolare alla fibratura	$f_{c,90,g,k}$	2,9	2,9	2,9
Taglio	$f_{v,g,k}$	3	2,5	1,9
Modulo elastico		[GPa]		
Modulo elastico medio parallelo alle fibre	$E_{0,g,mean}$	12	10,5	9,5
Modulo elastico caratteristico parallelo alle fibre	$E_{0,g,05}$	8	7	6,4
Modulo elastico medio parallelo alle fibre	$E_{0,g,mean}$	4	3,5	3,2
Modulo di taglio medio	$G_{g,mean}$	7,5	6,6	5,9
Massa volumica		[kg/m <sup>3</sup> ]		
Massa volumica caratteristica	$\rho_k$	380	380	380
Massa volumica media	$\rho_{mean}$	415	415	415

Tab. 9.1 – Profili prestazionali del legno di abete impiegato nella prova secondo la norma UNI EN 11035<sup>1</sup> (CNR-DT206/2007, p.92)

### 9.2.2 Applicazione dei carichi

Le modalità di prova rispettano le disposizioni della norma UNI EN 408 del 2004<sup>2</sup> riguardanti la determinazione del modulo di elasticità a flessione globale delle travi lignee (Fig. 9.5). La norma prevede che il carico sia applicato in due punti, distanti tre volte l'altezza della sezione  $h$  dalla mezzeria del campione, semplicemente appoggiato in due punti distanti almeno  $18h$ .

Il carico è trasmesso ai campioni attraverso gli anelli in acciaio che collegano le travi (Fig. 9.6). Secondo la norma, essi devono avere una larghezza massima pari alla metà dell'altezza della sezione.

Essendo le travi disposte in serie, su ciascuna di esse agisce, in direzione opposta al carico applicato mediante la leva, il peso delle travi sovrastanti e degli anelli di collegamento; la differenza di carico tra la coppia di travi più sollecitata e quella meno sollecitata è di circa 0,12 kN.

<sup>1</sup> UNI EN 11035-1:2003, Legno strutturale - Classificazione a vista di legnami italiani secondo la resistenza meccanica: terminologia e misurazione delle caratteristiche

<sup>2</sup> UNI EN 408:2004, Strutture di legno - Legno massiccio e legno lamellare incollato - Determinazione di alcune proprietà fisiche e meccaniche



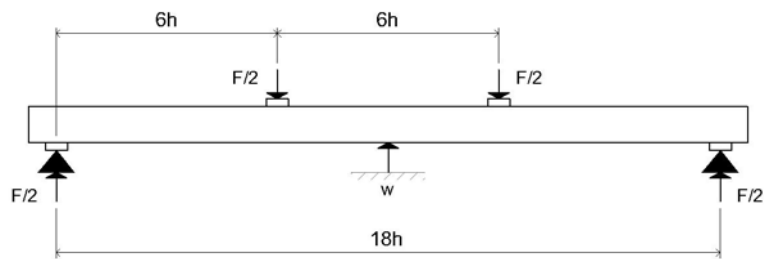


Fig. 9.5 – Geometria di prova per la misurazione del modulo di elasticità a flessione globale (UNI EN 308, 2004, p. 6)

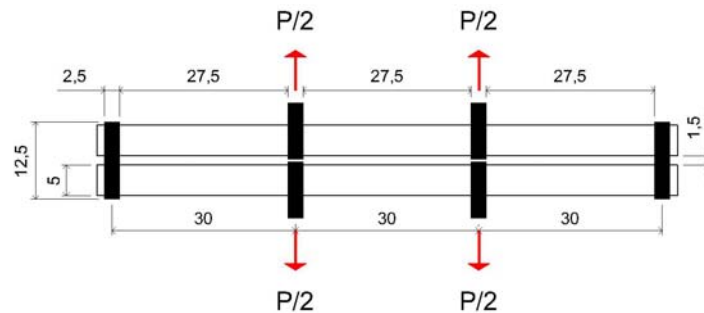


Fig. 9.6 – Schema di carico



Fig. 9.7 – Applicazione del carico

L'applicazione di dischi di acciaio al braccio maggiore della leva, per un peso complessivo di 0,33 kN (Fig. 9.1h), ha permesso di trasmettere ai campioni un carico P di 0,80 kN (Fig. 9.7); il tasso di lavoro  $\sigma_w$  delle travi risulta quindi compreso tra 5,80 MPa e 4,94 MPa, con un valore medio di 5,37 MPa, corrispondente a un tasso di lavoro usuale per il legno in esercizio:

$$\sigma_w = \frac{M}{W} = \frac{Pl}{bh^2} = \frac{90 \text{ cm}}{125 \text{ cm}^3} P = \frac{0,72}{\text{cm}^2} (0,80 \div 0,68) \text{ kN} = 5,80 \div 4,94 \text{ MPa} \quad (9.1)$$

- Con:     M     = momento in mezzeria della trave  
           W     = modulo di resistenza della sezione  
           l     = lunghezza della trave  
           b     = larghezza della sezione  
           h     = altezza della sezione

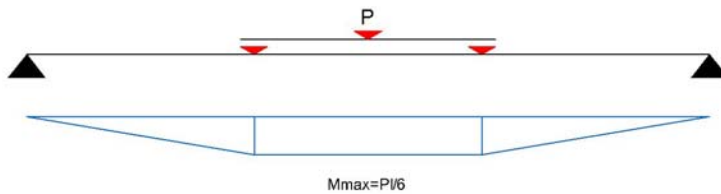


Fig. 9.8 – Diagramma del momento flettente agente sulle travi

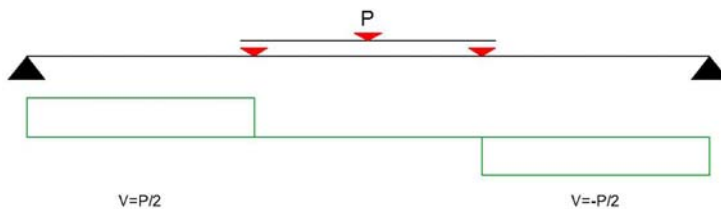


Fig. 9.9 – Diagramma del taglio agente sulle travi

La modalità di applicazione del carico determina un andamento lineare del momento, corrispondente a un'azione di taglio costante, dagli appoggi ai punti di applicazione del carico e un momento costante, corrispondente a un'azione di taglio nulla, nel tratto di trave compreso tra i punti di applicazione del carico (Fig. 9.8 e Fig. 9.9).

### 9.2.3 Strumentazione

La freccia in mezzeria delle travi è stata rilevata mediante l'utilizzo di comparatori analogici centesimali; per semplicità si è provveduto a rilevare l'allontanamento relativo di ciascuna coppia di travi (Fig. 9.10).

È opportuno osservare che la deformazione così misurata include eventuali schiacciamenti locali delle fibre, che possono verificarsi in corrispondenza degli appoggi o dei punti di applicazione del carico.

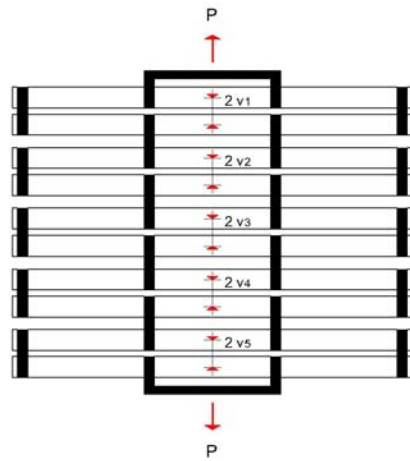


Fig. 9.10 – Posizione degli strumenti per la misurazione della freccia

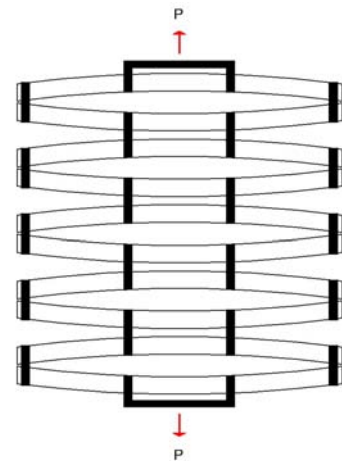


Fig. 9.11 – Modalità di deformazione delle travi

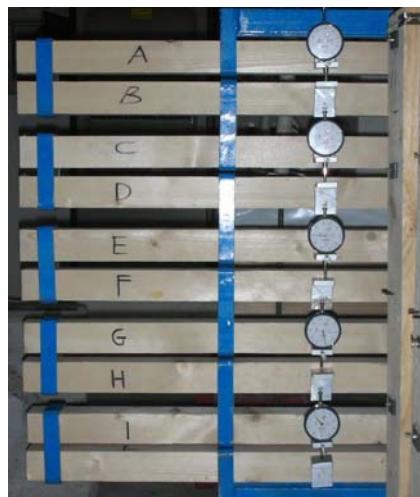


Fig. 9.12 – Comparatori analogici per la misurazione della freccia



Fig. 9.13 – Prova di flessione di lunga durata su 10 travi in legno di abete

La struttura del banco consente di mantenere costante il carico nel tempo, dunque non sono previsti strumenti per la sua misurazione.

Come per la prova descritta nel capitolo precedente, sono stati registrati i parametri di temperatura e umidità ambientale, rilevati attraverso uno strumento digitale. Il contenuto d'acqua, rilevato a 25 mm di profondità dalla superficie esterna

attraverso un igrometro a infissione, è stato assunto come valore medio del contenuto d'acqua della sezione.

### 9.2.4 Modalità di prova

La prova ha avuto inizio il 22 febbraio 2010, nello stesso ambiente chiuso in cui si è svolta la prova sulla trave mista in legno e calcestruzzo, riscaldato nei mesi invernali e con umidità non controllata. L'applicazione del carico è avvenuta in un'unica fase, poiché il comportamento del legno può essere considerato elastico in funzione del tasso di lavoro contenuto e l'obiettivo della prova è verificare l'andamento nel tempo della deformazione differita. Nel seguito si riportano i dati registrati nel corso del primo anno di prova.

## 9.3. RISULTATI

### 9.3.1 Deformazioni istantanee

I valori della freccia media istantanea, rilevata per ciascuna coppia di travi, sono compresi tra 1,51 e 1,75 mm (*Fig. 9.14*) e corrispondono a un modulo di elasticità a flessione globale compreso tra 10,56 e 13,19 GPa:

$$E_{m,g} = \frac{l^3}{bh^3} \cdot \frac{P}{v} \left( \frac{3(l/3)}{4l} - \left( \frac{l/3}{l} \right)^3 \right) = \frac{23l^3}{108bh^3} \cdot \frac{P}{v} = 10,56 \div 13,19 \text{GPa} \quad (9.2)$$

La freccia rilevata comprende la componente dovuta all'azione di taglio, che tuttavia è molto contenuta poiché la trave è snella ( $l/h = 18$ ).

Nell'ipotesi di un rapporto tra il modulo di taglio medio  $G$  e il modulo elastico medio parallelo alle fibre  $E$  del legno di abete pari a  $1/16$ , il rapporto tra la freccia istantanea determinata dall'azione di taglio e quella determinata dal momento risulta (cfr. cap. 3):

$$\frac{v_t}{v_m} = \frac{\chi(P/2)l}{\frac{3GA}{23(P/2)l^3}} \cong 15 \cdot \left( \frac{h}{l} \right)^2 = 15 \cdot \left( \frac{0,05}{0,9} \right)^2 = 0,046 \quad (9.3)$$

La freccia istantanea dovuta all'azione di taglio è dunque inferiore al 5% della freccia istantanea dovuta alla flessione. Il modulo elastico  $E$  delle travi può essere stimato sottraendo dalla freccia rilevata sperimentalmente la parte di freccia dovuta al taglio.

Il modulo elastico globale medio delle travi è pari a 11,60 GPa, considerando che tale valore sottostimi il modulo elastico del 5%, esso risulterebbe pari a 12,18 MPa, corrispondente al modulo elastico medio del legno di abete di provenienza alpina di classe S1 secondo la UNI EN 11035.

FRECCIA ISTANTANEA					
Coppia di travi	M [kN·m]	$\sigma$ [MPa]	v [mm]	$E_{m,g}$ [GPa]	$E_m$ [GPa]
1	0,12	5,79	1,52	13,19	13,80
2	0,12	5,58	1,75	11,00	11,51
3	0,12	5,37	1,62	11,47	12,00
4	0,12	5,16	1,51	11,78	12,33
5	0,12	4,94	1,62	10,56	10,56
Media				11,05	12,14

Tab. 9.2 – Freccia istantanea e modulo di elasticità a flessione delle travi

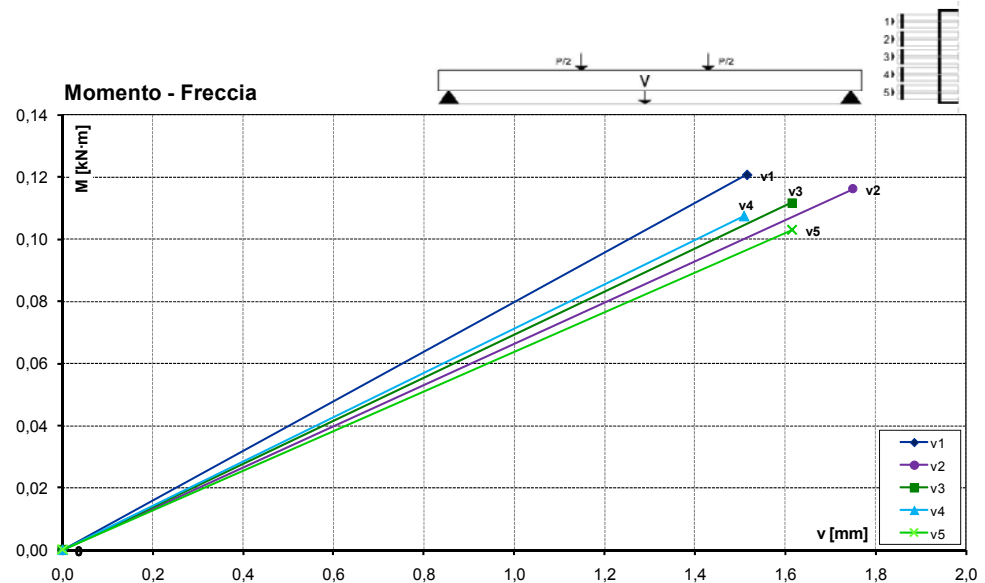


Fig. 9.14 – Freccia istantanea delle travi

### 9.3.2 Deformazioni differite

Le condizioni in cui si è svolta la prova, di cui sono disponibili i dati relativi al primo anno, sono, come detto, analoghe a quelle della prova di lunga durata sulla trave mista legno-calcestruzzo (cfr. cap. 8), per cui sono noti i dati relativi alle condizioni di temperatura e umidità diurne dei giorni lavorativi, mentre non sono disponibili quelli relativi alle condizioni notturne e dei giorni festivi.

La finestra temporale interessata dalla prova corrisponde al secondo anno della prova sulla trave mista, in cui è stata registrata una temperatura minima di 16,2 °C, sebbene la temperatura sia stata mantenuta generalmente sopra i 18 gradi dal riscaldamento, mentre la temperatura massima registrata è stata di 29,8 °C (Fig. 9.15).

L'umidità ambientale relativa media registrata è pari al 42%, con un valore minimo registrato pari al 17% e un valore massimo pari al 71%; la soglia del 60% è stata superata solo 4 volte. Il contenuto d'acqua del legno, rilevato in un campione di riferimento a 20 mm di profondità, è stato assunto come contenuto d'acqua medio della sezione per tutte le travi. Le variazioni di contenuto d'acqua sono molto più lente rispetto a quelle registrate per l'umidità relativa dell'aria; il valore di contenuto d'acqua minimo registrato è pari al 5%, mentre quello massimo è pari al 7,8%. Come osservato nel capitolo precedente, le condizioni di prova corrispondono alla classe di servizio 1 della normativa.

Al termine del primo anno di prova, non è ancora possibile affermare che le deformazioni flessionali delle travi abbiano raggiunto un assestamento. Nel corso del primo mese, il tasso medio di crescita della freccia in mezzeria delle travi è risultato pari al 29%, mentre nell'ultimo mese è dello 0,8%. Il tasso di crescita complessivo nel primo anno di prova è del 73%.

FRECCE DIFFERITE							
Freccia	Istantanea [mm]	I mese [mm]	XI mese [mm]	I anno [mm]	Tasso di crescita I mese	Tasso di crescita XII mese	Tasso di crescita I anno
v <sub>1</sub>	1,52	1,87	2,52	2,54	23%	0,8%	67%
v <sub>2</sub>	1,75	2,27	3,09	3,10	30%	0,3%	77%
v <sub>3</sub>	1,62	2,08	2,81	2,83	28%	0,7%	75%
v <sub>4</sub>	1,51	1,92	2,58	2,58	27%	0,0%	73%
v <sub>5</sub>	1,62	2,21	2,72	2,77	36%	1,8%	71%
<b>Media</b>					29%	0,8%	73%

Tab. 9.3 – Freccia differita delle travi

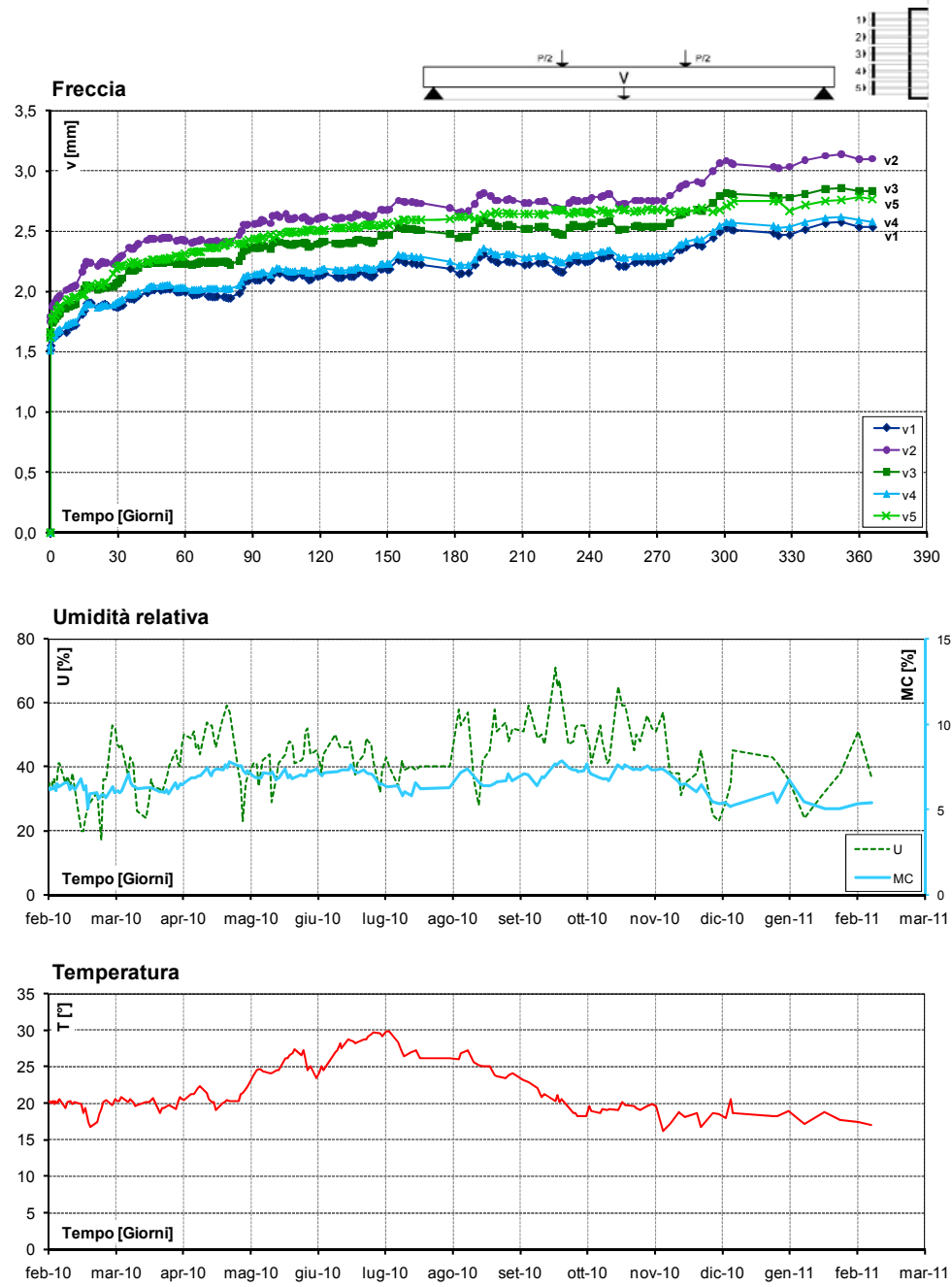


Fig. 9.15 – Curva Freccia – Tempo delle travi a confronto con i dati relativi a umidità ambientale, contenuto d'acqua e temperatura

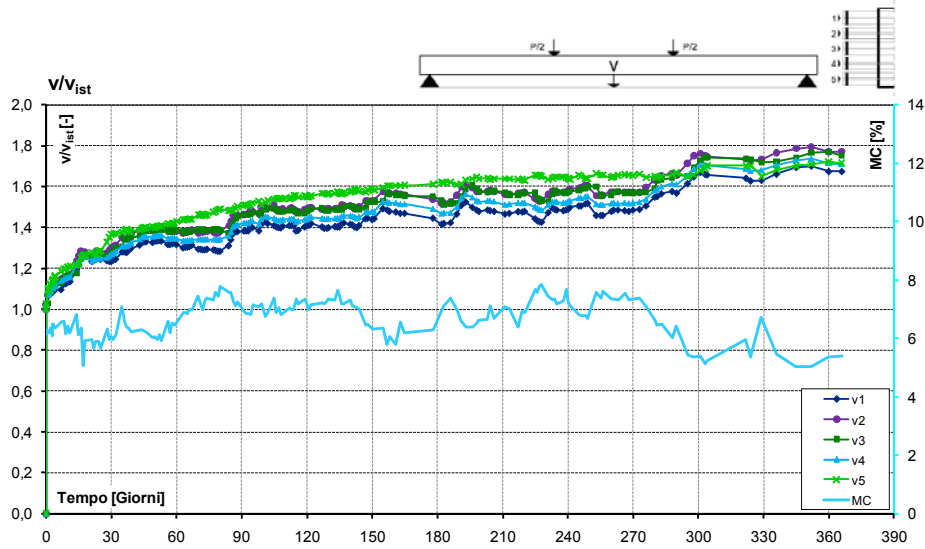


Fig. 9.16 – Curva Freccia/Freccia istantanea - Tempo

## 9.4. ANALISI DEI RISULTATI

### 9.4.1 Confronto tra i risultati sperimentali e il coefficiente di viscosità previsto dalla normativa

Sebbene al termine del primo anno di prova le frecce delle travi non sembrano aver raggiunto un assettamento, al termine del primo mese il tasso medio di crescita della freccia, relativo a un periodo di tempo compreso tra i 7 e gli 8 giorni, assume un andamento oscillatorio (Fig. 9.17).

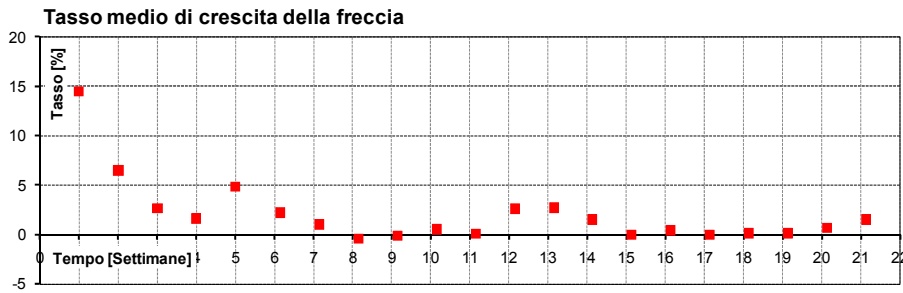


Fig. 9.17 – Tasso medio di crescita della freccia relativo a un periodo di tempo compreso tra i 7 e gli 8 giorni nei primi 5 mesi di prova



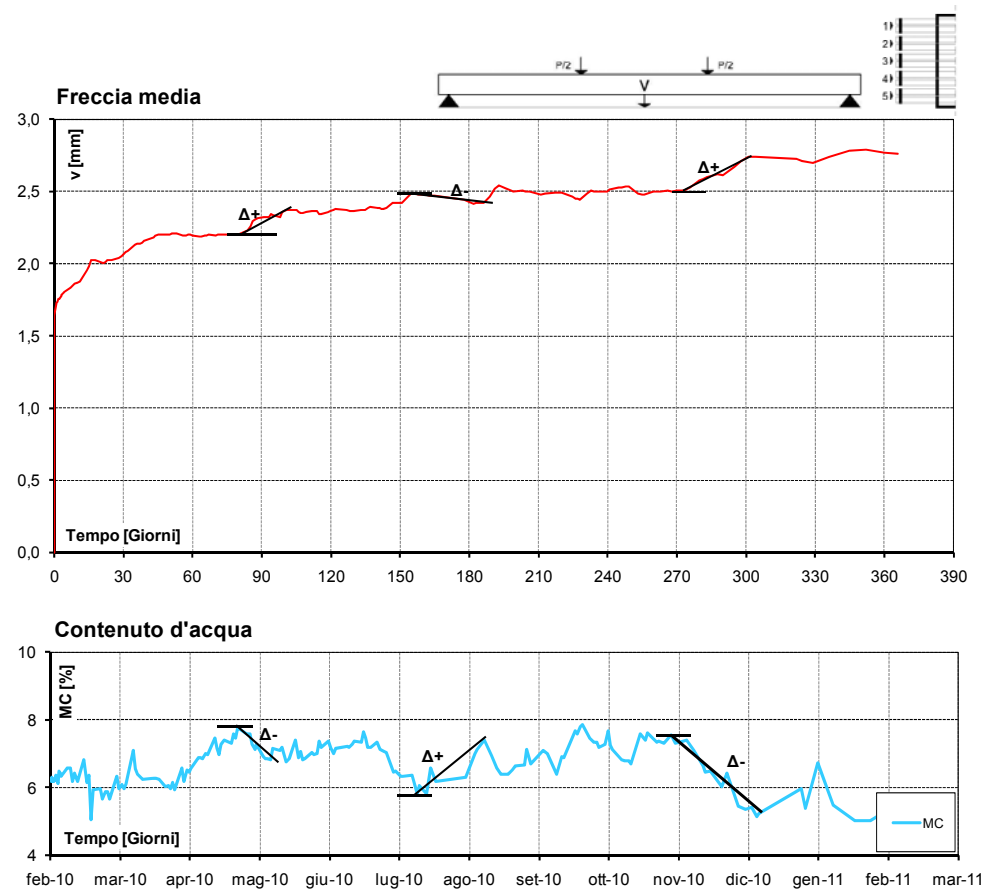


Fig. 9.18 – Freccia media delle travi

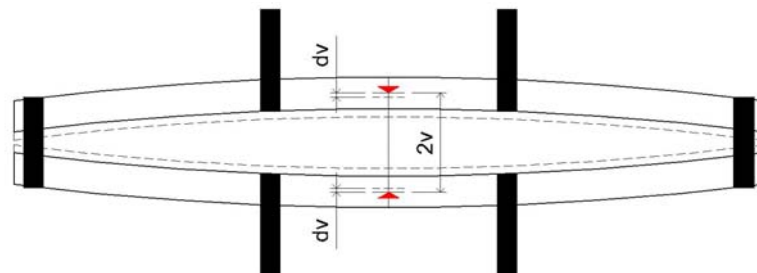


Fig. 9.19 – Effetto del ritiro trasversale del legno sulla misurazione della freccia delle travi

Poiché i comparatori sono posizionati in modo da rilevare lo spostamento reciproco dei baricentri delle travi, si può ipotizzare che la misura effettuata comprenda metà della variazione dimensionale da ritiro o rigonfiamento trasversale di ciascuna trave (Fig. 9.19).

Ipotizzando una deformazione da ritiro trasversale del legno di abete pari allo 0,3% per punto percentuale di variazione del contenuto d'acqua (Piazza et altri, 2005), l'effetto sulla misura della freccia di ciascuna trave  $dv$  è pari a:

$$dv = 0,5 \cdot h \cdot \alpha_{wtr, u} = 25 \cdot 0,003 \text{ mm} = 0,075 \text{ mm} \quad (9.4)$$

Con:  $h$  = altezza della sezione  
 $\alpha_{wtr, u}$  = coefficiente di dilatazione igrometrica trasversale del legno di abete

Considerando l'ordine di grandezza degli spostamenti rilevati, l'effetto del ritiro-rigonfiamento del legno non è dunque trascurabile e deve essere depurato per valutare correttamente l'andamento della freccia delle travi. I valori del coefficiente di dilatazione igrometrica del legno disponibili in letteratura, come si è visto nel capitolo 3, sono comunque indicativi; i risultati ottenuti hanno quindi un valore qualitativo (Fig. 9.20).

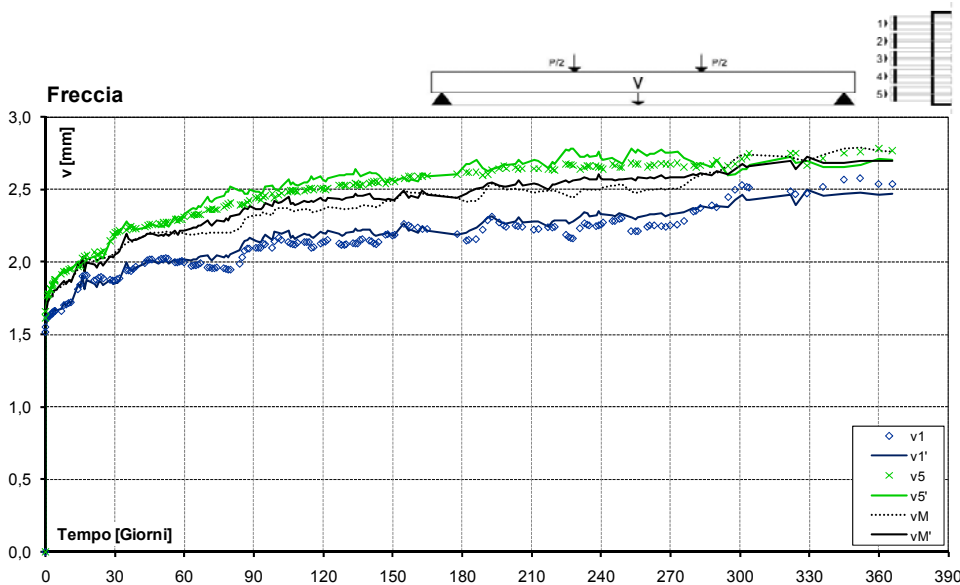


Fig. 9.20 – Confronto tra la freccia rilevata sperimentalmente ( $v$ ) e la freccia depurata dall'effetto teorico del ritiro trasversale ( $v'$ )

Sottraendo alle curve sperimentali delle frecce delle travi l'effetto del ritiro-rigonfiamento, le oscillazioni risultano ammortizzate, sebbene non del tutto neutralizzate; le oscillazioni residue possono dipendere sia dal fatto che il contenuto d'acqua delle travi rilevato, attraverso lo strumento a infissione, sul campione di riferimento, non sia del tutto rappresentativo del contenuto d'acqua medio delle sezioni, sia dalla componente meccanico-assorbitiva della deformazione.

Per la coppia 5, la sottrazione dell'effetto del ritiro-rigonfiamento trasversale introduce oscillazioni non presenti nella curva sperimentale, poiché il comportamento di questa coppia di travi non sembra essere influenzato dalle variazioni di contenuto d'acqua come quello delle altre travi.

Al termine del primo anno di prova, il coefficiente di viscosità di tutte le travi, depurato dall'effetto del ritiro-rigonfiamento trasversale, risulta aver superato il coefficiente di viscosità previsto dalla normativa per le strutture in classe di servizio 1, pari a 0,6. Il coefficiente di viscosità medio rilevato al termine del primo anno è infatti pari a 0,67 (Fig. 9.21).

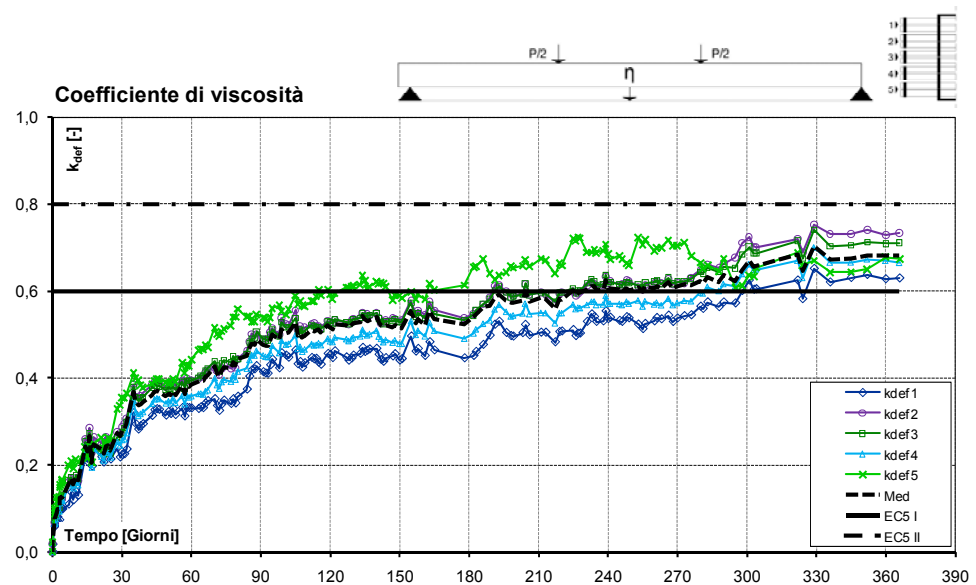


Fig. 9.21 – Confronto tra il coefficiente di viscosità delle travi depurato dall'effetto del ritiro-rigonfiamento trasversale e il coefficiente di viscosità previsto dalla normativa

### 9.4.2 Confronto tra i risultati sperimentali e il metodo di calcolo della freccia differita proposto da Zago

Sulla base di un'estesa campagna sperimentale, Zago ha proposto un metodo di calcolo del coefficiente di viscosità a tempo infinito  $k_{def}$  del legno di abete soggetto a flessione che tiene conto del modulo elastico dell'elemento, del tasso di lavoro e delle condizioni di umidità ambientale relativa attraverso fattori di moltiplicazione della deformazione istantanea, ricavabili mediante appositi grafici (Zago, 1993, cfr. cap. 4):

$$k_{def,\infty} = K_E K_T K_U K_C K_F = 1,04 \cdot 0,4 \cdot 0,55 \cdot 1 \cdot 1 = 0,23 \quad (9.5)$$

- Con:
- $K_E$  = coefficiente che tiene conto del modulo elastico dell'elemento, pari a 1,04 per  $E_m = 12,14$  MPa
  - $K_T$  = coefficiente che tiene conto del tasso di lavoro in funzione della specie legnosa, pari a 0,4 per abete massiccio con tasso di lavoro di 5,37 MPa
  - $K_U$  = coefficiente che tiene conto dell'umidità ambientale relativa media, pari a 0,55 per un'umidità ambientale relativa media inferiore al 50%
  - $K_C$  = coefficiente che tiene conto dell'ampiezza della variazione di umidità ambientale relativa, pari a 1 per un'umidità ambientale relativa media inferiore al 50%
  - $K_F$  = coefficiente che tiene conto dell'inerzia del legno alla variazione di contenuto d'acqua in funzione della forma dell'elemento, pari a 1 per un'umidità ambientale relativa media inferiore al 50%

MOLTIPLICATORI DEFORMAZIONE ISTANTANEA				
$K_E$	$K_T$	$K_U$	$K_C$	$K_F$
1,04	0,4	0,55	1	1

Tab. 9.4 – Moltiplicatori per il calcolo del coefficiente di viscosità a tempo infinito  $k_{def}$  secondo il metodo proposto da Zago (Zago, 1993)

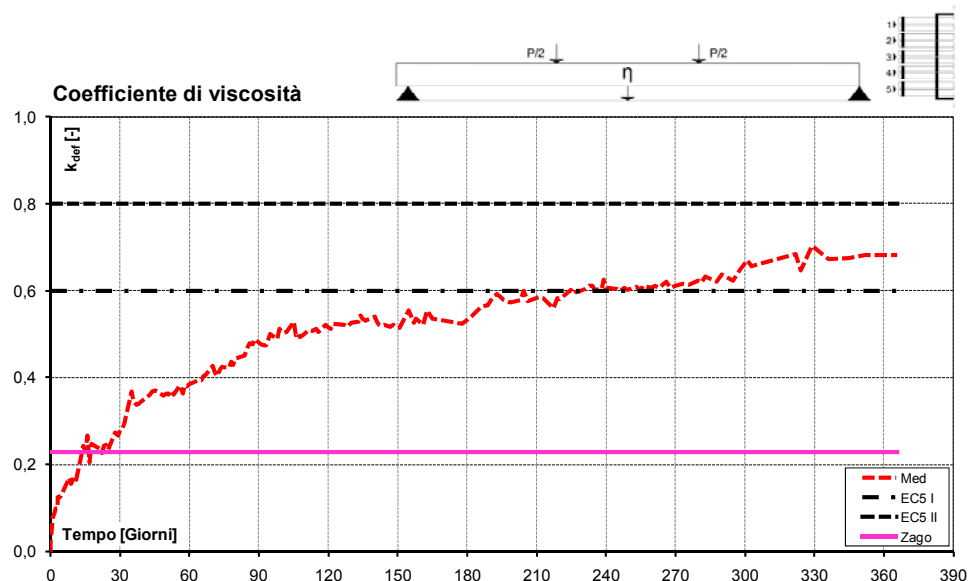


Fig. 9.22 – Confronto tra il coefficiente di viscosità delle travi depurato dall'effetto del ritiro-rigonfiamento trasversale e il coefficiente di viscosità proposto da Zago

Il coefficiente di viscosità  $k_{def,\infty}$  ottenuto in questo modo risulta molto sottostimato, principalmente perché è sottostimata l'influenza delle variazioni di contenuto d'acqua al di sotto del 50% di umidità ambientale relativa media, che, per travi di sezione ridotta come quelle impiegate nella prova, non è trascurabile; anche il fattore moltiplicativo della deformazione, pari a 0,4 per il livello di tensione corrispondente all'esercizio, potrebbe essere sottostimato (Fig. 9.22).

### 9.4.3 Confronto tra i risultati sperimentali e il modello reologico di Toratti

Come si è visto nei capitoli precedenti, per stati di sforzo contenuti il comportamento del legno soggetto a carichi di lunga durata può essere approssimato a un comportamento visco-elastico lineare; l'ipotesi di linearità può essere ritenuta valida per stati di sforzo inferiori al 20% del carico di rottura che, secondo la norma UNI EN 11035, è pari a 29 MPa per legno di abete di classe S1 soggetto a flessione.

Lo sforzo massimo cui sono soggette le travi nella prova è di 5,8 MPa, pari al 20% del carico di rottura, dunque il comportamento dei campioni può essere

considerato visco-elastico lineare; i risultati sperimentali sono stati posti a confronto con il modello reologico di viscosità lineare proposto da Toratti per il legno (Toratti, 1992), già presentato nei capitoli precedenti.

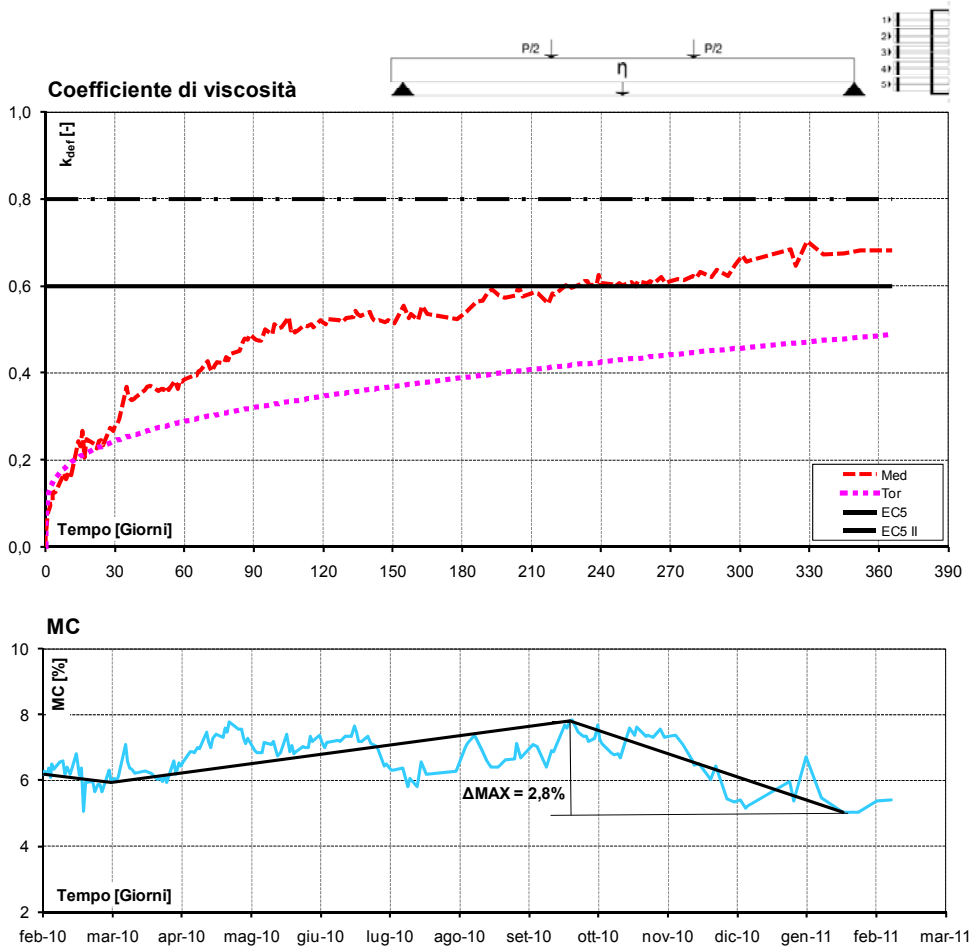


Fig. 9.23 – Confronto tra il coefficiente di viscosità delle travi depurato dall'effetto del ritiro-rigonfiamento trasversale e il coefficiente di viscosità previsto dal modello di Toratti

Il coefficiente di viscosità del legno sottoposto a cicli annuali di variazione del contenuto d'acqua di uguale entità, secondo questo modello, è descritto dalla seguente funzione (Fragiacomo e Ceccotti, 2006b, cfr. cap. 4):

$$k_{def}(t - t_0) = k_{def,vis}(t - t_0) + k_{def,ms}(t - t_0) = \left(\frac{t - t_0}{t_d}\right)^m + \varphi_{\infty} \left(1 - e^{-c \frac{2\Delta u}{100\Delta t}(t - t_0)}\right) \quad (9.6)$$

Dove, per il legno di abete:

$t_d$	=	29500 giorni
$m$	=	0,21
$c$	=	2,5
$\varphi_{\infty}$	=	0,7
$\Delta MC$	=	2,8%
$\Delta t$	=	365 giorni

Poiché l'umidità ambientale relativa del laboratorio dove si è svolta la prova non è condizionata, la durata dei cicli di variazione del contenuto d'acqua può essere considerata annuale sebbene, come si è visto, i cicli di umidità non abbiano un andamento regolare come quello della temperatura.

Approssimando la storia del contenuto d'acqua con una spezzata lineare, la variazione massima di contenuto d'acqua nel primo anno di prova risulta pari al 2,8% (Fig. 9.23).

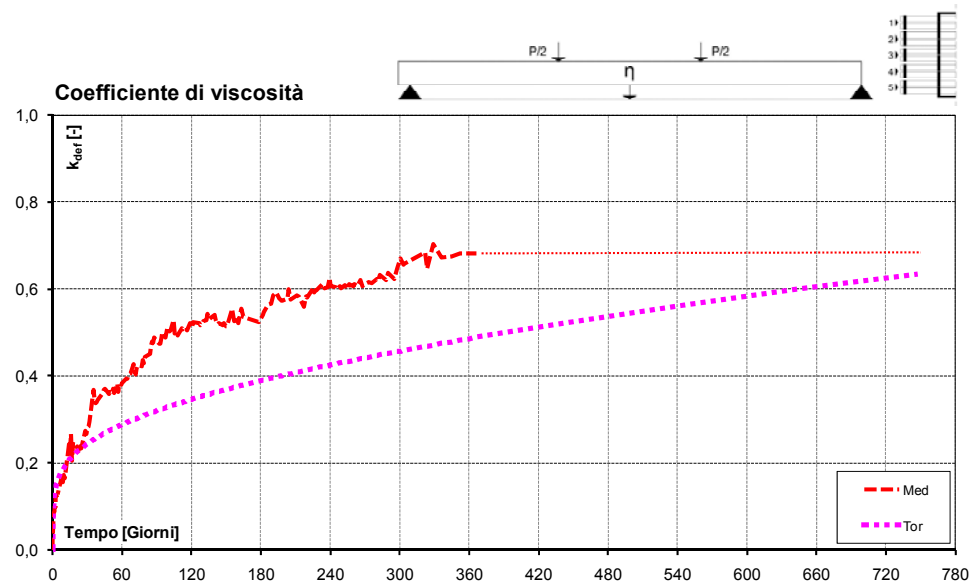


Fig. 9.24 – Confronto tra il coefficiente di viscosità delle travi nell'ipotesi che abbia raggiunto un assestamento e il coefficiente di viscosità previsto dal modello di Toratti per una durata del carico di due anni

Applicando questi parametri, il coefficiente di viscosità previsto dal modello reologico, dopo il primo anno di prova, risulta pari a 0,49, inferiore a quello riscontrato sperimentalmente. Tuttavia, la differenza tra il modello e i risultati sperimentali potrebbe essere imputata alla pendenza iniziale della curva, che nel modello di Toratti espresso in questa forma è legata alla variazione massima di contenuto d'acqua e alla durata del ciclo. Se il coefficiente di viscosità delle travi si assestasse attorno al valore attuale, al termine del secondo anno la curva prevista dal modello lo raggiungerebbe (Fig. 9.24).

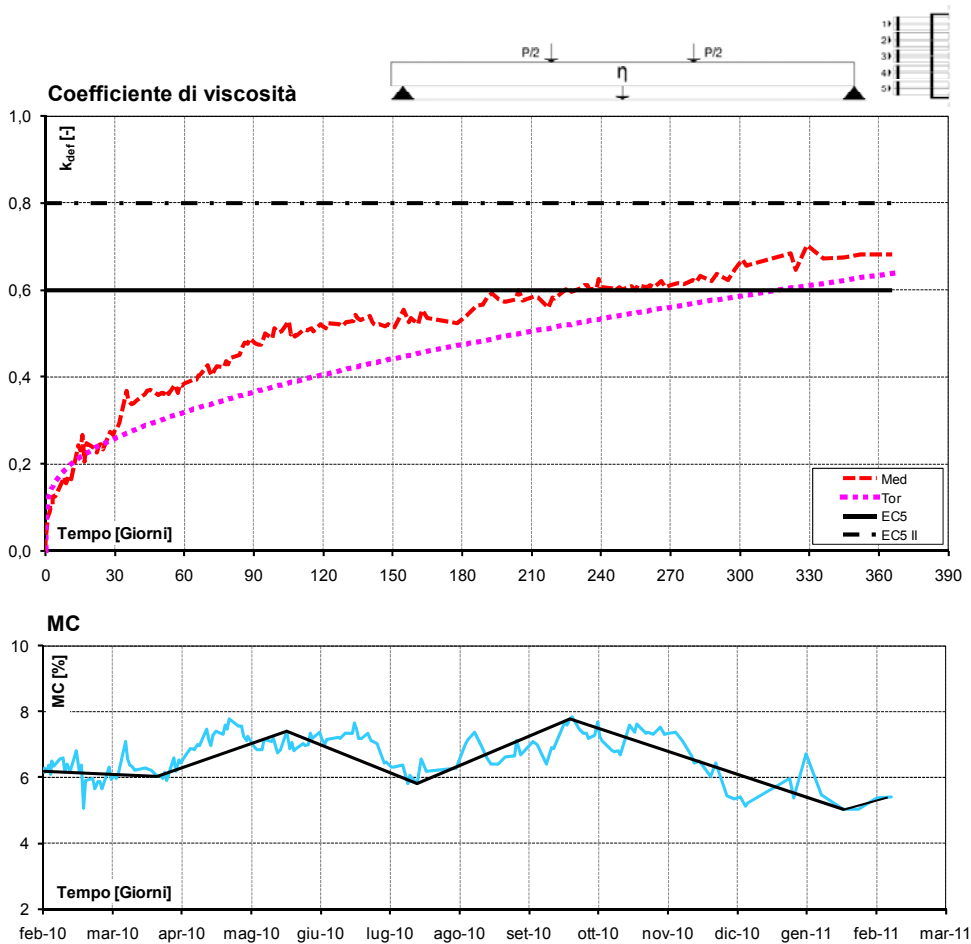


Fig. 9.25 – Confronto tra il coefficiente di viscosità delle travi depurato dall'effetto del ritiro-rigonfiamento trasversale e il coefficiente di viscosità previsto dal modello di Toratti, ipotizzando una durata di 120 giorni del ciclo di variazione del contenuto d'acqua



Considerate le ridotte dimensioni della sezione, è ragionevole ipotizzare che i campioni siano sensibili a variazioni di contenuto d'acqua di entità anche inferiore a quella della variazione massima registrata nel corso dell'anno. Osservando la storia del contenuto d'acqua registrato dai campioni, possono essere individuati 3 cicli di variazione del contenuto d'acqua (Fig. 9.25). Adottando dunque nel modello una durata del ciclo di 120 giorni e lasciando invariati gli altri parametri, si ottiene un'ottima corrispondenza della curva teorica con i dati sperimentali (Fig. 9.25).

La durata del ciclo di variazione del contenuto d'acqua non influenza comunque il valore del coefficiente di viscosità previsto dal modello di Toratti a 50 anni, periodo di vita utile delle strutture comuni, pari a 1,6.

#### 9.4.4 Osservazioni

I risultati della prova di flessione di lunga durata su travi in legno di abete, in ambiente chiuso e riscaldato a umidità non controllata, hanno mostrato al termine del primo anno di prova, un coefficiente di viscosità medio già leggermente superiore a quello proposto dalla normativa (Eurocodice 5, CNR-DT206/2007) per strutture in classe di servizio 1.

La corrispondenza tra i dati sperimentali e il modello reologico di Toratti appare molto buona, a patto di valutare correttamente la durata dei cicli di umidità, che influenza notevolmente la pendenza iniziale della curva.

#### 9.5 REFERENZE

- FRAGIACOMO M. - CECCOTTI A., *Simplified approach for the long-term behaviour of the timber-concrete composite beams according to the Eurocode 5 Provisions*, Proceedings of the "CIB-W18 Meeting", Florence, Italy, August 2006b
- PIAZZA M. – TOMASI R. – MODENA R., *Strutture in legno. Materiale, calcolo e progetto secondo le nuove normative europee*, Ulrico Hoepli Editore, Milano 2005
- TORATTI T., *Creep of timber beams in a variable environment*, Laboratory of Structural Engineering and Building Physics, Helsinki University of Technology, Finland, Report n. 31, 1992
- ZAGO F., *Il legno di conifera: la deformazione differita*, Habitat Legno, Edolo 1993



---

## 10. INDAGINI SPERIMENTALI SUGLI EFFETTI DELLA VARIAZIONE DI CONTENUTO D'ACQUA SUL COMPORTAMENTO LOCALE DEL LEGNO A TAGLIO LONGITUDINALE-RADIALE

---

### 10.1 INTRODUZIONE

Nel seguito sono descritti i risultati di prove condotte per caratterizzare il comportamento locale del legno soggetto a un flusso di taglio parallelo alle fibre costante nel tempo, in condizioni di umidità variabile. Tale comportamento, oltre ad intervenire nel meccanismo di deformazione per taglio delle travi, risulta determinante per la comprensione dei processi di redistribuzione degli sforzi concentrati che si osservano, ad esempio, alle estremità degli incollaggi negli interventi di rinforzo di travi lignee con lamine metalliche, dove contribuiscono a limitare l'insorgere di fenomeni di delaminazione (*Fig. 10.1*, Metelli, 2003). Le indagini sperimentali esposte in Metelli, 2003, hanno mostrato come la redistribuzione degli sforzi locali di taglio longitudinale sia legata a un comportamento non lineare del legno e, in particolare, alla maggiore duttilità del legno primaticcio, che determina una sorta di scorrimento delle fibre chiare tra le fibre scure.

In questa sede si è provveduto a studiare l'influenza della durata del carico e delle variazioni di contenuto d'acqua sul comportamento locale del legno soggetto a sforzo di taglio longitudinale-radiale sia per livelli di sforzo prossimi ai valori di esercizio, sia per livelli di sforzo più elevati, per cui il comportamento del legno esce dal campo elastico.

Per definire correttamente il programma sperimentale è stata condotta una prova preliminare, denominata “Prova A”, utilizzando un banco allestito nel corso di studi precedenti (Giuriani e Metelli, 2004). Sulla base dei risultati ottenuti, è stato approntato un programma di prove più ampio, indicato come “Prova B”, condotto su 18 campioni di legno di abete di piccole dimensioni, soggetti a tre diversi livelli di sforzo.

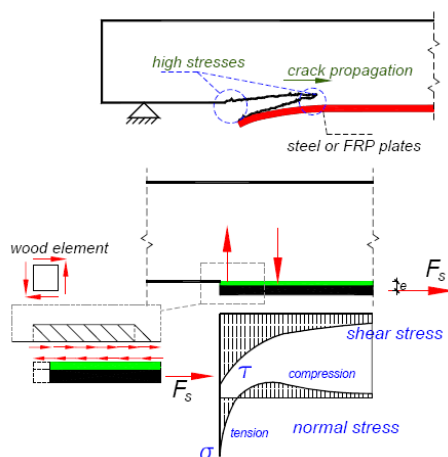


Fig. 10.1 – Concentrazione degli sforzi all'interfaccia nell'accoppiamento di travi in legno e piastre metalliche (Giuriani e Metelli, 2004, p. 5)

## 10.2 PROVA A: DESCRIZIONE DEL BANCO, MATERIALI E MODALITÀ DI PROVA

Per condurre questa prova è stato utilizzato un banco già esistente presso il Laboratorio di Prove Materiali Pisa dell'Università degli Studi di Brescia, costituito da un telaio (Fig. 10.3g) che sostiene due piastre di acciaio sagomate (Fig. 10.2a), cui viene incollato il campione. Le due piastre sono connesse al telaio mediante due barre in acciaio filettate (Fig. 10.2c) che consentono l'applicazione del carico  $V$ , rilevato mediante un dinamometro meccanico, al provino. La rotazione relativa e la traslazione trasversale tra le due piastre sono controllate mediante una coppia di sottili barre filettate, di rigidità flessionale trascurabile rispetto alla rigidità a taglio del legno (Fig. 10.2b). Per evitare movimenti fuori dal piano, le piastre sono

sostenute da altre 6 sottili barre filettate, anch'esse di rigidezza flessionale trascurabile (Fig. 10.3f).

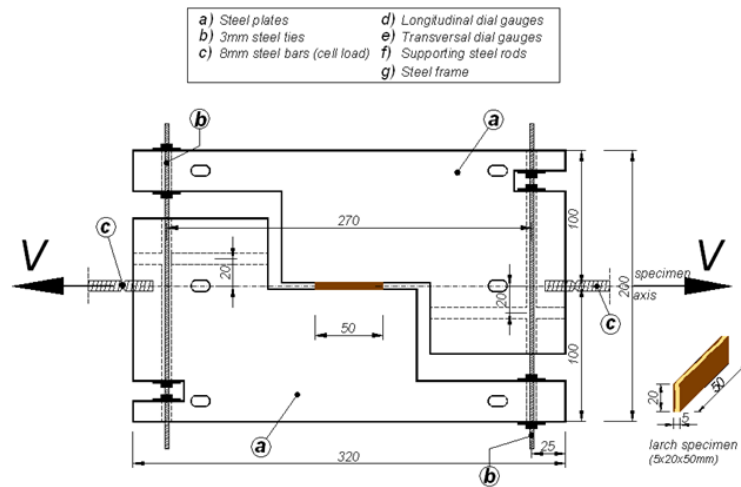


Fig. 10.2 – Piastre per l'applicazione del carico al campione (Giuriani e Metelli, 2004)

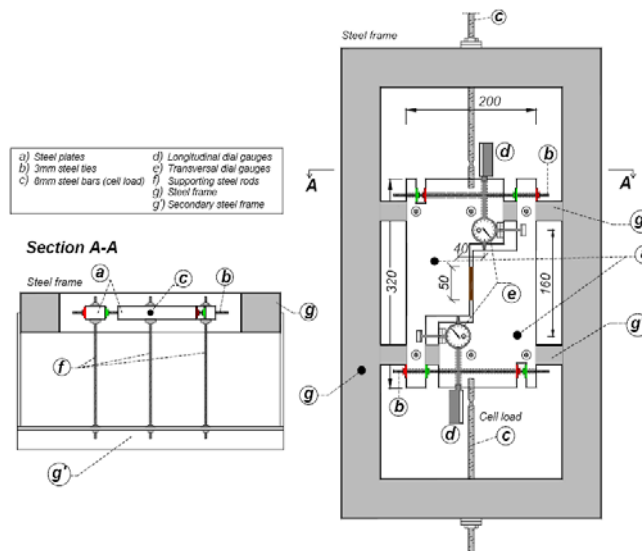
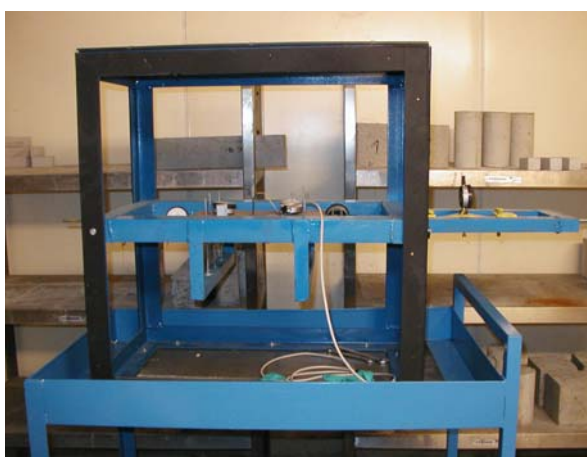


Fig. 10.3 – Pianta e sezione del banco di prova – Prova A (Giuriani e Metelli, 2004)

Il campione viene incollato alle piastre con una resina epossidica (Giuriani e Metelli, 2004). Le operazioni d'incollaggio richiedono una cura particolare per garantire il buon esito della prova: per scongiurare il distacco del campione, le superfici in acciaio devono essere adeguatamente pulite e rese scabre attraverso un processo di sabbiatura.

Le piastre possiedono una rigidità infinita rispetto al campione, così da trasmettere al provino uno sforzo di taglio pressoché uniforme per tutta la lunghezza, ad esclusione di una piccola zona in prossimità delle parti terminali (*Fig. 10.7*).

L'apparato di prova può essere agevolmente spostato all'interno di una camera climatica, che garantisce un'umidità relativa dell'ambiente massima pari al 96% e una temperatura costante di 20 °C.



*Fig. 10.4 – Vista del banco di prova – Prova A*

### **10.2.1 Geometria dei campioni e caratteristiche dei materiali**

Il comportamento duttile e non lineare del legno soggetto a sforzo di taglio longitudinale-radiale dipende dalle caratteristiche delle fibre più tenere, corrispondenti alla crescita primaverile, che presentano un comportamento meccanico più duttile rispetto alle fibre del legno tardivo (Giuriani e Metelli, 2004). Alla luce di queste considerazioni, si è deciso di testare elementi di piccole

dimensioni, costituiti da pochi strati di legno primaticcio e legno tardivo, disposti parallelamente alla direzione di applicazione dello sforzo di taglio.

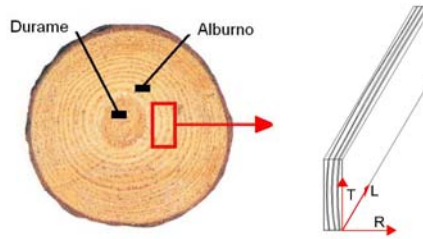


Fig. 10.5 – Area del tronco da cui è ricavato il campione

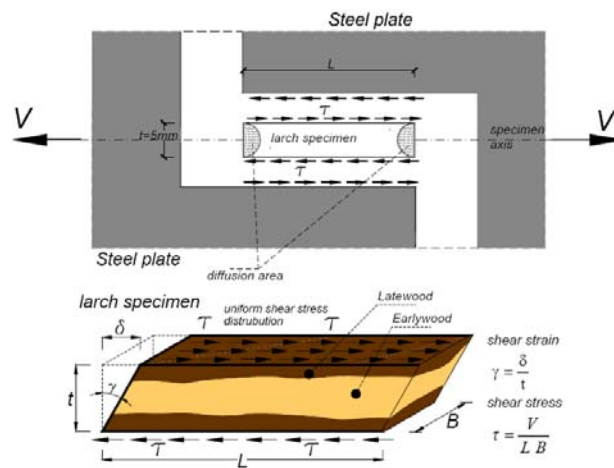


Fig. 10.6 – Distribuzione uniforme degli sforzi lungo la superficie d'incollaggio (Giuriani e Metelli, 2004)

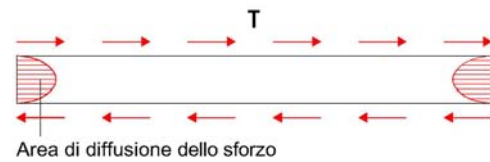


Fig. 10.7 – Diffusione degli sforzi nel campione



Fig. 10.8 – Campione in legno di larice L2V

Il campione utilizzato in questa prova, ricavato dall'alburno della stessa trave di larice da cui sono stati ricavati i campioni oggetto dei test di resistenza allo sforzo di taglio presentati in Giuriani e Metelli, 2004, ha dimensioni pari a 50 x 20 x 5 mm. Il campione è stato contrassegnato con il codice "L2V", dove la prima lettera indica la specie legnosa (Larice), il numero indica lo sforzo di taglio (2 MPa) e la seconda lettera indica le condizioni di umidità (Variabili).

Poiché la condizione di sforzo di taglio uniforme sul campione è molto difficile da ottenere, si è scelto di utilizzare provini di spessore molto piccolo in rapporto alla lunghezza, così da minimizzare il disturbo dovuto alla concentrazione degli sforzi alle estremità (Fig. 10.7).

CLASSI DI RESISTENZA PER SPECIE LEGNOSE DI PROVENIENZA ITALIANA		Larice		
Resistenze		[MPa]		
		S1	S2	S3
Flessione	$f_{m,g,k}$	42	32	26
Trazione parallela alla fibratura	$f_{t,0,g,k}$	25	19	16
Trazione perpendicolare alla fibratura	$f_{t,90,g,k}$	0,6	0,6	0,6
Compressione parallela alla fibratura	$f_{c,0,g,k}$	27	24	22
Compressione perpendicolare alla fibratura	$f_{c,90,g,k}$	4	4	4
Taglio	$f_{v,g,k}$	4	3,2	2,7
Modulo elastico		[GPa]		
Modulo elastico medio parallelo alle fibre	$E_{0,g,mean}$	13	12	11,5
Modulo elastico caratteristico parallelo alle fibre	$E_{0,g,05}$	8,7	8	7,7
Modulo elastico medio parallelo alle fibre	$E_{0,g,mean}$	4,3	4	3,8
Modulo di taglio medio	$G_{g,mean}$	8,1	7,5	7,2
Massa volumica		[kg/m <sup>3</sup> ]		
Massa volumica caratteristica	$\rho_{g,h}$	550	550	550
Massa volumica media	$\rho_{mean}$	600	600	600

Tab. 10.1 – Profili prestazionali del legno di larice impiegato nella prova secondo la norma UNI EN 11035<sup>1</sup> (CNR-DT206/2007, p.92)

## 10.2.2 Applicazione dei carichi

L'azione di taglio è stata applicata alle piastre mediante due barre filettate, poste in corrispondenza dell'asse longitudinale (Fig. 10.3g). La misura del carico è avvenuta attraverso il rilevamento della deformazione trasversale di una losanga in

<sup>1</sup> UNI EN 11035-1:2003, Legno strutturale - Classificazione a vista di legnami italiani secondo la resistenza meccanica: terminologia e misurazione delle caratteristiche



acciaio precedentemente tarata (Fig. 10.9), posta lungo la barra filettata a cui è impresso il carico.

Lo sforzo di taglio che si vuole applicare al campione, che ha una superficie laterale di  $10 \text{ cm}^2$ , è pari a  $2 \text{ MPa}$ , corrispondente a un'azione di taglio di  $2 \text{ kN}$ :

$$\tau = \frac{T}{A} \quad (10.1)$$

Dove  $\tau$  è lo sforzo di taglio agente sul campione,  $T$  è l'azione di taglio,  $A$  la superficie laterale del campione.

Poiché la rigidezza del dinamometro meccanico è di  $16,67 \text{ kN/mm}$ , è necessaria una deformazione della losanga di  $120 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$  per ottenere il carico stabilito.

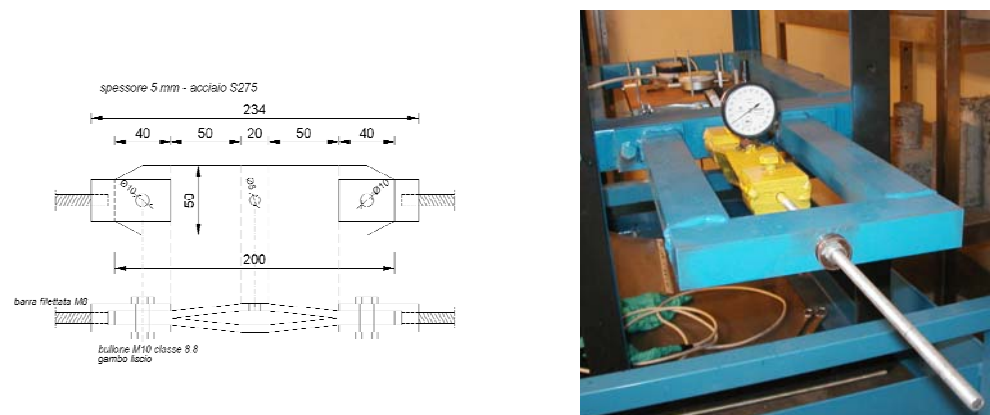


Fig. 10.9 – Dinamometro meccanico (Giuriani e Metelli, 2004)

Agendo sui tiranti trasversali (Fig. 10.2b), è possibile limitare il nascere di azioni flettenti sul campione, mantenendo lo spostamento parallelo e contrastando l'insorgere di una rotazione relativa. Allentando la tensione dei tiranti, è possibile inoltre impedire l'instaurarsi di azioni di trazione sull'incollaggio, a seguito del ritiro trasversale del legno, durante i cicli di variazione del contenuto d'acqua (Fig. 10.10), lasciando libere le piastre di assecondare la variazione di dimensione del campione. L'incollaggio può essere danneggiato anche dalla presenza di autotensioni dovute al ritiro e al rigonfiamento longitudinali, che determinano concentrazioni locali di sforzo non controllabili (Fig. 10.11).

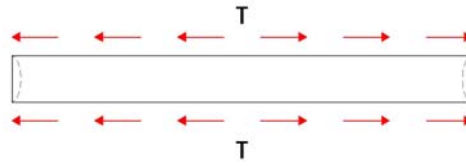
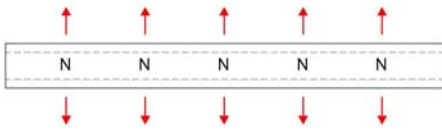


Fig. 10.10 – Autotensioni dovute al ritiro in direzione ortogonale alle fibre

Fig. 10.11 – Autotensioni dovute al ritiro in direzione longitudinale alle fibre

### 10.2.3 Strumentazione

La deformazione del dinamometro meccanico è stata misurata attraverso un comparatore analogico millesimale, al fine di mantenere il carico costante nel tempo, o di monitorarne la variazione nell'eventualità di una prova di rilassamento (Fig. 10.9).

La traslazione relativa tra le due piastre, indicatrice della deformazione tangenziale, è stata misurata attraverso due comparatori analogici millesimali (Fig. 10.3d), così come la rotazione (Fig. 10.3e), per controllare l'insorgere di momenti sul campione.

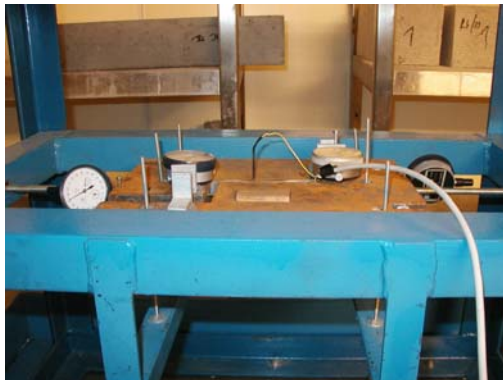


Fig. 10.12 – Strumenti per la misurazione degli spostamenti

La deformazione tangenziale  $\gamma$  del campione si ottiene dal rapporto tra lo spostamento rilevato  $\delta$  e lo spessore del campione  $s$ :

$$\gamma = \frac{\delta}{s} \quad (10.2)$$

Il contenuto d'acqua del campione è stato monitorato tramite lo strumento a iniezione utilizzato nelle altre prove della campagna sperimentale, opportunamente adattato sostituendo le punte con appositi spilli per non danneggiare il campione (Fig. 10.13). La disposizione degli spilli, sulle facce opposte del campione ha reso possibile rilevare il contenuto d'acqua medio effettivo (Fig. 10.14). La validità delle misurazioni è stata verificata tramite confronto con i dati rilevati dallo strumento non modificato.



Fig. 10.13 – Strumento per la rilevazione del contenuto d'acqua



Fig. 10.14 – Spilli per la rilevazione del contenuto d'acqua del campione

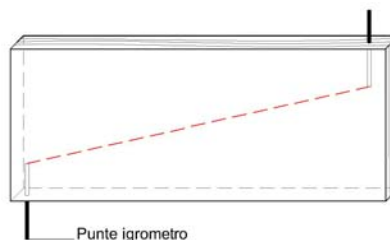


Fig. 10.15 – Disposizione delle punte dell'igrometro per la misurazione del contenuto d'acqua medio del campione

Accanto ai dati relativi al campione sono stati registrati, come per le altre prove, anche i dati di temperatura e umidità ambientali, rilevati mediante uno strumento digitale.

### 10.2.4 Modalità di prova

L'applicazione dello sforzo di taglio è avvenuta attraverso tre passi di carico, con un primo carico a 1 MPa, una seconda fase, in cui il carico ha raggiunto il livello di 1,4 MPa, e il passo finale, che ha portato il carico a 2 MPa. Dopo alcuni giorni in ambiente a umidità non controllata, il campione è stato sottoposto a cicli di variazione del contenuto d'acqua, dal 6-8% in ambiente di laboratorio a quasi il 18% in camera climatica; le condizioni della prova possono essere quindi assimilate alle condizioni più severe previste dalla normativa, corrispondenti alla classe di servizio 3.

### 10.3. PROVA A – RISULTATI

I risultati di questa prova preliminare mostrano un comportamento elastico-lineare del campione per uno sforzo di taglio pari a 2 MPa (Fig. 10.16), con una deformazione  $\gamma$  pari a  $2,35 \cdot 10^{-3}$  ed un modulo di taglio  $G$  di 820 MPa, corrispondente al legno di larice di classe S1, secondo la norma UNI EN 11035 (Tab. 10.1).

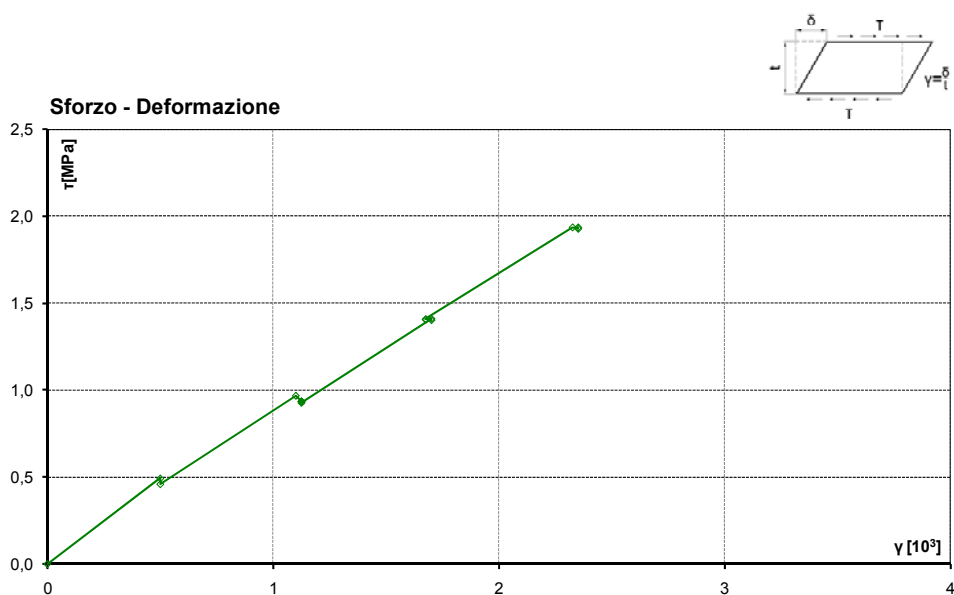


Fig. 10.16 – Curva Sforzo di taglio - Deformazione angolare del campione L2V

Come risulta in Fig. 10.17, lo sforzo di taglio sul campione è stato mantenuto costante per tutta la durata della prova, grazie a occasionali interventi di ripresa.

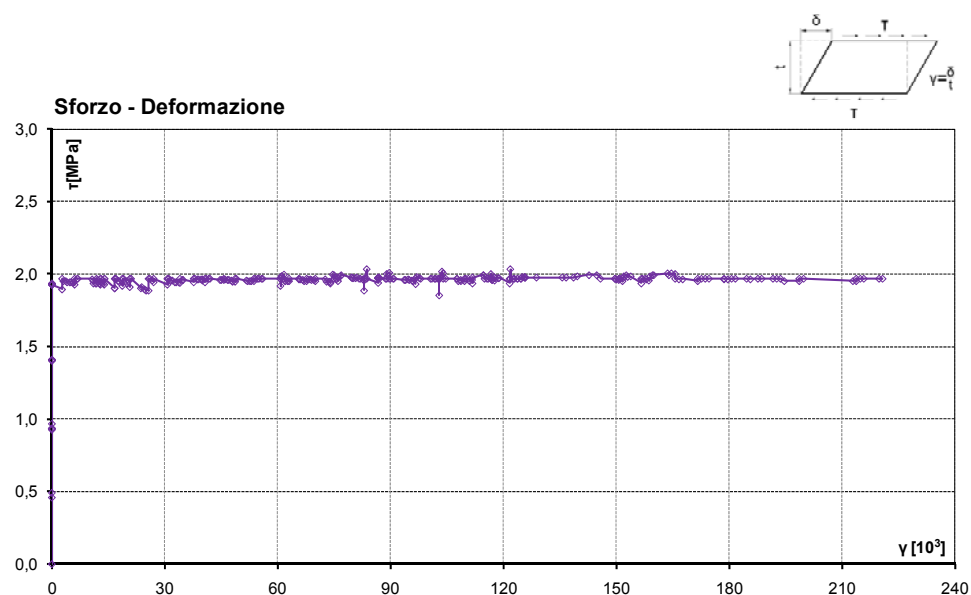


Fig. 10.17 – Sforzo di taglio agente sul campione L2V

Trascorsi 10 giorni in ambiente di laboratorio, con umidità ambientale relativa quasi costante attorno al 45%, il campione ha raggiunto una deformazione angolare pari a  $3,3 \cdot 10^{-3}$ , corrispondente a 1,5 volte la deformazione angolare istantanea.

In seguito allo spostamento in camera climatica, dove l'umidità ambientale relativa è pari al 96%, si è osservato un aumento del contenuto d'acqua MC del campione dal 6% a circa il 17% e un aumento della deformazione angolare fino a  $16,2 \cdot 10^{-3}$  (Fig. 10.18).

La prima diminuzione di contenuto d'acqua ha comportato un lieve recupero di deformazione, fino a  $15,4 \cdot 10^{-3}$ , mentre tutte le variazioni successive hanno comportato aumenti di deformazione, di entità decrescente (Tab. 10.2). Successivamente all'ultima variazione positiva di contenuto d'acqua, il campione è rimasto in camera climatica per circa tre mesi, nel corso dei quali la deformazione angolare ha subito un ulteriore aumento per viscosità, raggiungendo un valore pari a  $25,8 \cdot 10^{-3}$ .

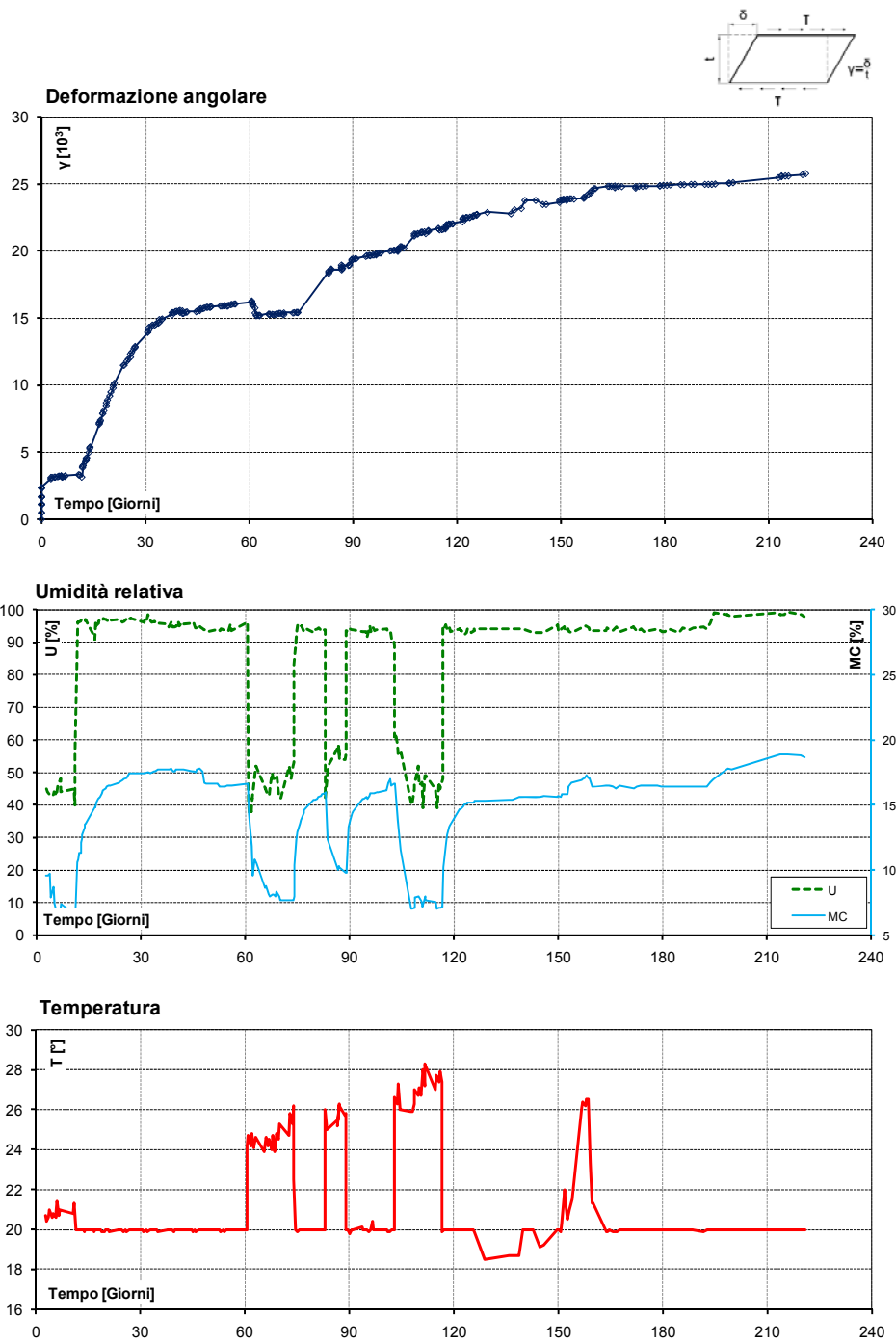


Fig. 10.18 – Curva Deformazione angolare - Tempo del campione L2V a confronto con i dati relativi a contenuto d'acqua, umidità ambientale e temperatura

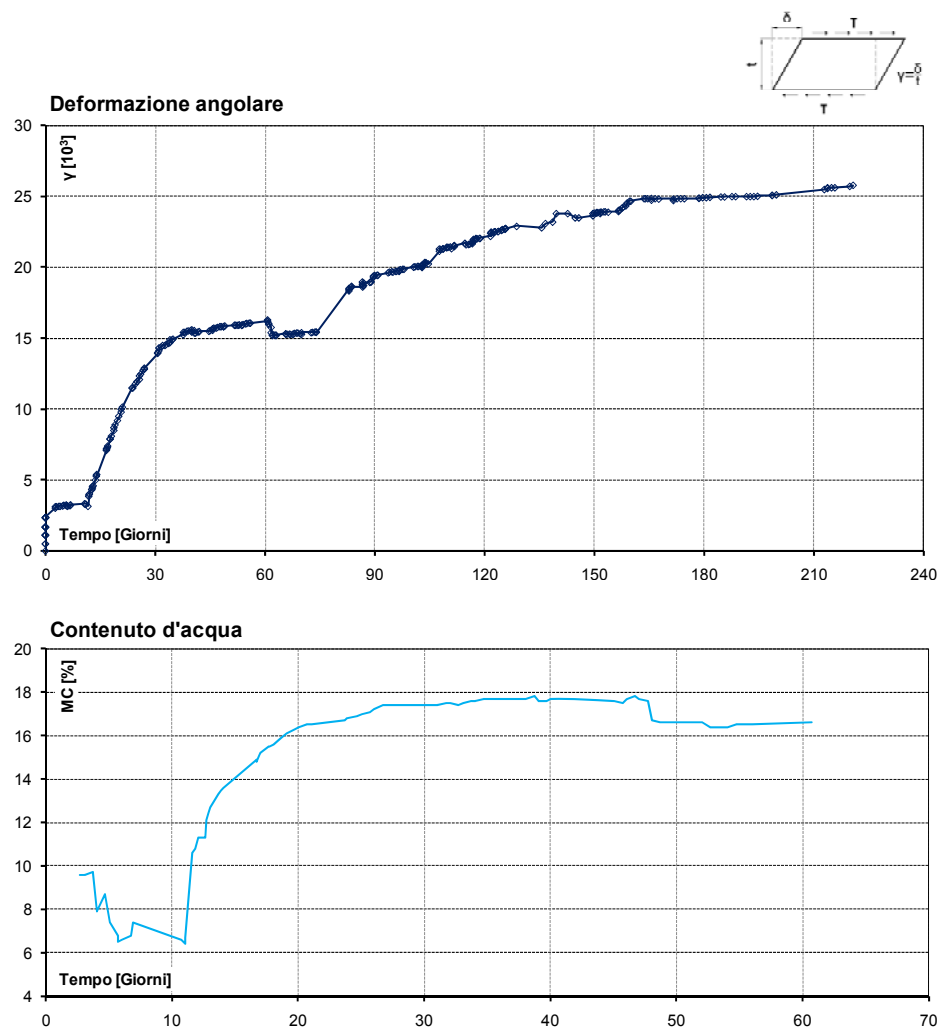


Fig. 10.19 – Curva Deformazione angolare - Tempo del campione L2V per la prima variazione umidità ambientale, a confronto con i dati relativi al contenuto d'acqua

Al termine della prova, il coefficiente di viscosità del campione ha raggiunto un valore pari a 10, molto superiore a quello previsto dalla normativa per strutture in classe di servizio 3, sebbene sia opportuno osservare che il carico di prova è superiore allo sforzo di taglio che si trova in genere nelle strutture in esercizio, prossimo a 1 MPa, cui si riferiscono i coefficienti di viscosità (Fig. 10.20).

DEFORMAZIONI DIFFERITE – CAMPIONE L2V						
MC cost	$\tau$	[MPa]	2,00			
	$\gamma_{10gg}$	[10 <sup>3</sup> ]	3,30			
I ciclo	$\Delta MC_{1+max}$	[%]	+10,40	$\Delta MC_{1-max}$	[%]	-8,60
	$\gamma_{1+}$	[10 <sup>3</sup> ]	16,20	$\gamma_{1-}$	[10 <sup>3</sup> ]	15,43
	$\Delta \gamma_{1+}$	[%]	+390,9	$\Delta \gamma_{1-}$	[%]	-4,7
II ciclo	$\Delta MC_{2+max}$	[%]	+8,00	$\Delta MC_{2-max}$	[%]	-6,20
	$\gamma_{2+}$	[10 <sup>3</sup> ]	18,45	$\gamma_{2-}$	[10 <sup>3</sup> ]	18,98
	$\Delta \gamma_{2+}$	[%]	+19,6	$\Delta \gamma_{2-}$	[%]	+2,9
III ciclo	$\Delta MC_{3+max}$	[%]	+6,80	$\Delta MC_{3-max}$	[%]	-9,4
	$\gamma_{3+}$	[10 <sup>3</sup> ]	20,08	$\gamma_{3-}$	[10 <sup>3</sup> ]	21,68
	$\Delta \gamma_{3+}$	[%]	+5,8	$\Delta \gamma_{3-}$	[%]	+8,0
IV ciclo	$\Delta MC_{4+max}$	[%]	+7,7			
	$\gamma_{4+}$	[10 <sup>3</sup> ]	22,90			
	$\Delta \gamma_{4+}$	[%]	+5,6			

Tab. 10.2 – Deformazioni tangenziali del campione L2V conseguenti alle variazioni di contenuto d'acqua

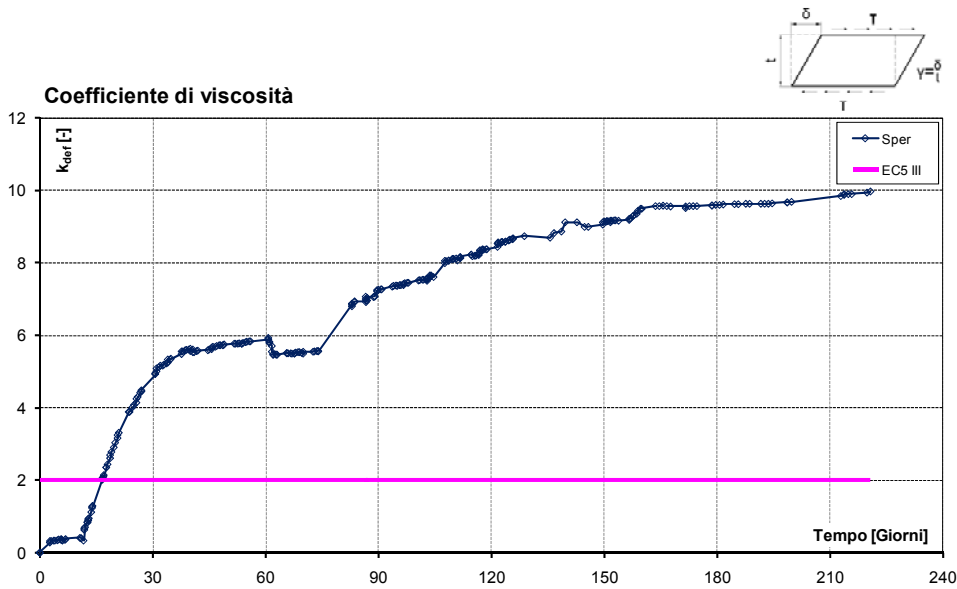


Fig. 10.20 – Coefficiente di viscosità del campione L2V



#### 10.4. PROVA B - DESCRIZIONE DEL BANCO, MATERIALI E MODALITÀ DI PROVA

Sulla base dei risultati del test condotto sul campione di larice, sono stati progettati nove banchi di dimensioni molto più contenute, allo scopo di condurre prove simultanee su campioni soggetti a livelli di sforzo differenti (Fig. 10.21 e seguenti). Per contenere le dimensioni dell'apparato, non è stato possibile adottare sistemi di regolazione della rotazione: si è dunque pensato a un sistema auto-equilibrato, con due campioni in legno incollati (Fig. 10.21a) ad una piastra centrale (Fig. 10.21d) e a due piastre esterne (Fig. 10.21d).

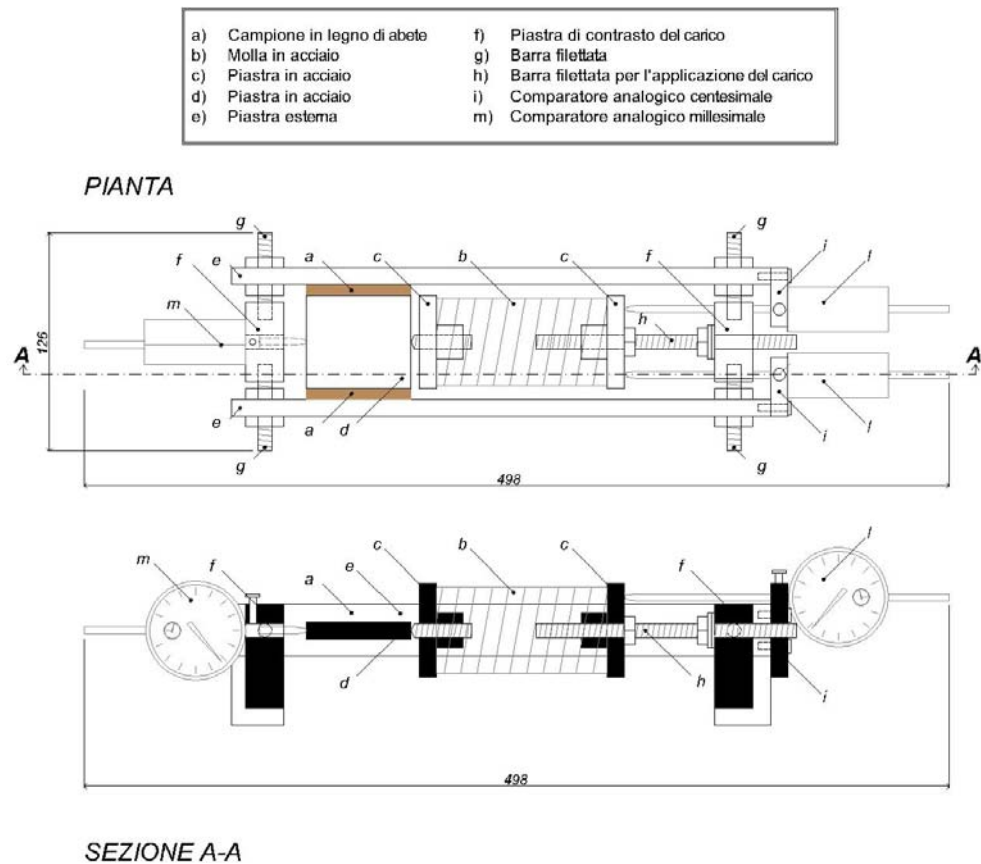


Fig. 10.21 – Banco di prova – Prova B

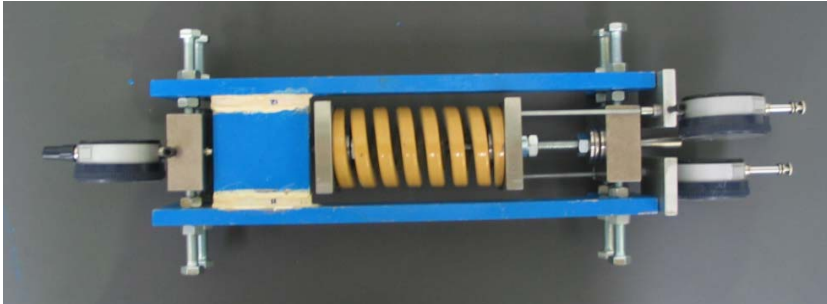


Fig. 10.22 – Vista del banco di prova dall'alto



Fig. 10.23 – Vista laterale del banco di prova

Le piastre esterne e le piastre di contrasto del carico (Fig. 10.21f) sono connesse da barre filettate (Fig. 10.21g); i dadi che fissano le piastre esterne alle barre filettate possono essere regolati, per consentire alle piastre di assecondare il ritiro dei campioni (Fig. 10.21f). Anche in questo caso le operazioni d'incollaggio tramite resina epossidica si sono rivelate particolarmente complesse e hanno richiesto l'applicazione di un carico di collaudo prima dell'inizio della prova.

#### 10.4.1 Geometria dei campioni e caratteristiche dei materiali

Queste prove, ad eccezione di un primo test per il collaudo del banco, sono state condotte su campioni di legno di abete, provenienti dalla stessa fornitura dei travetti impiegati per la prova di flessione descritta nel capitolo 9 e per le prove sulle connessioni descritte nel capitolo 11.

Essendo i campioni incollati alle piastre sulle due superfici laterali, la superficie di assorbimento dell'umidità è ridotta; per questo motivo, oltre che per contenere l'azione tagliente da applicare, si è deciso di modificare le dimensioni dei provini rispetto alla prova descritta in precedenza. Sulla base di alcune prove preliminari, si è ritenuto opportuno utilizzare campioni di 60 x 10 x 6 mm, mantenendo lo stesso rapporto tra le zone diffusive e quelle non disturbate del campione testato nella prova A, pari a circa il 20%. Come nella prova precedente, i campioni sono costituiti da pochi strati di legno primaticcio e legno tardivo (*Fig. 10.24*), disposti parallelamente alla direzione di applicazione dello sforzo di taglio (*Fig. 10.25*).



*Fig. 10.24 – Campione in legno di abete*

Ciascuna coppia di campioni è stata contrassegnata con un codice del tipo 1Va, costituito da un numero che indica lo sforzo di taglio agente sui campioni (1 MPa), una prima lettera che indica le condizioni di contenuto d'acqua (Variabile o Costante) e un'eventuale seconda lettera progressiva (a o b). Complessivamente sono state condotte nove prove.

#### **10.4.2 Applicazione dei carichi**

L'azione di taglio è stata applicata ai campioni attraverso una barra filettata (*Fig. 10.25h*), inserita in una piastra in acciaio (*Fig. 10.25c*), alla quale è fissata una molla in acciaio di rigidità<sup>2</sup> pari a 374,1 N/mm (*Fig. 10.25c*). La barra trasmette il carico alla molla, che lo trasmette a sua volta alla piastra centrale, cui sono incollati i campioni (*Fig. 10.25d*). L'accorciamento della molla fornisce la misura del carico applicato al sistema.

<sup>2</sup> La rigidità della molla è stata verificata mediante un'apposita prova di compressione

I campioni sono stati sottoposti a tre diversi livelli di sforzo di taglio, pari a 1 MPa, 2 MPa e 3 MPa: il primo livello, prossimo ai valori tipici dei carichi di esercizio, consente di esprimere valutazioni sui coefficienti di viscosità proposti dalla normativa e di effettuare un eventuale confronto con i modelli di viscosità lineare disponibili in letteratura, mentre l'ultimo livello fornisce informazioni relative ai fenomeni di redistribuzione degli sforzi concentrati. Poiché ogni campione ha una superficie laterale pari a  $600 \text{ mm}^2$ , per ottenere uno sforzo di 1 MPa su ciascun campione è necessario applicare alla piastra centrale un carico assiale di 1,2 kN, corrispondente a 3,21 mm di accorciamento della molla.

Il campione che ha mostrato il modulo di taglio minore, pari a 399 MPa, ha subito una deformazione massima, in condizioni di contenuto d'acqua costante, di circa 2,5 centesimi di millimetro per uno sforzo di taglio di 1 MPa. Tale deformazione ha determinato un allungamento della molla, con una perdita di carico di 0,067 kN, corrispondente a 0,056 MPa di sforzo sul campione, equivalente al 5,6% del carico.

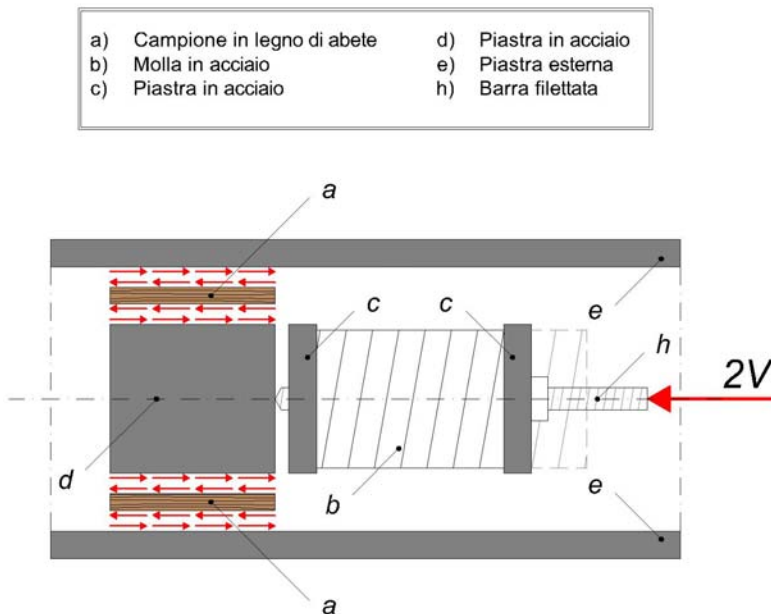
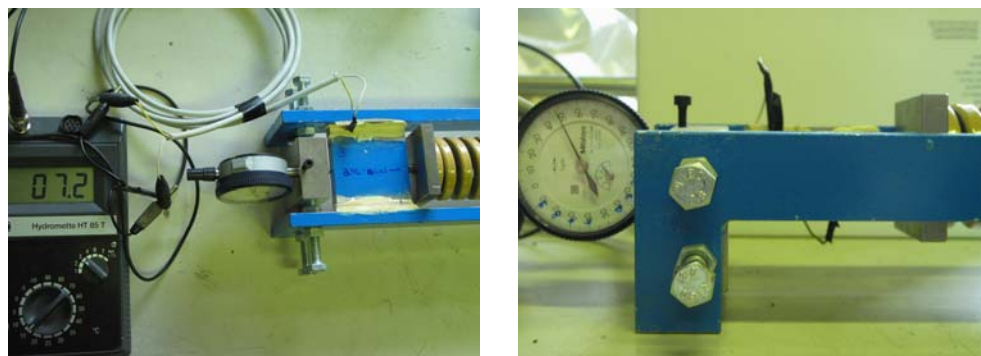


Fig. 10.25 – Applicazione del carico ai campioni

### 10.4.3 Strumentazione

La deformazione della molla è misurata attraverso due comparatori analogici centesimali (*Fig. 10.21l*), mentre la deformazione dei campioni è monitorata attraverso un comparatore analogico millesimale (*Fig. 10.21m*) che rileva lo spostamento della piastra cui sono incollati i campioni.

Il contenuto d'acqua del legno è stato monitorato tramite lo stesso strumento a infissione, con punte costituite da spilli, impiegato nella prova A (*Fig. 10.26*).



*Fig. 10.26 – Misurazione del contenuto d'acqua dei campioni*

### 10.4.4 Modalità di prova

Alcuni giorni prima dell'inizio della prova, i campioni sono stati posti all'interno di una piccola camera climatica, che garantisce una temperatura costante di 20 °C e un'umidità ambientale relativa costante del 50%, così da raggiungere il contenuto d'acqua di equilibrio con l'ambiente (*Fig. 10.27*).

Tutti i campioni sono stati sottoposti a un carico preliminare di 2,5 MPa, al fine di testare la resistenza dell'incollaggio, e, successivamente, a un secondo carico di 1,56 MPa, per valutare il modulo di taglio dei provini e stabilire come distribuire i livelli di sforzo.

L'applicazione del carico è avvenuta attraverso passi di 0,5 MPa ciascuno. La procedura, iniziata il 15 marzo 2010, si è svolta in tre giorni consecutivi: divisi i provini in gruppi da tre per ciascun livello di carico, il primo giorno sono stati messi

sotto carico i provini soggetti a sforzo di taglio di 1 MPa, il secondo giorno quelli soggetti a 3 MPa e infine quelli soggetti a 2 MPa.



Fig. 10.27 – Campioni in camera climatica al 50% di umidità ambientale relativa

Circa 40 giorni dopo l'inizio della prova, quando la velocità di deformazione ha raggiunto un assestamento, due provini per ciascun livello di carico sono stati sottoposti a un primo ciclo di variazione del contenuto d'acqua, della durata di circa due mesi, attraverso lo spostamento in una camera climatica che mantiene l'umidità ambientale attorno al 96% e successiva ricollocazione nella camera al 50% di umidità ambientale relativa.

All'atto del ritorno dei campioni a umidità ambientale del 50%, i dadi che fissano le piastre esterne dei banchi di prova sono stati allentati, per impedire l'instaurazione di tensioni di trazione conseguenti al ritiro trasversale, in grado di danneggiare l'incollaggio. Al termine del ciclo, è stato imposto agli stessi campioni un nuovo aumento del contenuto d'acqua.

## 10.5. PROVA B – RISULTATI

### 10.5.1 Deformazioni istantanee

Le curve di carico mostrano un comportamento elastico-lineare dei provini fino a uno sforzo di taglio di circa 2 MPa, mentre per uno sforzo di 3 MPa i provini sembrano aver superato il limite elastico (Fig. 10.28, Fig. 10.29 e Fig. 10.30).

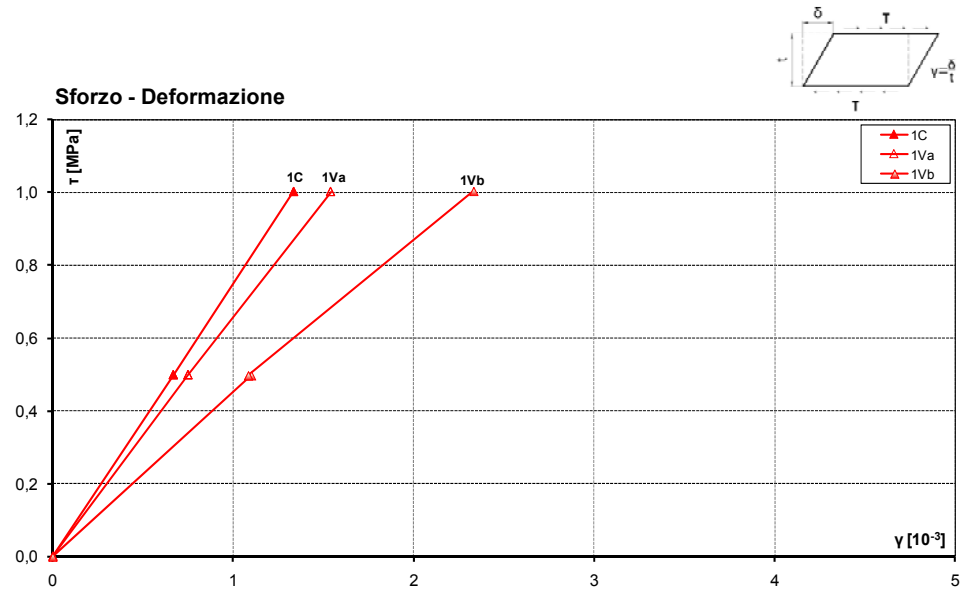


Fig. 10.28 – Curve di carico dei provini 1C, 1Va e 1Vb

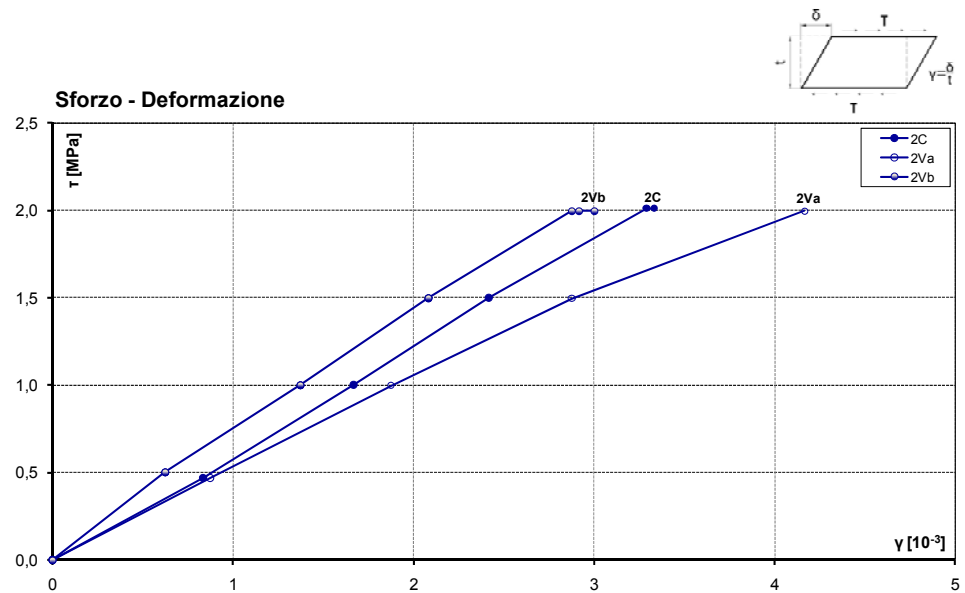


Fig. 10.29 – Curve di carico dei provini 2C, 2Va e 2Vb

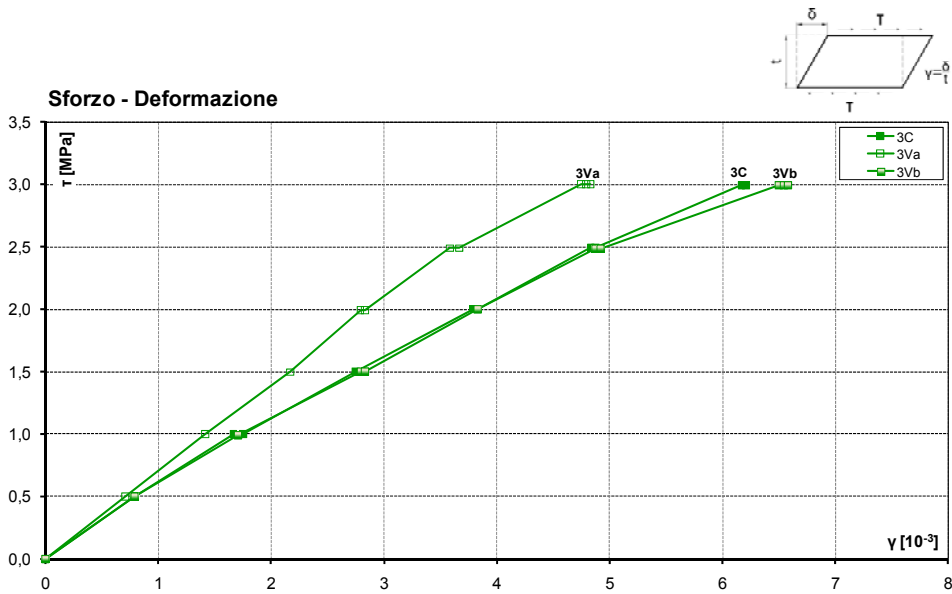


Fig. 10.30 – Curve di carico dei provini 3C, 3Va e 3Vb

DEFORMAZIONI ANGOLARI ISTANTANEE				
Provino	P [kN]	$\tau$ [MPa]	$\gamma_{ist}$ [ $10^3$ ]	G [MPa]
1C	1,20	1,00	1,33	750
1Va	1,20	1,00	1,54	649
1Vb	1,20	1,00	2,50	399
2C	2,41	2,01	3,33	602
2Va	2,39	1,99	4,17	477
2Vb	2,40	1,99	3,00	664
3C	3,60	2,99	6,50	520
3Va	3,60	2,99	6,18	520
3Vb	3,60	2,99	4,73	704
Media	-	-	-	587

Tab. 10.3 – Deformazioni angolari istantanee dei campioni

Sebbene ciascun valore rilevato sia il risultato del comportamento di due campioni, la variabilità dei risultati è significativa: il modulo di rigidezza a taglio varia da un minimo di 399 MPa del provino 1Vb, a un massimo di 750 MPa del provino 1C (Tab. 10.3), per un valore medio di 587 MPa, corrispondente al valore atteso per il legno di abete del Nord dell'Italia di classe S3, secondo la norma UNI EN 11035 (Tab. 9.1).



### 10.5.2 Deformazioni differite: condizioni di umidità ambientale costante

Successivamente all'applicazione del carico, tutti i campioni sono rimasti per circa 40 giorni in condizioni di temperatura e umidità ambientale relativa costanti, pari a 20 °C e 50% rispettivamente, per un contenuto d'acqua pari al 6,8% (Fig. 10.31).

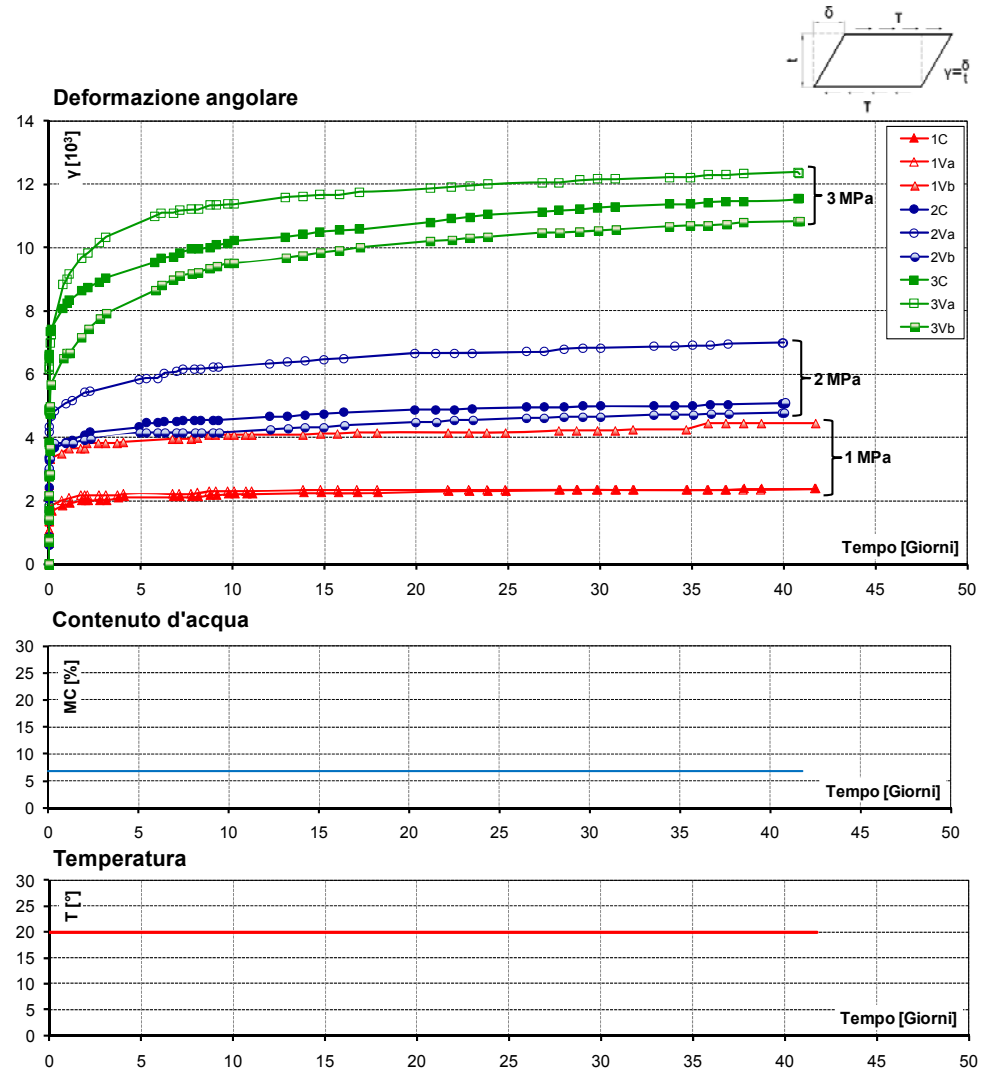


Fig. 10.31 – Curve Deformazione angolare – Tempo per i primi 40 giorni di prova, in condizioni di umidità ambientale relativa costante al 50%, a confronto con i dati relativi a contenuto d'acqua e temperatura

Dopo i primi 30 giorni, i campioni soggetti a sforzo di taglio di 1 MPa hanno mostrato una deformazione tangenziale media di  $2,96 \cdot 10^{-3}$ , pari a 1,7 volte quella istantanea; la deformazione tangenziale media dei campioni soggetti a 2 MPa è risultata di  $5,50 \cdot 10^{-3}$ , pari a 1,6 volte quella istantanea, mentre quella dei campioni soggetti a 3 MPa è stata di  $11,32 \cdot 10^{-3}$ , pari a 2 volte il valore istantaneo (Tab. 10.4).

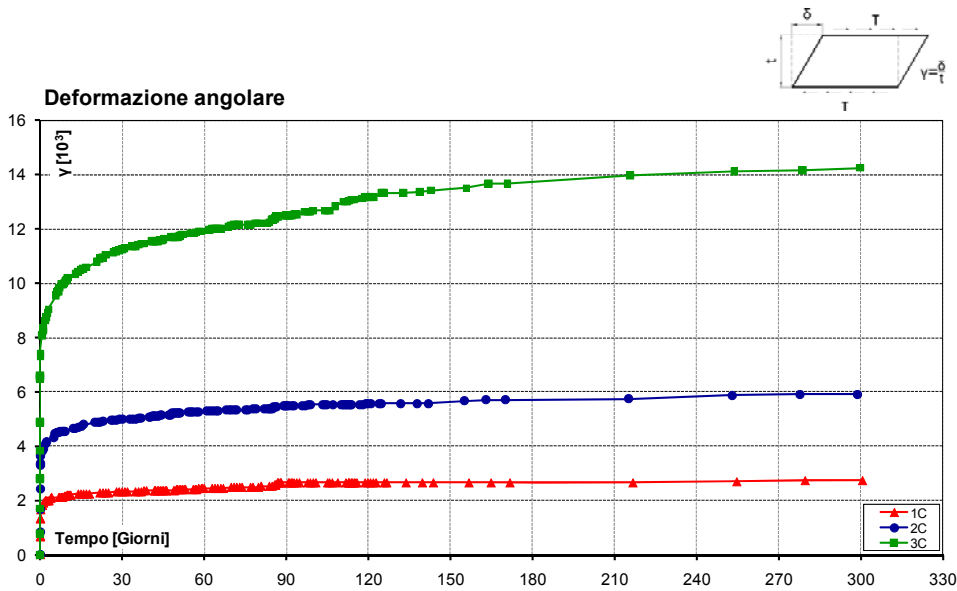


Fig. 10.32 – Curve Deformazione angolare – Tempo per i campioni mantenuti in condizioni di umidità ambientale relativa costante al 50%

DEFORMAZIONI DIFFERITE – CONTENUTO D'ACQUA COSTANTE				
Provino	$\tau$ [MPa]	$\gamma_{ist} [10^3]$	$\gamma_{30gg} [10^3]$	$\gamma_{300gg} [10^3]$
1C	1,00	1,33	2,33	2,75
1Va	1,00	1,54	2,33	-
1Vb	1,00	2,50	4,21	-
<b>Media 1</b>	1,00	1,79	2,96	-
2C	2,01	3,33	5,00	5,92
2Va	1,99	4,17	6,83	-
2Vb	1,99	3,00	4,67	-
<b>Media 2</b>	2,00	3,50	5,50	-
3C	2,99	6,50	11,25	14,25
3Va	2,99	6,18	12,17	-
3Vb	2,99	4,73	10,54	-
<b>Media 3</b>	2,99	5,80	11,32	-

Tab. 10.4 – Deformazioni differite dei provini in condizioni di umidità ambientale relativa costante al 50%

I campioni mantenuti a contenuto d'acqua costante per tutta la durata della prova hanno mostrato, trascorsi 10 mesi dall'applicazione del carico, una deformazione tangenziale pari a  $2,75 \cdot 10^{-3}$  per uno stato di sforzo di 1 MPa, pari a  $5,92 \cdot 10^{-3}$  per uno sforzo di 2 MPa e  $14,25 \cdot 10^{-3}$  per uno sforzo di 3 MPa, pari rispettivamente a 2,1, 1,8 e 2,2 volte il valore istantaneo. I campioni soggetti a sforzo di 1 MPa e 2 MPa sembrano aver raggiunto un assestamento, mentre quello soggetto a 3 MPa mostra ancora una leggera crescita della deformazione (Fig. 10.32).

### 10.5.3 Deformazioni differite: condizioni di umidità ambientale variabile

Lo spostamento nella camera climatica con umidità ambientale relativa costante pari al 96% ha determinato un aumento del contenuto d'acqua dei campioni, dal 6,8% a circa il 20%; successivamente, il contenuto d'acqua ha raggiunto un picco del 25%, determinato da una modifica nelle impostazioni della camera climatica (Fig. 10.34).

A seguito del brusco aumento di contenuto d'acqua, entrambi i campioni soggetti a sforzo di taglio di 3 MPa sono giunti a rottura, il campione 3Va il giorno successivo allo spostamento in ambiente al 96% di umidità relativa e il campione 3Vb quattro giorni dopo (Fig. 10.33). In conseguenza dell'ulteriore aumento di contenuto d'acqua osservato, anche il campione 2Vb è giunto a rottura.

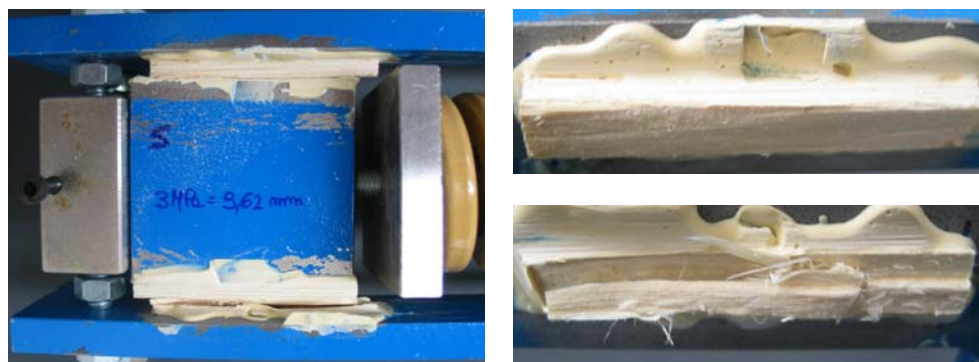


Fig. 10.33 – Il campione 3Vb dopo la rottura

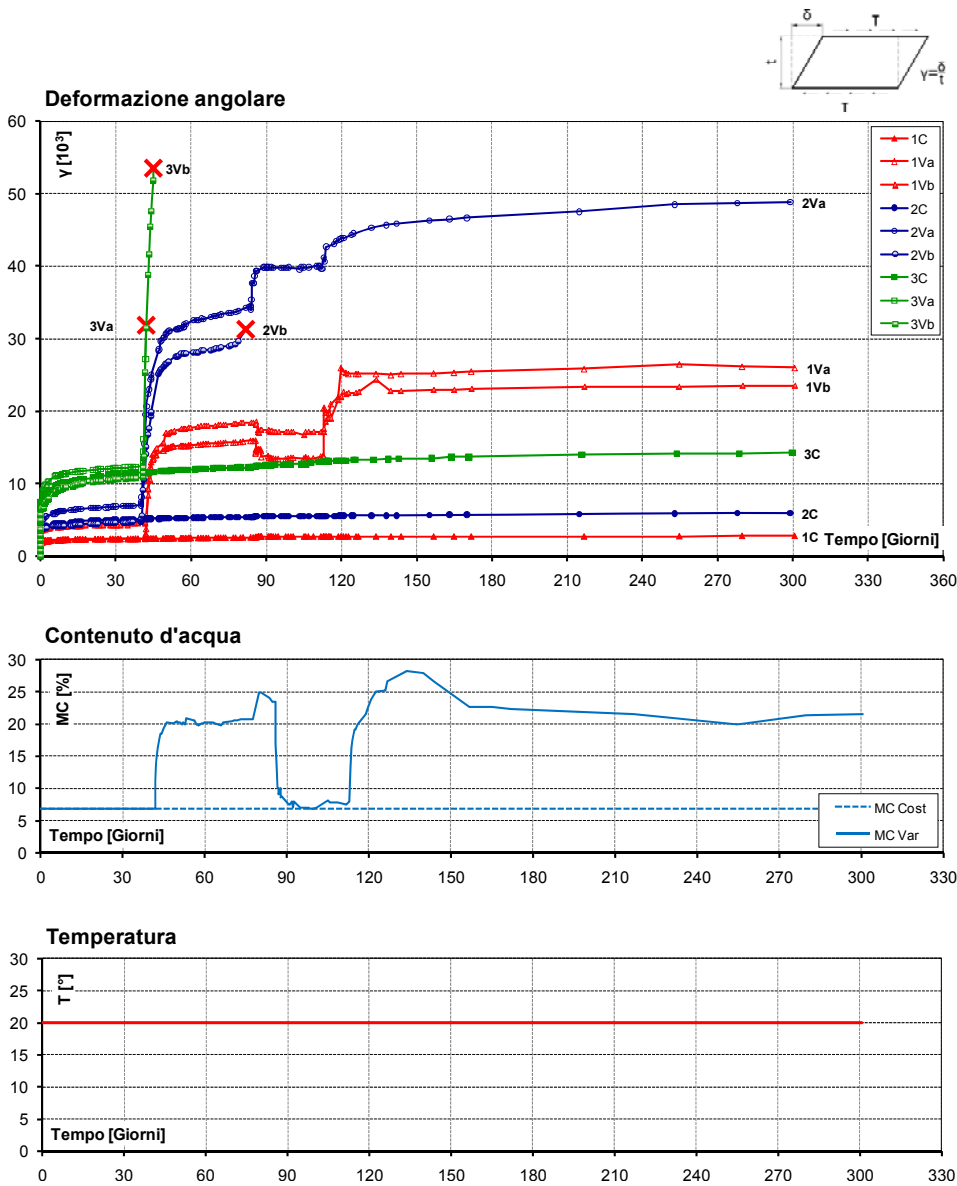


Fig. 10.34 – Curve Deformazione angolare – Tempo a confronto con i dati relativi a contenuto d'acqua e temperatura ambientale

La prima variazione di contenuto d'acqua ha determinato in tutti i campioni un notevole aumento di deformazione angolare: prima di essere spostati nuovamente in ambiente al 50% di umidità relativa, il campione 1Va, il campione 1Vb e il campione 2Vb hanno raggiunto una deformazione angolare pari, rispettivamente, a

circa 6, 4 e 5 volte quella osservata prima dell'aumento di contenuto d'acqua. La successiva diminuzione di contenuto d'acqua, ottenuta riportando i campioni nella camera al 50% di umidità ambientale relativa ha determinato un ulteriore aumento del 15% circa della deformazione angolare per il campione 2Va, mentre per i campioni 1Va e 1Vb si è osservato un leggero recupero di deformazione, del 3% e del 5%.

Trascorso circa un mese, verificata la stabilizzazione delle deformazioni, ai tre campioni è stato imposto un nuovo aumento di contenuto d'acqua, che ha raggiunto un picco del 28%, prima di assestarsi attorno al 22%. Tale aumento ha causato un nuovo incremento di deformazione per tutti i provini, dell'ordine del 90% per il campione 1Va, pari a circa il 60% per il campione 1Vb e significativamente più contenuta, pari a circa il 20%, per il campione 2Va (Tab. 10.5).

DEFORMAZIONI DIFFERITE – CONTENUTO D'ACQUA VARIABILE					
Campione			1Va	1Vb	2Va
	$\tau$	[MPa]	1,00	1,00	2,00
	$\gamma_{30gg}$	[10 <sup>3</sup> ]	2,33	2,50	6,83
<b>I Variazione</b>	$\Delta MC_{1+ max}$	[%]	+18,00	+18,00	+18,00
	$\gamma_{I+}$	[10 <sup>3</sup> ]	14,33	18,17	34,33
	$\Delta \gamma_{I+}$	[%]	+515,0	+627,8	+402,6
<b>II Variazione</b>	$\Delta MC_{1- max}$	[%]	-14,70	-14,70	-14,70
	$\gamma_{I-}$	[10 <sup>3</sup> ]	13,83	17,17	40,00
	$\Delta \gamma_{I-}$	[%]	-3,4	-5,5	+16,5
<b>III Variazione</b>	$\Delta MC_{2+ max}$	[%]	+20,30	+20,30	+20,30
	$\gamma_{II+}$	[10 <sup>3</sup> ]	26,00	23,50	48,83
	$\Delta \gamma_{II+}$	[%]	88,0	+36,9	+22,1

Tab. 10.5 – Deformazioni angolari dei campioni conseguenti alle variazioni di contenuto d'acqua

## 10.6. PROVA B - ANALISI DEI RISULTATI

### 10.6.1 Deformazioni differite: condizioni di umidità ambientale costante

In condizioni di umidità ambientale costante, i campioni hanno mostrato un rapido assestamento della velocità di deformazione, come risulta dal grafico relativo alla velocità di crescita giornaliera della deformazione (Fig. 10.35) e al tasso di crescita settimanale nel corso del primo mese di prova (Fig. 10.36).

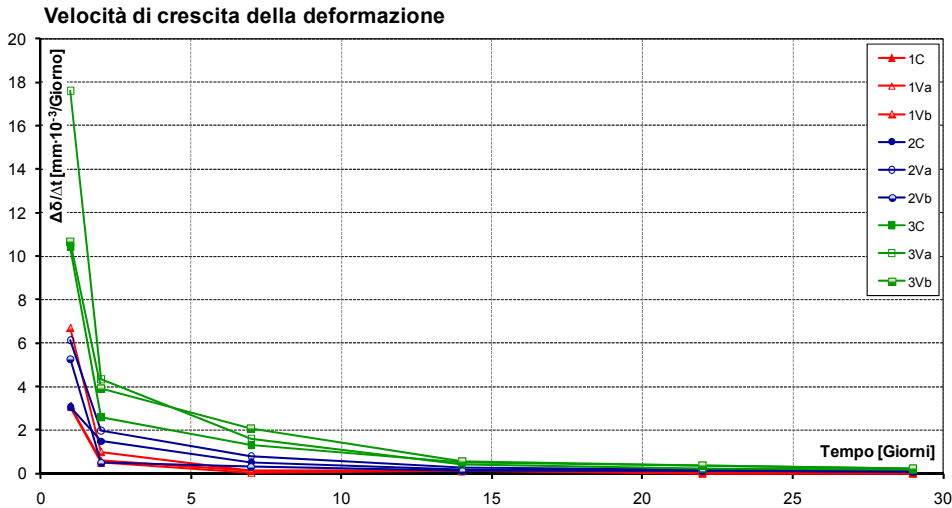


Fig. 10.35 – Velocità di crescita giornaliera della deformazione durante il primo mese di prova, in condizioni di umidità ambientale relativa costante al 50%

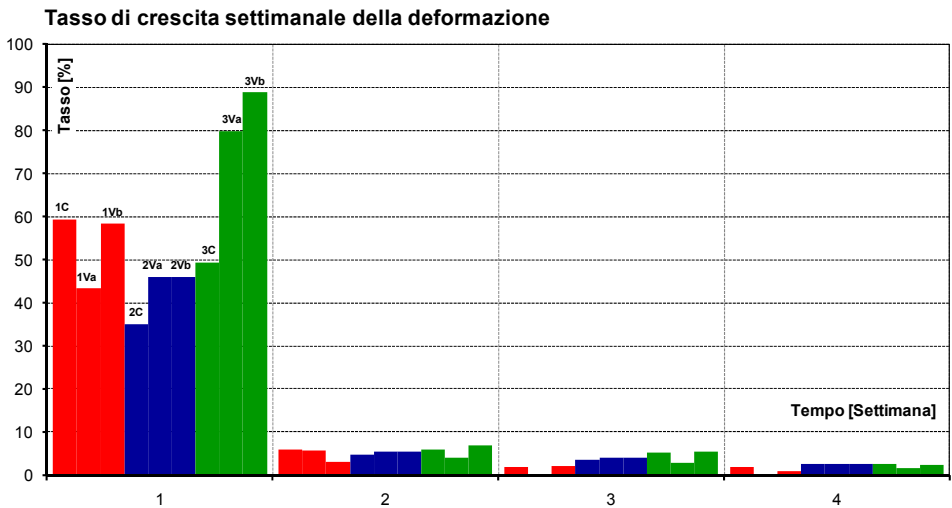


Fig. 10.36 – Tasso di crescita settimanale della deformazione durante il primo mese di prova, in condizioni di umidità ambientale relativa costante al 50%

Per livelli di sforzo fino a 2 MPa la variabilità delle caratteristiche meccaniche del legno influenza il tasso percentuale e la velocità di crescita iniziale della deformazione più dello sforzo, mentre, per livelli superiori, l'influenza dello sforzo è significativa, sebbene il campione 3C mostri un tasso di crescita della

deformazione, nella prima settimana, molto diverso da quello dei campioni 3Va e 3Vb; osservazioni analoghe possono essere fatte sul coefficiente di viscosità dei campioni.

TASSI DI CRESCITA PERCENTUALI DELLA DEFORMAZIONE – PRIMO MESE DI PROVA							
Provino	$\tau$ [MPa]	1° Giorno [%]	2° Giorno [%]	I Sett [%]	II Sett [%]	III Sett [%]	IV Sett [%]
1C	1,00	43,7	4,4	59,4	5,9	1,8	1,8
1Va	1,00	35,1	4,0	43,2	5,7	0,0	0,0
1Vb	1,00	46,7	4,6	58,3	3,2	2,0	1,0
2C	2,01	15,0	6,5	35,0	4,6	3,5	2,6
2Va	1,99	22,0	6,6	46,0	5,5	3,9	2,5
2Vb	1,99	27,8	2,2	38,0	4,0	4,8	2,8
3C	2,99	25,3	6,1	49,4	5,9	5,2	2,7
3Va	2,99	44,0	9,3	79,9	4,1	2,9	1,7
3Vb	2,99	37,9	11,3	88,8	6,9	5,6	2,4

Tab. 10.6 – Tassi di crescita percentuale della deformazione nel primo mese di prova, in condizioni di umidità ambientale relativa costante al 50%

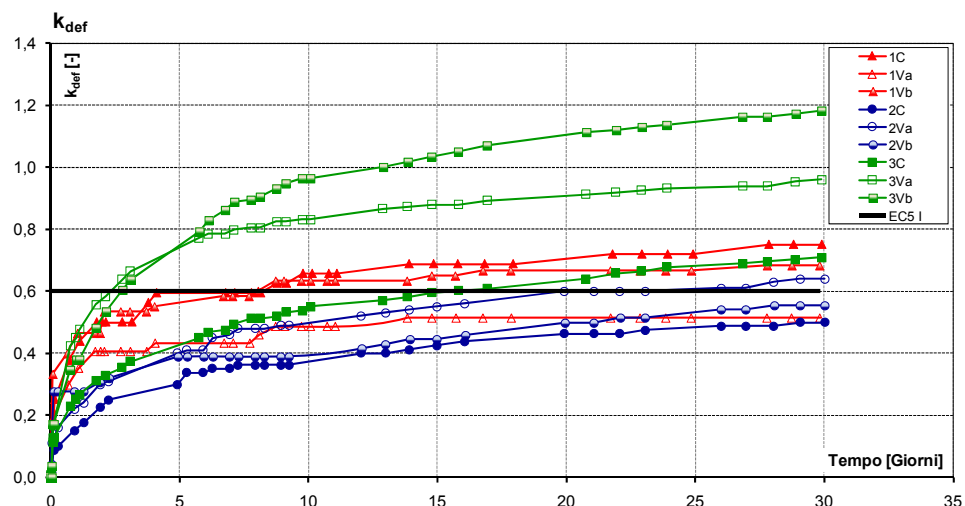


Fig. 10.37 – Coefficiente di viscosità dei campioni al termine del primo mese di prova

Al termine del primo mese di prova, il coefficiente di viscosità dei campioni soggetti a sforzo di taglio pari a 1 MPa e 2 MPa ha raggiunto circa il valore del coefficiente di viscosità previsto dalla normativa per le strutture in classe di servizio 1, pari a 0,6, variando tra un minimo di 0,5, per il campione 2C, e un massimo di

0,75, per il campione 1C (Fig. 10.37). Il coefficiente di viscosità dei campioni 3Va e 3Vb ha ampiamente superato il valore previsto dall'Eurocodice, sebbene, come detto, sia opportuno evidenziare che tale valore è riferito al comportamento delle strutture soggette ai carichi di esercizio, dunque vicini a uno sforzo di taglio di 1 MPa.

A 300 giorni dall'inizio della prova, quando la velocità di deformazione dei campioni soggetti a condizioni di umidità ambientale relativa costante al 50% è ormai stabilizzata a un valore molto basso, il coefficiente di viscosità di tutti i campioni ha superato quello previsto dalla normativa per le strutture in classe di servizio 2. Il coefficiente di viscosità medio rilevato in condizioni di contenuto d'acqua costante è infatti pari a 0,96, superiore del 60% al coefficiente di viscosità previsto dalla normativa per le strutture in classe di servizio 1, pari a 0,6, e superiore del 20% a quello della classe di servizio 2, pari a 0,8 (Fig. 10.38).

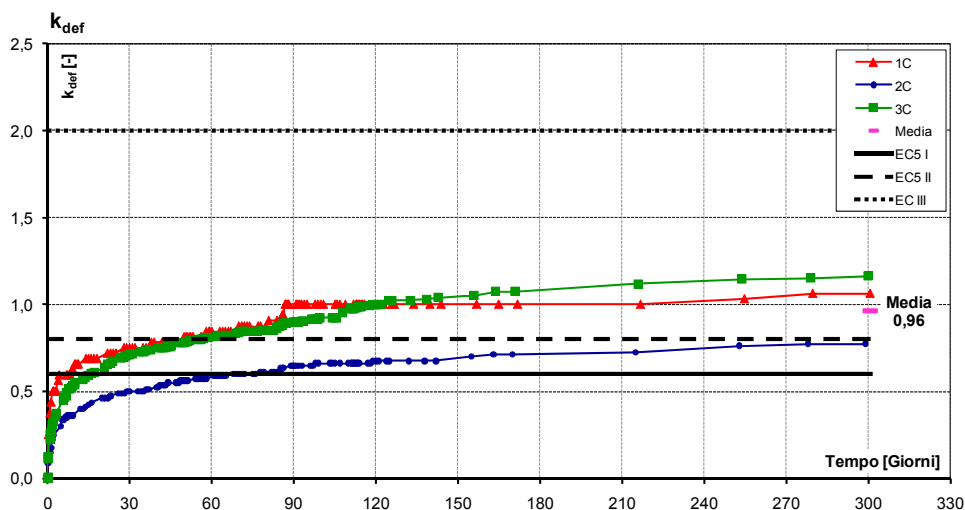


Fig. 10.38 – Coefficiente di viscosità dei campioni in condizioni di umidità ambientale relativa costante al 50% dopo 300 giorni

### 10.6.2 Deformazioni differite: condizioni di umidità ambientale variabile

La prima variazione di contenuto d'acqua ha determinato, in tutti i campioni che non sono giunti a rottura, un forte aumento della deformazione tangenziale, pari in media a circa il 400%. La successiva diminuzione di contenuto d'acqua ha



comportato un lieve recupero della deformazione, attorno al 5%, per i campioni meno caricati, mentre il campione 2Vb mostra un'ulteriore crescita della deformazione, dell'ordine del 16%. Il secondo aumento di contenuto d'acqua produce un aumento consistente della deformazione per il campione 1Va e un aumento meno evidente per gli altri due campioni (Fig. 10.39).

I risultati sperimentali, in accordo con quanto osservato nel corso della Prova A, sembrano suggerire un aumento della deformazione per ogni aumento del contenuto d'acqua, di ampiezza decrescente con il numero di cicli. Questo comportamento differisce con i risultati disponibili in letteratura per la sollecitazione di flessione, secondo cui il fenomeno meccanico-assorbitivo vede un aumento della deformazione in occasione di variazioni negative di contenuto d'acqua e un recupero della deformazione in corrispondenza di variazioni positive di contenuto d'acqua (Hearmon e Paton, 1964 e successivi, cfr. cap. 4).

TASSI DI CRESCITA PERCENTUALE DELLA DEFORMAZIONE – VARIAZIONE DEL CONTENUTO D'ACQUA							
Provino	$\tau$ [MPa]	$\Delta MC_{1+ \max}$ [%]	Tasso <sub>1+</sub> [%]	$\Delta MC_{1- \max}$ [%]	Tasso <sub>1-</sub> [%]	$\Delta MC_{2+ \max}$ [%]	Tasso <sub>2+</sub> [%]
1Va	1,00	18,0	503,5	14,7	-3,5	20,3	81,9
1Vb	1,00	18,0	307,5	14,7	-5,5	20,3	33,0
2Va	1,99	18,0	390,5	14,7	16,5	20,3	14,6

Tab. 10.7 – Tassi di crescita percentuale della deformazione a un mese circa da ogni variazione del contenuto d'acqua

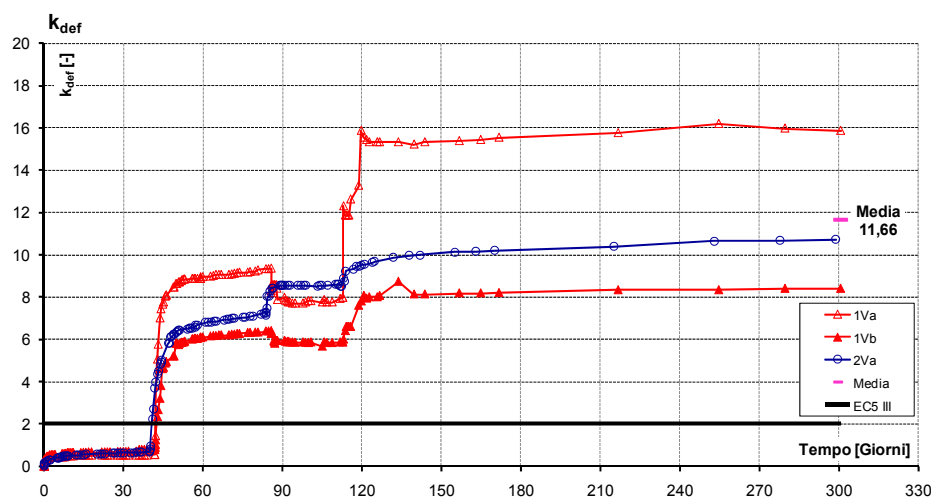


Fig. 10.39 – Coefficiente di viscosità dei campioni soggetti a condizioni di umidità ambientale relativa variabile tra il 50% e il 96%

Come la componente puramente viscosa, anche la componente meccanico-assorbitiva della deformazione del legno soggetto ad azione di taglio longitudinale-radiale appare sottostimata dai coefficienti proposti dalla normativa. I campioni soggetti a cicli di variazione del contenuto d'acqua hanno mostrato, infatti, dopo 300 giorni, un coefficiente di viscosità medio di 11,66, pari a quasi 6 volte quello previsto per le strutture in classe di servizio 3, che comprende le condizioni di umidità ambientale più severa. Anche escludendo i risultati relativi al campione 1Va, il cui comportamento appare anomalo, il coefficiente di viscosità medio risulta comunque pari a 9,56, quasi 5 volte quello proposto dall'Eurocodice (*Fig. 10.39*).

### 10.6.3 Confronto tra i risultati sperimentali e il modello reologico di Toratti

Come si è visto (cfr. cap.4), il modello reologico proposto da Toratti (Toratti, 1992) per il legno scinde il coefficiente di viscosità in due componenti, una propriamente viscosa e una meccanico-assorbitiva (Fragiacomo e Ceccotti, 2006):

$$k_{\text{def}}(t - t_0) = k_{\text{def,vis}}(t - t_0) + k_{\text{def,ms}}(t - t_0) = \left( \frac{t - t_0}{t_d} \right)^m + \varphi_{\infty} \left( 1 - e^{-c \frac{2\Delta u}{100\Delta t}(t - t_0)} \right) \quad (10.3)$$

- Con:
- $k_{\text{def,vis}}$  = parte viscosa del coefficiente globale di viscosità del legno
  - $k_{\text{def,ms}}$  = parte meccanico-assorbitiva del coefficiente globale di viscosità del legno
  - $t_d$  = parametro numerico rappresentante il tempo di raddoppio della deformazione
  - $m$  = parametro numerico
  - $c$  = parametro numerico
  - $\varphi_{\infty}$  = parametro numerico
  - $\Delta u$  = variazione del contenuto d'acqua nel ciclo
  - $\Delta t$  = durata del ciclo di variazione del contenuto d'acqua

Per il legno di abete, Toratti propone di adottare per i parametri numerici i seguenti valori:

- $t_d = 29500$
- $m = 0,21$
- $c = 2,5$

$$\varphi_{\infty} = 0,7$$

Poiché la prova sperimentale è stata condotta in parallelo su campioni in condizioni di contenuto d'acqua costante e su campioni in condizioni di contenuto d'acqua variabile, è possibile separare le due componenti del coefficiente di viscosità rilevato sperimentalmente, al fine di valutare se i parametri numerici proposti da Toratti siano validi anche per la sollecitazione a taglio longitudinale-radiale, pur tenendo presente la grande variabilità delle caratteristiche meccaniche del legno e il numero limitato di campioni testati.

Poiché il modello di Toratti è un modello di viscosità lineare, il suo campo di applicabilità è limitato agli sforzi inferiori al 20% del carico di rottura del legno; la resistenza a taglio prevista dalla normativa per il legno di abete di classe S1 è di 3 MPa, tuttavia, come si è visto nel capitolo 3, la resistenza del legno netto può essere molto superiore, arrivando a 5-6 MPa: per questo motivo, al fine del confronto con il modello reologico di Toratti sono stati considerati i dati sperimentali relativi ai campioni soggetti a sforzo di 1 MPa e 2 MPa.

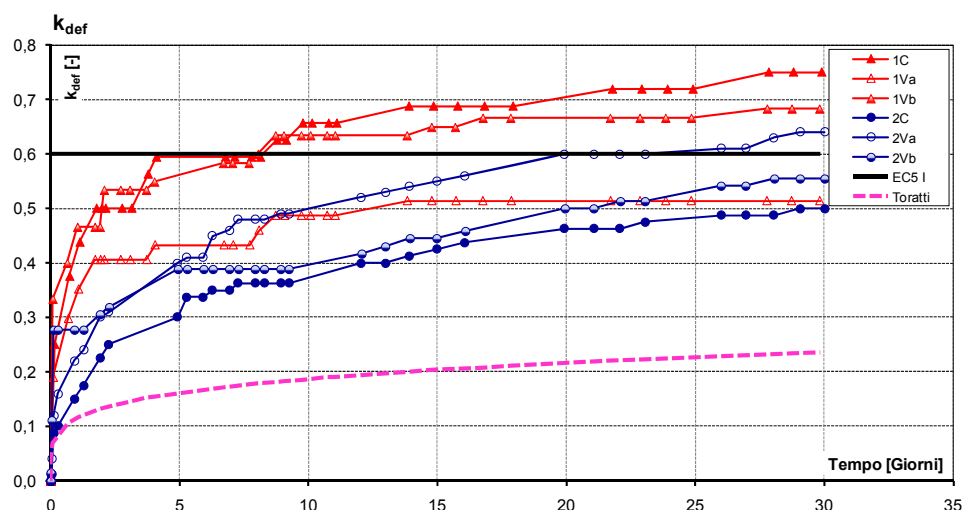


Fig. 10.40 – Confronto tra il coefficiente di viscosità dei campioni soggetti a condizioni di umidità ambientale relativa costante al 50% e quello previsto dal modello di Toratti per il primo mese di prova

Adottando i parametri  $t_d$  e  $m$  proposti da Toratti, la funzione che descrive lo sviluppo della parte propriamente viscosa del coefficiente di viscosità del legno di abete risulta:

$$k_{\text{def,vis}}(t - t_0) = \left( \frac{t - t_0}{t_d} \right)^m = \left( \frac{t - t_0}{29500} \right)^{0,21} \quad (10.4)$$

Nel primo mese di prova, la funzione appare sottostimare il coefficiente  $k_{\text{def}}$  (Fig. 10.40).

Utilizzando gli strumenti disponibili nell'ambiente per il calcolo numerico MATLAB, sono state modellate le curve sperimentali dei diversi campioni, al fine di individuare parametri del modello di Toratti adeguati a descrivere il comportamento locale del legno soggetto a sforzo di taglio longitudinale-radiale (Fig. 10.41).

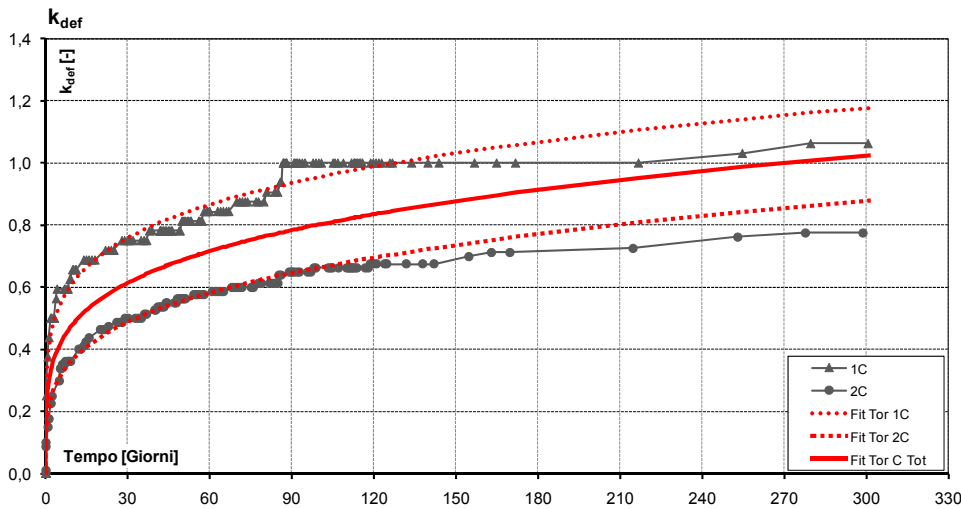


Fig. 10.41 – Modellazione delle curve sperimentali dei campioni 1C (Fit Tor 1C) e 2C (Fit Tor 2C) e dei dati complessivi (Fit Tor C Tot) attraverso la funzione proposta da Toratti per la parte propriamente viscosa del coefficiente di viscosità globale del legno

Per i campioni 1Va, 1Vb, 2Va e 2Vb è stata eseguita la modellazione relativa ai primi 40 giorni di prova, mentre per i campioni 1C e 2C sono stati considerati i dati relativi ai primi 100 giorni di prova.

I parametri  $t_d$  e  $m$ , ottenuti dalla modellazione dei dati relativi a tutti i campioni soggetti a 1 MPa e 2 MPa di sforzo, sono:

$$t_d = 271 \text{ giorni}$$

$$m = 0,22$$

Il parametro  $m$  ha un valore prossimo a quello proposto da Toratti, mentre il parametro  $t_d$ , rappresentante il tempo di raddoppio della deformazione, è di due

ordini di grandezza più piccolo. L'unico campione per cui tale parametro risulta di un solo ordine di grandezza inferiore a quello proposto da Toratti è il campione 1Va.

Applicando i parametri ottenuti al modello di Toratti, si ottiene un coefficiente di viscosità finale a 50 anni, per il legno soggetto a sforzo di taglio longitudinale-radiale, in condizioni di umidità costante al 50%, corrispondenti alla classe di servizio 1 prevista dalla normativa, pari a 2,54, molto superiore sia allo 0,6 previsto dalla normativa, che allo 0,9 previsto mediante i parametri proposti da Toratti (Fig. 10.42). A questo proposito, è comunque necessario sottolineare che, per esprimere una valutazione definitiva sul coefficiente di viscosità finale, saranno necessarie indagini di durata maggiore a quelle qui presentate.

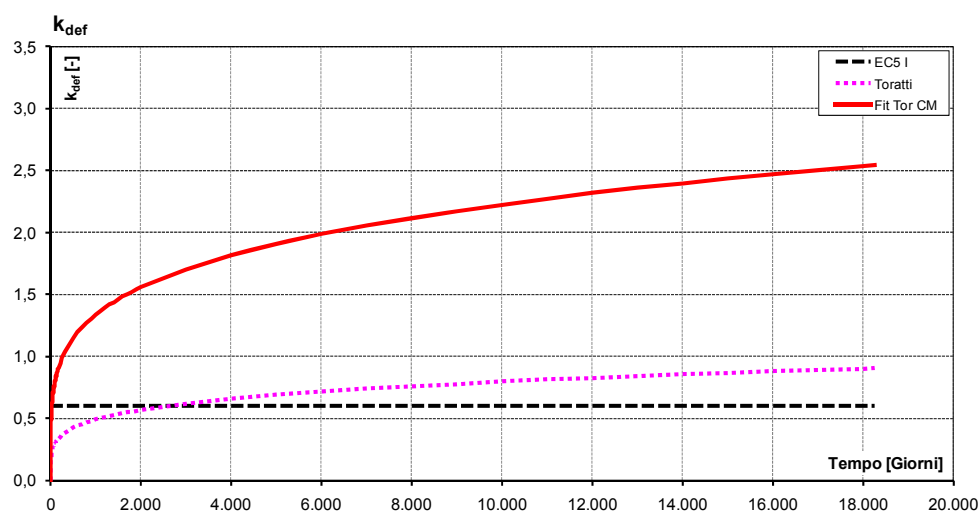


Fig. 10.42 – Coefficiente di viscosità a 50 anni per il legno in condizioni di umidità ambientale relativa costante al 50% secondo l'Eurocodice, secondo il modello di Toratti e applicando al modello di Toratti i parametri ottenuti dalle prove di taglio (Fit Tor CM)

PARAMETRI $t_d$ E m							
Provino	$\tau$ [MPa]	$t_d$ [Giorni]	m	Provino	$\tau$ [MPa]	$t_d$ [Giorni]	m
1C	1,00	127,7	0,1906	2C	1,99	498	0,26
1Va	1,00	5304	0,1211	2Va	1,99	314	0,29
1Vb	1,00	333,5	0,1379	2Vb	1,99	444	0,22
<b>Tot</b>						271	0,22

Tab. 10.8 – Parametri  $t_d$  e m risultanti dalla modellazione delle curve sperimentali dei campioni in condizioni di umidità ambientale relativa costante al 50%

Il coefficiente di viscosità meccanico-assorbitiva dei campioni soggetti a variazioni del contenuto d'acqua è stato ottenuto sottraendo alle curve sperimentali le curve dei coefficienti di viscosità dei campioni soggetti allo stesso stato di sforzo e mantenuti in condizioni di umidità ambientale relativa costante.

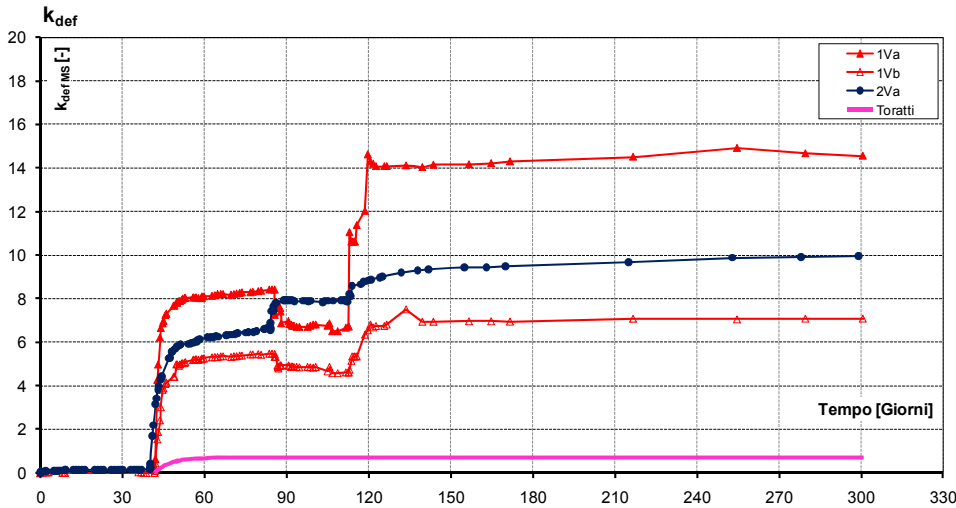


Fig. 10.43 – Confronto tra il coefficiente di viscosità meccanico-assorbitiva dei campioni soggetti a condizioni di umidità ambientale variabile tra il 50% e il 96% e quello previsto dal modello di Toratti

La funzione che descrive l'andamento nel tempo del coefficiente di viscosità di questi campioni, secondo il modello di Toratti, risulta (Fragiacomo e Ceccotti, 2006):

$$k_{\text{def,ms}}(t - t_0) = \varphi_{\infty} \left( 1 - e^{-\frac{c \cdot \Delta u}{100 \Delta t} (t - t_0)} \right) = 0,7 \cdot \left( 1 - e^{-2,5 \frac{2 \cdot 18}{100 \cdot 5} (t - t_0)} \right) \quad (10.5)$$

- Con:
- c = 2,5
  - $\varphi_{\infty}$  = 0,7
  - $\Delta u$  = 18%
  - $\Delta t$  = 5 giorni

Il modello di Toratti scritto in questa forma consente di ottenere l'involuppo della curva del coefficiente di viscosità, supponendo la ripetizione di cicli di umidità della stessa durata e con la stessa variazione di contenuto d'acqua. Date le dimensioni molto ridotte dei campioni, l'aumento di contenuto d'acqua è molto

rapido, richiedendo circa un paio di giorni; la durata del ciclo completo di variazione del contenuto d'acqua è stata dunque assunta pari a 5 giorni. Le variazioni di contenuto d'acqua non sono state esattamente uguali, per cui è stato assunto come riferimento, nel modello, un valore intermedio, pari al 18%, valore che avvicina il contenuto d'acqua del legno al punto di saturazione delle fibre (cfr. cap. 3). Il confronto con il coefficiente di viscosità ottenuto utilizzando i parametri previsti da Toratti per il legno di abete mostra una differenza molto più marcata con i risultati sperimentali, per la parte meccanico-assorbitiva, rispetto a quanto riscontrato per la parte puramente viscosa (Fig. 10.43).

Come per la parte viscosa del coefficiente, anche per la parte meccanico-assorbitiva la modellazione delle curve sperimentali ha consentito di calibrare i parametri della funzione per il comportamento locale del legno a taglio longitudinale-radiale, in condizioni di umidità ambientale estremamente severe, corrispondenti alla classe di servizio 3. Poiché il modello, in questa formulazione, descrive l'involuppo della curva, al fine di calibrare i parametri sono stati utilizzati i dati relativi ai giorni in cui varia il contenuto d'acqua, trascurando le porzioni di curve in cui il contenuto d'acqua è stabile.

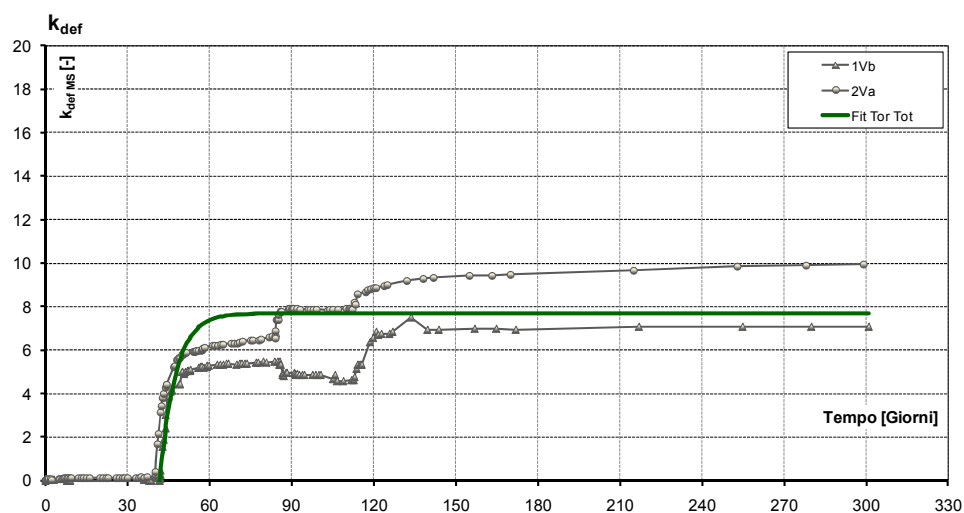


Fig. 10.44 – Modellazione dei dati complessivi dei campioni 1Vb e 2Va attraverso la funzione proposta da Toratti per la parte meccanico-assorbitiva del coefficiente di viscosità globale del legno (Fit Tor Tot)

In una prima fase è stata eseguita la modellazione delle curve relative alla parte meccanico-assorbitiva dei campioni 1Va, 1Vb e 2Va, oltre a quella

complessiva dei dati dei tre campioni. Poiché il comportamento del campione 1Va appare anomalo rispetto a quello degli altri due, si è deciso di assumere come riferimento i parametri ottenuti dalla modellazione dei dati relativi ai campioni 1Vb e 2Va (Fig. 10.44):

$$c = 2,49$$

$$\varphi_{\infty} = 7,69$$

Poiché il parametro c è risultato prossimo a quello previsto da Toratti, si è deciso di ripetere la modellazione, assumendo il parametro c pari a 2,5 e facendo variare solo il parametro  $\varphi_{\infty}$ , con il seguente risultato:

$$c = 2,5$$

$$\varphi_{\infty} = 7,69$$

PARAMETRI c E $\varphi_{\infty}$			
Provino	$\tau$ [MPa]	c	$\varphi_{\infty}$
1Va	1,00	2,817	12,56
1Vb	1,00	3,000	6,69
2Va	1,99	2,387	8,116
Tot		2,475	9,449
1Vb-2Va		2,448	7,693
1Vb-2Va (c=2,5)		2,5	7,689

Tab. 10.9 – Parametri c e  $\varphi_{\infty}$  risultanti dalla modellazione delle curve sperimentali dei campioni in condizioni di umidità ambientale relativa variabile tra il 50% e il 96%

La funzione che descrive la parte meccanico-assorbitiva del coefficiente di viscosità, a differenza di quella che descrive la parte puramente viscosa, possiede un limite finito, rappresentato dal parametro  $\varphi_{\infty}$ :

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \varphi_{\infty} \left( 1 - e^{-c \frac{2\Delta u}{100\Delta t} (t-t_i)} \right) = \varphi_{\infty} \cdot (1 - e^{-\infty}) = \varphi_{\infty} \cdot (1 - 0) = \varphi_{\infty} \quad (10.6)$$

Tale parametro definisce dunque il limite cui tende il coefficiente  $k_{def}$  relativo alla parte meccanico-assorbitiva della deformazione a tempo infinito, mentre la variazione di contenuto d'acqua  $\Delta u$  e la durata dei cicli di variazione del contenuto d'acqua definiscono solo la rapidità con cui il coefficiente tende a tale valore.

I risultati sperimentali, seppure con i limiti relativi al numero ridotto di campioni testati, mostrano, a 300 giorni, un coefficiente di viscosità complessivo, per sollecitazioni di taglio longitudinale-radiale in condizioni di variabilità del



contenuto d'acqua assimilabili alla classe di servizio 3, molto maggiore del coefficiente di viscosità previsto dal modello di Toratti, pari a 1,1 (Fig. 10.45).

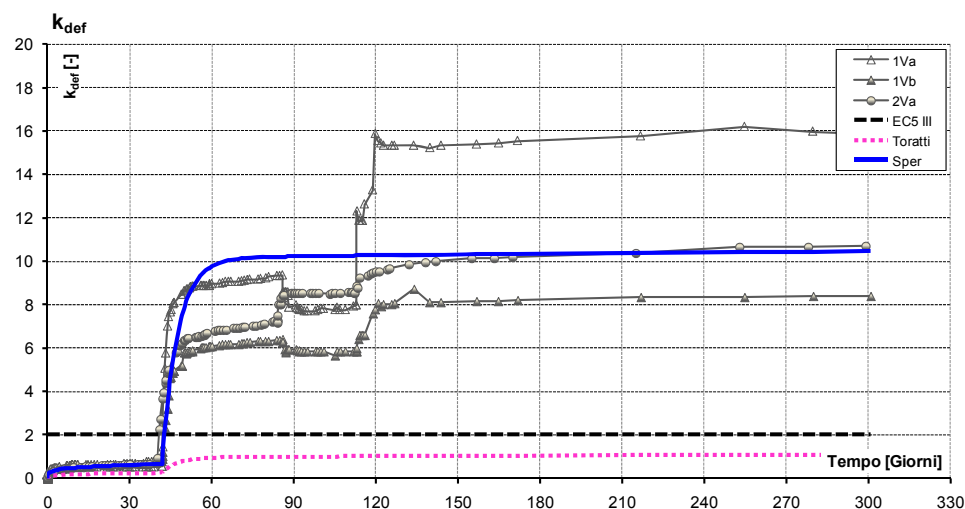


Fig. 10.45 – Confronto tra il coefficiente di viscosità sperimentale dei campioni in condizioni di contenuto d'acqua variabile, quello previsto dall'Eurocodice 5 per il legno in classe di servizio 3, quello previsto dal modello di Toratti e quello che risulta applicando al modello di Toratti i parametri ottenuti dalle prove di taglio (Sper)

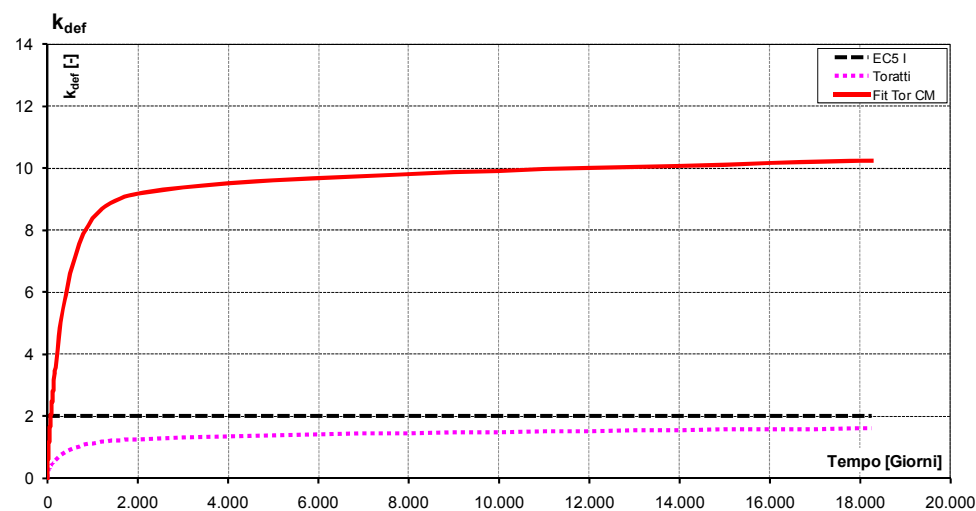


Fig. 10.46 – Confronto tra il coefficiente di viscosità a 50 anni previsto dall'Eurocodice 5 per il legno in classe di servizio 3, quello previsto dal modello di Toratti e quello che risulta applicando al modello di Toratti i parametri ottenuti dalle prove di taglio longitudinale-radiale (Fit Tor CM)

Utilizzando nel modello di Toratti i parametri ricavati sperimentalmente e ipotizzando un ciclo annuale di variazione del contenuto d'acqua del 18%, è possibile valutare il coefficiente di viscosità complessivo del legno soggetto a sforzo di taglio longitudinale-radiale a 50 anni, che risulta circa pari a 10, mentre quello previsto mediante i parametri proposti da Toratti è pari a 1,6 e quello previsto dall'Eurocodice è pari a 2. L'ampia escursione di umidità considerata determina una pendenza iniziale della curva molto accentuata (*Fig. 10.46*).

#### 10.6.4 Osservazioni

I risultati delle indagini sperimentali sul comportamento locale del legno a taglio longitudinale-radiale hanno mostrato come la deformazione viscosa, per questo tipo di sollecitazione, sia significativamente superiore a quella prevista dalla normativa, sia in condizioni di umidità ambientale relativa costante, sia in condizioni di umidità ambientale relativa variabile.

DEFORMAZIONI DEI CAMPIONI A 300 GIORNI				
Provino	$\tau$ [MPa]	MC	$Y_{300gg}$ [10 <sup>-3</sup> ]	$Y_{300gg} / Y_{300gg, MC Cost}$ [-]
1C	1,00	Costante	2,75	-
1Va	1,00	Variabile	26,00	9,45
1Vb	1,00	Variabile	23,50	8,54
2C	1,99	Costante	5,92	-
2Va	1,99	Variabile	48,83	8,25

Tab. 10.10 – Deformazioni dei campioni a 300 giorni dall'inizio della prova

In particolare, l'effetto delle variazioni di umidità imposte è stato tale da determinare, nei campioni, una deformazione pari a circa 8 volte quella dei campioni soggetti allo stesso livello di sforzo, ma non sottoposti a variazioni di contenuto d'acqua (*Tab. 10.10*). Anche il coefficiente di viscosità in condizioni di contenuto d'acqua costante si è rivelato molto superiore alle attese; applicando al modello di Toratti i parametri calibrati sperimentalmente, il coefficiente di viscosità a taglio a 50 anni risulta, infatti, pari a 2,5, rispetto allo 0,6 atteso dalla normativa.

Supponendo che il coefficiente di viscosità a taglio di una trave sia assimilabile a quello per taglio longitudinale-radiale, sulla base di questi dati è possibile formulare alcune ipotesi sul rapporto tra la freccia finale dovuta al taglio e la freccia finale complessiva di una trave soggetta a carico uniformemente

distribuito. Il rapporto tra la freccia dovuta all'azione di taglio e la freccia totale della trave dipende dal rapporto luce/altezza (cfr. cap. 3) e, nel caso di trave in semplice appoggio, soggetta a un carico uniformemente distribuito, risulta:

$$\frac{v_{t,ist}}{v_{tot,ist}} = \frac{\frac{\chi q l^2}{8AG}}{\frac{\chi q l^2}{8AG} + \frac{5q l^4}{384EI}} = \frac{\frac{\chi q l^2}{8AG}}{\frac{\chi q l^2}{8AG} + \frac{5q l^4}{32EAh^2}} = \frac{1}{1 + \frac{5G}{4\chi E} \left( \frac{h^2}{l^2} \right)} \quad (10.7)$$

- Dove:
- $v_{t,ist}$  = freccia istantanea della trave dovuta al taglio
  - $v_{tot,ist}$  = freccia istantanea totale della trave
  - $\chi$  = fattore di taglio, pari a 1,2 per sezioni rettangolari
  - $q$  = carico distribuito
  - $l$  = luce della trave
  - $A$  = area della sezione
  - $G$  = modulo di taglio istantaneo della trave
  - $E$  = modulo elastico istantaneo a flessione della trave
  - $I$  =  $bh^3/12$  = momento d'inerzia della sezione

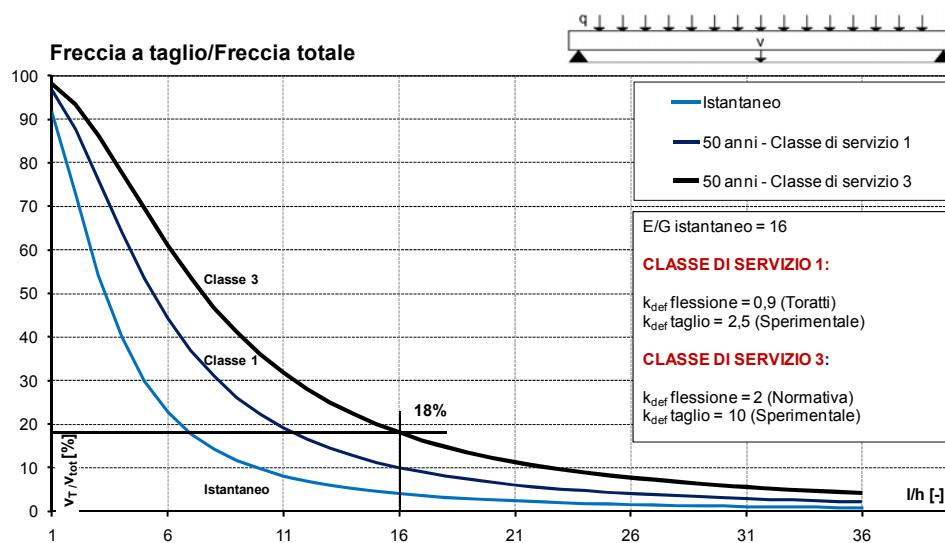


Fig. 10.47 – Rapporto tra la freccia dovuta all'azione di taglio e la freccia totale di una trave in semplice appoggio, soggetta a carico uniformemente distribuito, per sollecitazioni istantanee e a 50 anni, per classi di servizio 1 e 3

Supponendo pari a  $1/16$  il rapporto tra il modulo elastico a flessione e il modulo di taglio istantanei  $G/E$ , è possibile ipotizzare il rapporto tra la freccia di taglio e la freccia complessiva della trave per carichi istantanei e quello finale a 50 anni nelle classi di servizio 1 e 3, adottando gli opportuni coefficienti di viscosità. Per la sollecitazione di taglio, i coefficienti di viscosità a 50 anni, proposti sulla base dei risultati sperimentali, sono pari a 2,5 in classe di servizio 1 e pari a 10 in classe di servizio 3. Per la sollecitazione di flessione sono stati adottati i coefficienti più penalizzanti tra quelli di Toratti e quelli proposti dall'Eurocodice, pari a 0,9 (Toratti) in condizioni di contenuto d'acqua costante e 2 (Eurocodice 5) per la classe di servizio 3. Adottando questi parametri, il rapporto tra la freccia finale a taglio e la freccia complessiva della trave in classe di servizio 3 risulta superiore al 18% per rapporti  $l/h$  inferiori a  $1/16$ , come possono riscontrarsi nel caso delle travi di spina (Fig. 10.47).

## 10.7 REFERENZE

- METELLI G., *Problemi di accoppiamento nel rinforzo e nella riparazione strutturale*, Tesi di Dottorato, relatore E. Giuriani, Università degli Studi di Trento, Italia, 2003
- FRAGIACOMO M. - CECCOTTI A., *Simplified approach for the long-term behaviour of the timber-concrete composite beams according to the Eurocode 5 Provisions*, Proceedings of the "CIB-W18 Meeting", Florence, Italy, August 2006b
- GIURIANI E. - METELLI G., *The Role of Sapwood Plasticity in the Delamination Phenomenon of Repaired Timber Beams*, in "International Journal for Restoration", 2004, n. 10 (4), pp. 1-18
- HEARMON R.F.S. – PATON J.M., *Moisture content changes and creep in wood*, in in "Forest Product Journal", 1964, n. 14, pp. 357-359
- TORATTI T., *Creep of timber beams in a variable environment*, Laboratory of Structural Engineering and Building Physics, Helsinki University of Technology, Finland, Report n. 31, 1992

---

## **11. INDAGINE SPERIMENTALE SUL COMPORTAMENTO REOLOGICO DI CONNESSIONI A PIOLO LEGNO- CALCESTRUZZO DI CEMENTO E LEGNO-MALTA DI CALCE NATURALE IN AMBIENTE PROTETTO A UMIDITÀ' NON CONTROLLATA**

---

### **11.1 INTRODUZIONE**

Il comportamento flessionale delle sezioni miste, come si è visto nei capitoli precedenti, dipende dal grado di vincolo offerto dalla connessione tra i diversi materiali, oltre che dalle caratteristiche di questi ultimi (cfr. par. 5.2.1); per questa ragione, lo studio del comportamento della trave mista, soggetta a carichi di lunga durata, richiede un'attenzione particolare al comportamento deformativo della connessione.

In questa sede si è deciso di approfondire il comportamento delle strutture miste con connettori costituiti da pioli lisci in acciaio infissi a secco (Gelfi e Giuriani, 1995), poiché si tratta di una tecnica semplice, che utilizza materiali di reperibilità immediata e che, non richiedendo l'impiego di manodopera specializzata, è adatta all'impiego negli interventi di recupero dell'edilizia comune (cfr. par. 5.2.2). L'uso del calcestruzzo, tuttavia, presenta problemi di compatibilità con i materiali tradizionali; per questo motivo in Marini et al., 2009, è stata indagata la possibilità di sostituire la cartella in calcestruzzo con una cartella in malta di calce naturale (cfr. par. 5.4).

In letteratura sono reperibili indagini sul comportamento a rottura di diversi tipi di connessione utilizzati nelle strutture miste in legno e calcestruzzo (Piazza e Ballerini, 1998, Fragiaco et al., 2008), tra cui le connessioni a piolo considerate in questo studio (Gelfi e Giuriani, 1995); tuttavia, ancora molto limitati sono i dati

disponibili relativi al comportamento delle connessioni soggette a carichi di lunga durata (Fragiacomo et al, 2004, Ometto, 2008).

Come si è visto nell'analisi dei risultati sperimentali relativi alla trave mista, la proposta della normativa, di applicare alle connessioni, in assenza di dati sperimentali specifici, un coefficiente di viscosità doppio rispetto a quello previsto per il legno, sembra non rispecchiare il comportamento reale. Per questo motivo, alla luce dell'importanza del comportamento deformativo nei criteri di progetto degli impalcati lignei e delle travi miste, si è ritenuto opportuno predisporre un'indagine sperimentale sul comportamento reologico delle connessioni a piolo legno-calcestruzzo e legno-malta di calce naturale soggette ad azione di taglio.

## 11.2. DESCRIZIONE DEL BANCO, MATERIALI E MODALITÀ DI PROVA

Per la realizzazione della prova di taglio di lunga durata sulle connessioni a piolo legno-calcestruzzo e legno-malta di calce naturale è stato impiegato lo stesso banco utilizzato per la prova di flessione sulle travi in legno di abete (cfr. cap. 9), costituito da una serie di leve che consentono di mantenere costante nel tempo il carico applicato (Fig. 11.1).



Fig. 11.1 – Banco di prova

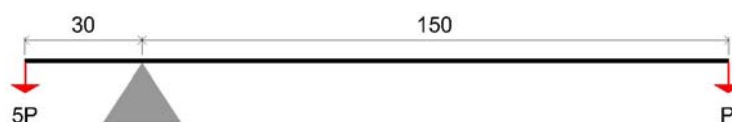


Fig. 11.2 – Lunghezza delle leve 2, 3 e 5

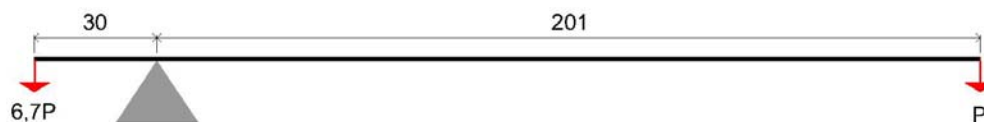


Fig. 11.3 – Lunghezza della leva 4

Le leve dedicate alle prove sulle connessioni sono quattro, due per le connessioni legno-calcestruzzo e due per le connessioni legno-malta di calce naturale. Ciascuna leva agisce simultaneamente su due campioni, ognuno dei quali rappresenta due concetti di trave mista pertinenti a un singolo connettore; in totale sono state sottoposte a prova otto connessioni per tipo.

Una delle leve ha un braccio di lunghezza maggiore rispetto alle altre, che consente di eseguire prove con livelli di carico più elevati; in questo caso, tuttavia, tutti i campioni sono stati sottoposti allo stesso livello di carico.

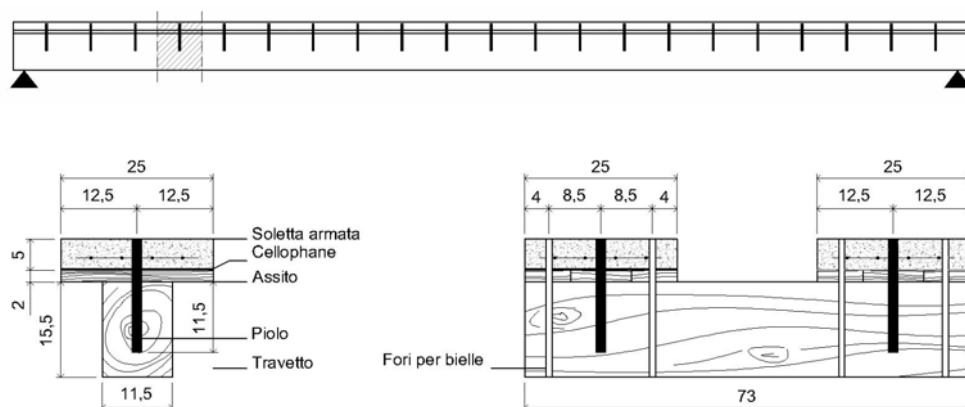
### 11.2.1 Geometria dei campioni e caratteristiche dei materiali

I campioni sono stati preparati utilizzando travetti, di sezione 11,50 x 15,50 cm, in legno massello di abete rosso, specie legnosa comunemente impiegata nella realizzazione di solai.

I travetti utilizzati per le connessioni legno-calcestruzzo provengono dalla stessa fornitura di abete delle travette usate nella prova di flessione e dei campioni di piccole dimensioni usati nella prova di taglio (cfr. cap. 9 e 10). Al momento del getto il legno, che alla fornitura aveva un contenuto d'acqua pari al 14%, non aveva ancora raggiunto l'equilibrio igrometrico con l'ambiente, pertanto i travetti hanno subito un'importante variazione del contenuto d'acqua successivamente al getto e all'infissione del piolo. All'inizio della prova, il contenuto d'acqua del legno era pari al 9,2%.

I campioni con la soletta in malta di calce naturale sono stati preparati in precedenza, con travi in legno con contenuto d'acqua in equilibrio con l'ambiente di laboratorio, pari al 6,7% all'inizio della prova.

La lunghezza dei travetti è tale per cui i connettori, distanti circa 45 cm l'uno dall'altro, possono essere considerati indipendenti; tra le solette e i travetti è presente un assito, dello spessore di 2 cm, il cui contributo strutturale può essere considerato trascurabile (*Fig. 11.4*). La presenza di assito incide negativamente sulla rigidità della connessione, tuttavia, i vantaggi offerti da questa soluzione, in termini di semplicità di esecuzione della soletta e di sicurezza degli operatori in fase di getto, la rendono preferibile rispetto all'ipotesi di assito interrotto (cfr. par. 5.2.2).



*Fig. 11.4 – Provini per lo studio sperimentale del comportamento reologico delle connessioni a piolo*

I connettori sono costituiti da pioli in comune acciaio da carpenteria S275, con diametro di 16 mm e lunghezza di 18,5 cm, per consentire una profondità d'infissione superiore a 7 diametri nel legno e a 3 diametri nel calcestruzzo, sufficiente a garantire lo sviluppo di un meccanismo di rottura con la formazione di due cerniere plastiche (*Fig. 11.5*).



*Fig. 11.5 – Modalità di deformazione dei provini*



La soletta in calcestruzzo di cemento è stata armata con una rete elettrosaldata, con diametro pari a 6 mm e maglia 100 x 100 mm. Il getto è avvenuto il 10/12/2009, in ambiente esterno; inizialmente i campioni sono rimasti in ambiente chiuso non riscaldato, per essere portati in ambiente riscaldato dopo qualche giorno di maturazione. I risultati delle prove di compressione<sup>1</sup>, condotte a 71 giorni dal getto, hanno fornito una resistenza a compressione media  $R_{cm}(71gg) = 29,9$  MPa, corrispondente a una resistenza cubica caratteristica  $R_{ck}(71gg) = 20,3$  MPa e a una resistenza cilindrica media pari a  $f_{cm} = 0,83 \cdot 29,9 = 24,8$  MPa. Considerando un aumento di resistenza 7%<sup>2</sup> tra il ventottesimo e il settantunesimo giorno dal getto, per una temperatura di maturazione di 20 °C, la resistenza cubica caratteristica del calcestruzzo a 28 giorni risulterebbe pari a 19,0 MPa, corrispondente a una classe di resistenza C12/15, sebbene, essendo la prima fase della maturazione avvenuta in ambiente protetto non riscaldato, l'aumento di resistenza possa ritenersi sovrastimato.

Il modulo elastico del calcestruzzo al settantunesimo giorno risulta, secondo l'Eurocodice 2:

$$E_c = 22000 \cdot \left( \frac{f_{cm}}{10} \right)^{0,3} = 22000 \cdot \left( \frac{0,83 R_{cm}}{10} \right)^{0,3} = 28897 \text{ MPa} \quad (11.1)$$

La soletta in malta a base di legante idraulico naturale (NHL5), armata con due reti sovrapposte in fibre di vetro, con diametro tra i 2 e i 3 mm e maglia 66 x 66 mm, è stata realizzata con un prodotto premiscelato per interventi di restauro. La resistenza cilindrica media a compressione a 28 giorni  $f_{cm}$  di questo materiale, indagata in Marini et al., 2009, è risultata pari a 15,8 MPa.

Come nel caso della trave mista soggetta alla prova di flessione, le caratteristiche meccaniche delle connessioni possono essere determinate applicando il modello teorico proposto in Gelfi et al., 1998 (cfr. cap. 5). Per la connessione legno-calcestruzzo, la rigidezza risulta:

$$K_{p,c} = \frac{12(\alpha_c \alpha_w)^3 E_s J_p}{Z_c} = 12281 \text{ N/mm} \quad (11.2)$$

<sup>1</sup> UNI EN 12390-3:2003, Prova sul calcestruzzo indurito - Resistenza alla compressione dei provini

<sup>2</sup> UNI EN 1992-1-1:2005, Eurocodice 2: Progettazione delle strutture in calcestruzzo. Parte 1-1: Regole generali e regole per gli edifici

Con:

$$\alpha_c = \sqrt[4]{K_c/(4E_S J_P)} = 0,044 \text{ mm}^{-1} \quad (11.3)$$

$$\alpha_w = \sqrt[4]{K_w/(4E_S J_P)} = 0,026 \text{ mm}^{-1} \quad (11.4)$$

$$Z_c = 3 \cdot (\alpha_c^2 + \alpha_w^2) \cdot (\alpha_c + \alpha_w) + 3 \cdot t \alpha_c \alpha_w (\alpha_c + \alpha_w)^2 + 3 \cdot t^2 \alpha_c^2 \alpha_w^2 (\alpha_c + \alpha_w) + t^3 \alpha_c^3 \alpha_w^3 = 10 \cdot 10^{-3} \text{ mm}^{-3} \quad (11.5)$$

Dove:  $K_c$  = rigidezza del calcestruzzo, assunta pari a 10000 N/mm<sup>2</sup> (Gelfi e Marini, 2008)

$K_w$  = rigidezza a rifollamento del legno di abete rosso con contenuto d'acqua al 12%, pari a 1300 N/mm<sup>2</sup> (Marini et al., 2009)

$E_S$  = modulo elastico del connettore, pari a 210000 N/mm<sup>2</sup>

$J_P$  =  $\pi \Phi^4/64$ , momento d'inerzia del piolo, pari a 3217 mm<sup>4</sup>

Per la connessione legno-malta di calce naturale, la rigidezza risulta:

$$K_{P,m} = \frac{12(\alpha_m \alpha_w)^3 E_S J_P}{Z_m} = 7797 \text{ N/mm} \quad (11.6)$$

Con:

$$\alpha_m = \sqrt[4]{K_m/(4E_S J_P)} = 0,028 \text{ mm}^{-1} \quad (11.7)$$

$$Z_m = 3 \cdot (\alpha_m^2 + \alpha_w^2) \cdot (\alpha_m + \alpha_w) + 3 \cdot t \alpha_m \alpha_w (\alpha_m + \alpha_w)^2 + 3 \cdot t^2 \alpha_m^2 \alpha_w^2 (\alpha_m + \alpha_w) + t^3 \alpha_m^3 \alpha_w^3 = 4,0 \cdot 10^{-4} \text{ mm}^{-3} \quad (11.8)$$

Dove:  $K_m$  = rigidezza a rifollamento della malta a base di calce naturale, pari a 1572 N/mm<sup>2</sup> (Marini et al., 2009)

RIGIDEZZA DELLE CONNESSIONI							
CONNESSIONE LEGNO-CALCESTRUZZO			CONNESSIONE LEGNO-MALTA DI CALCE NATURALE				
Rigidezza	$K_{P,c}$	[N/mm]	12281	Rigidezza	$K_{P,m}$	[N/mm]	7797

Tab. 11.1 – Rigidezza delle connessioni secondo il modello presentato in Gelfi et al., 1998

### 11.2.2 Applicazione dei carichi

Il carico proveniente dalle leve è trasmesso alle solette attraverso una coppia di piastre in acciaio con deformabilità trascurabile per i carichi applicati (Fig. 11.6).

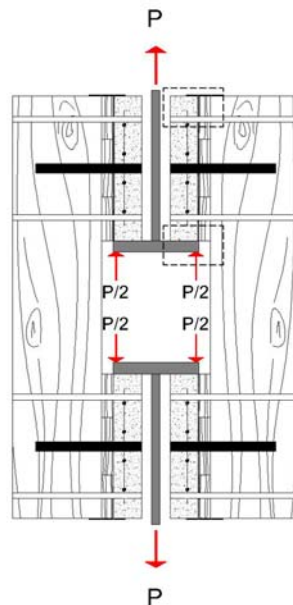


Fig. 11.6 – Schema di applicazione del carico alle connessioni

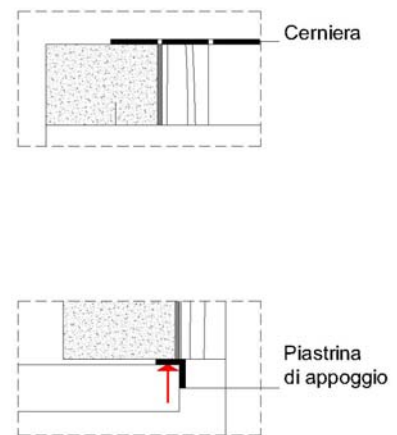


Fig. 11.7 – Particolari della piastrina che si oppone al momento e della piastrina di appoggio della soletta

Per ridurre il momento flettente generato dall'eccentricità del carico rispetto al piano di scorrimento della connessione, che potrebbe generare un attrito tra soletta e assito che si oppone allo scorrimento della connessione, la superficie di appoggio delle solette sulle piastre è stata ridotta al minimo, attraverso il posizionamento di una piastrina di alluminio.

Per limitare le rotazioni residue, è stato disposto un sistema di bielle in acciaio, di diametro pari a 3 mm, che si oppone all'allontanamento del calcestruzzo dal legno in prossimità del punto di applicazione del carico.

Per impedire l'avvicinamento del calcestruzzo al legno, infine, è stata applicata, sulla sommità dei provini una piastra in alluminio, in cui sono state realizzate due cerniere che garantiscono la libertà di scorrimento della connessione (Fig. 11.9).



Fig. 11.8 – Particolare dell'appoggio delle solette sulla piastra di trasmissione del carico



Fig. 11.9 – Piastra in alluminio per il contrasto della rotazione relativa tra soletta e travetto

Poiché le leve hanno bracci di lunghezza diversa, il carico necessario per ottenere un'azione di taglio di 3,92 kN su ciascun connettore, corrispondente a quella attesa in condizioni di esercizio, è pari a 1,57 kN per le leve 2, 3 e 5 e a 1,18 kN per la leva 4.

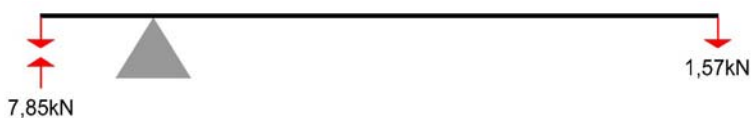


Fig. 11.10 – Applicazione del carico alle leve 2, 3 e 5



Fig. 11.11 – Applicazione del carico alla leva 4

Il carico è stato ottenuto mediante l'appensione di dischi in acciaio o blocchi in calcestruzzo ai bracci più lunghi delle leve; il carico applicato alla leva numero 2, usata per la prima coppia di provini con soletta in malta di calce naturale, è stato leggermente inferiore a quello programmato, corrispondente a un'azione di taglio di 3,87 kN su ciascun connettore.

### 11.2.3 Strumentazione

Il rilevamento dello scorrimento delle connessioni è avvenuto tramite il monitoraggio dell'allontanamento reciproco delle solette, rilevato in corrispondenza dell'asse dei connettori (Fig. 11.12); l'attendibilità del metodo di rilevamento è stata verificata mediante un apposito collaudo del banco.



Fig. 11.12 – Posizione dei comparatori per il rilevamento dello scorrimento delle connessioni

Per semplicità si è provveduto a rilevare lo scorrimento, a sinistra e a destra di ciascun connettore, in uno solo dei provini per ciascuna coppia, mediante l'ausilio di comparatori analogici centesimali.

La modalità di raccolta dei dati relativi allo scorrimento delle connessioni e alle condizioni di temperatura e umidità ambientale è analoga a quella adottata per le prove di flessione; in particolare, sono noti i valori diurni di temperatura e umidità ambientale relativa. Le punte dello strumento utilizzato per la misurazione del contenuto d'acqua sono state infisse a una profondità di 25 mm e il valore rilevato è stato assunto come contenuto d'acqua medio della sezione.

### 11.2.4 Modalità di prova

Il carico è stato applicato alla coppia M1 di provini in legno-malta di calce naturale e alla coppia C2 di provini in legno-calcestruzzo attraverso 5 passi, mentre alle altre due coppie di provini è stato applicato in un'unica fase.

La prova, condotta nello stesso ambiente protetto e riscaldato, a umidità non controllata, in cui si sono svolte le prove sulla trave mista e sulle travi in legno, ha avuto inizio il 20/01/2009; nel seguito sono discussi i risultati relativi al primo anno di prova.



*Fig. 11.13 – Prova di taglio di lunga durata su connessioni a piolo legno-calcestruzzo e legno malta di calce naturale*

### 11.3. RISULTATI

#### 11.3.1 Deformazioni istantanee

Le connessioni legno-calcestruzzo di cemento hanno mostrato, all'atto dell'applicazione dei carichi, uno spostamento istantaneo inferiore alle attese; la rigidezza media dei due campioni è dunque pari al 79% della rigidezza teorica. Tale differenza è dovuta alla scarsa rigidezza mostrata dalla coppia di provini C1, che ha mostrato uno scorrimento istantaneo pari a 0,50 mm, corrispondente a una rigidezza di 7,84 kN/mm, mentre la coppia C2, che ha mostrato uno scorrimento istantaneo di 0,34 mm, ha una rigidezza di 11,53 kN/mm, più vicina al valore atteso di 12,28 kN (Fig. 11.14).

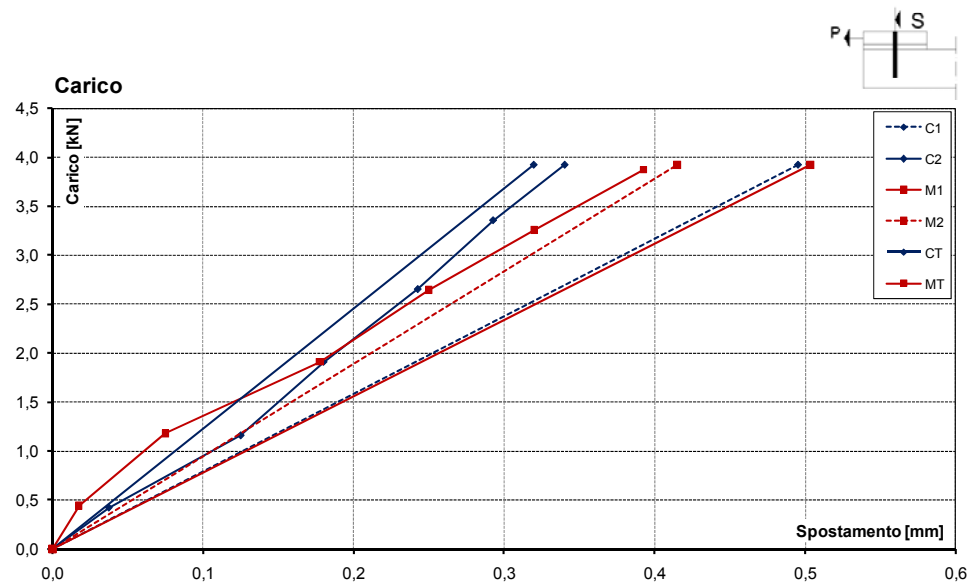


Fig. 11.14 – Curva Carico - Spostamento delle connessioni legno-malta di calce naturale (Provini M1 e M2) e delle connessioni legno-calcestruzzo (Provini C1 e C2), a confronto con gli spostamenti attesi (CT e MT)

SPOSTAMENTI ISTANTANEI					
Coppia di provini	P [kN]	S [mm]	$K_p$ [kN/mm]	$K_p$ Teorica [kN/mm]	$K_p/K_p$ Teorica [%]
<b>C1</b>	3,92	0,50	7,84	12,28	64
<b>C2</b>	3,92	0,34	11,53	12,28	94
<b>Media C</b>			9,69	12,28	79
<b>M1</b>	3,87	0,39	9,92	7,80	127
<b>M2</b>	3,92	0,42	9,33	7,80	120
<b>Media M</b>			9,63	7,80	124

Tab. 11.2 – Scorrimenti istantanei e rigidezza delle connessioni

Al contrario, la rigidezza mostrata dalle connessioni legno-malta di calce naturale all'atto di applicazione del carico è risultata superiore alla rigidezza teorica, in media del 24%; la coppia di provini M1, infatti, ha mostrato uno scorrimento istantaneo di 0,39 mm, corrispondente a una rigidezza di 9,92 kN/mm, mentre la coppia M2 ha mostrato uno scorrimento istantaneo di 0,42 mm, corrispondente a una rigidezza di 9,33 kN/mm, a dispetto della rigidezza attesa, pari a 7,80 kN/mm.

Questo risultato è almeno parzialmente imputabile al basso contenuto d'acqua del legno al momento della prova, pari al 6,7%.

### 11.3.2 Deformazioni differite

La prova è iniziata circa un mese prima della prova di flessione sulle travi in legno e si è svolta nel corso del secondo anno della prova sulla trave mista, per cui le condizioni di temperatura e umidità ambientale registrate sono quelle descritte nei capitoli precedenti, corrispondenti alla classe di servizio 1 della normativa: temperatura minima di 16,2 °C, temperatura massima di 29,8 °C, umidità ambientale relativa media pari al 37%, minima pari al 17% e massima pari al 71%, con soli 4 giorni di superamento della soglia del 60%.

Il contenuto d'acqua del legno, rilevato in un campione di riferimento per ciascuna tipologia di connessione, è variato tra il 9,2% e il 6,2% per le connessioni legno-calcestruzzo e tra l'8,1% e il 5,5% per le connessioni legno-malta di calce naturale (Fig. 11.15).

Al termine del primo anno di prova, gli scorrimenti sembrano avviati a un assestamento; in particolare, si osserva un improvviso rallentamento degli scorrimenti tra ottobre e novembre, in corrispondenza dell'accensione del riscaldamento diurno del laboratorio, cui segue un leggero recupero delle deformazioni. Alla luce dell'evidente influenza della diminuzione di umidità ambientale, sarà dunque necessario valutare l'andamento degli scorrimenti tenendo conto dell'effetto del ritiro del legno.

SPOSTAMENTI DIFFERITI					
Coppia di provini	S <sub>ist</sub> [mm]	S <sub>1 mese</sub> [mm]	S <sub>1 anno</sub> [mm]	Tasso di crescita l mese	Tasso di crescita l anno
C1	0,50	0,61	0,79	22%	58%
C2	0,34	0,46	0,61	35%	79%
<b>Media C</b>				29%	69%
M1	0,39	0,57	0,89	46%	128%
M2	0,42	0,53	0,77	26%	83%
<b>Media M</b>				36%	105%

Tab. 11.3 – Scorrimenti differiti



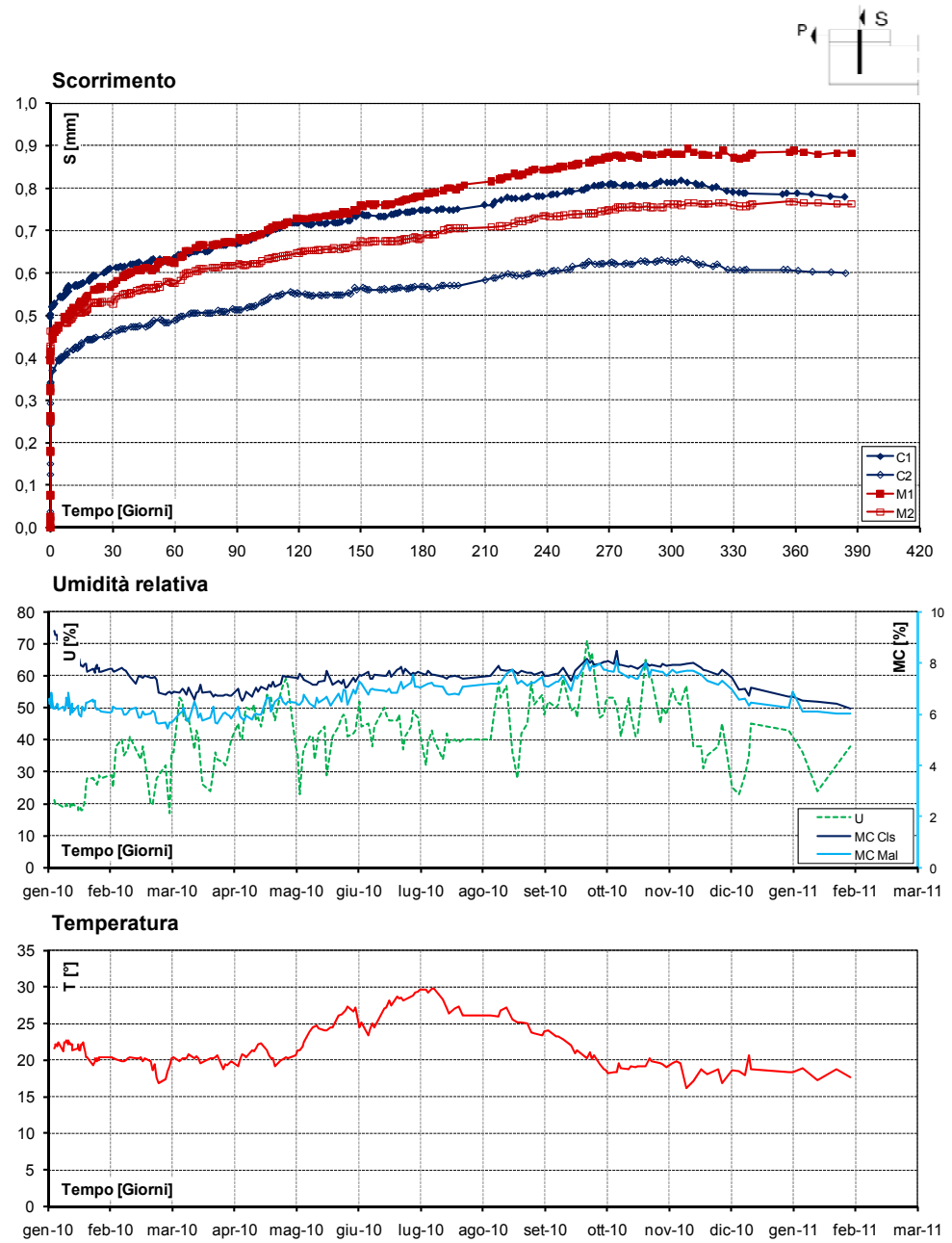


Fig. 11.15 – Curva Spostamento - Tempo delle connessioni a confronto con i dati relativi a umidità ambientale, contenuto d'acqua e temperatura

Il tasso medio di crescita dello scorrimento è risultato, nel primo mese, del 29% per le connessioni legno-calcestruzzo e del 36% per quelle legno-malta di calce naturale, mentre il tasso di crescita medio nel primo anno è risultato, rispettivamente, del 69% e del 105% (Tab. 11.3). Il tasso di crescita dello scorrimento sembra dunque superiore per le connessioni legno-malta di calce naturale, come ci si attendeva per la maggiore viscosità della malta rispetto al calcestruzzo. Poiché le due coppie di provini M1 e M2 hanno mostrato un comportamento molto diverso, non è tuttavia possibile stabilire se il valore medio rispecchi il comportamento effettivo del materiale o se il comportamento di una delle due coppie rappresenti un'eccezione.

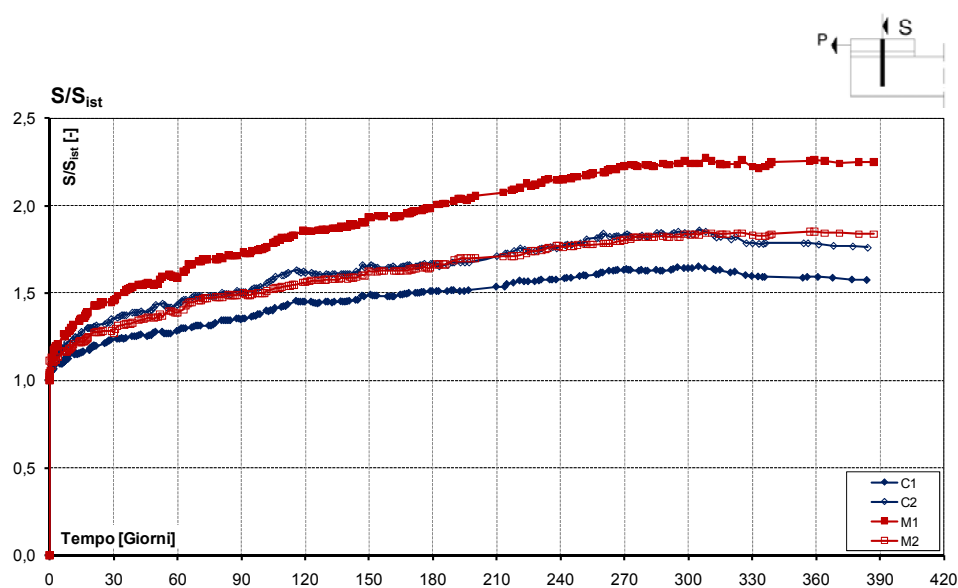


Fig. 11.16 – Curva Scorrimento/Scorrimento istantaneo delle connessioni legno-malta di calce naturale (Provini M1 e M2) e delle connessioni legno-calcestruzzo (Provini C1 e C2)

## 11.4. ANALISI DEI RISULTATI

### 11.4.1 Confronto tra i risultati sperimentali e il coefficiente di viscosità previsto dalla normativa

Osservando il tasso di crescita mensile degli scorrimenti, si nota come, dopo i primi 4 mesi, esso si assesti al di sotto del 5% per tutti i campioni, raggiungendo

un valore prossimo allo zero nel mese di ottobre e assumendo valore negativo nel mese di novembre, in corrispondenza dell'accensione del riscaldamento del laboratorio, con conseguente diminuzione dell'umidità ambientale relativa (Fig. 11.17). Come detto, per determinare la causa di questo recupero dello scorrimento è necessario valutare l'effetto del ritiro sullo scorrimento rilevato, così come è stato fatto per la prova di flessione.

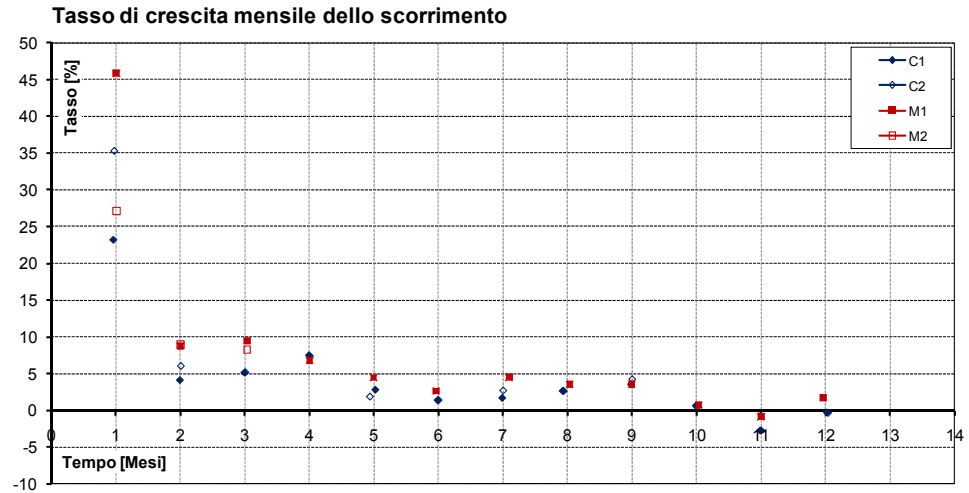


Fig. 11.17 – Tasso di crescita mensile dello scorrimento nel primo anno di prova

L'allontanamento reciproco delle due solette, misurato tramite i comparatori analogici, è determinato dallo scorrimento delle connessioni e dalla deformazione da ritiro-rigonfiamento longitudinale della parte di travetto compresa tra i due connettori: la misura dello scorrimento di ciascun connettore comprende quindi metà della deformazione da ritiro di tale porzione di travetto (Fig. 11.18).

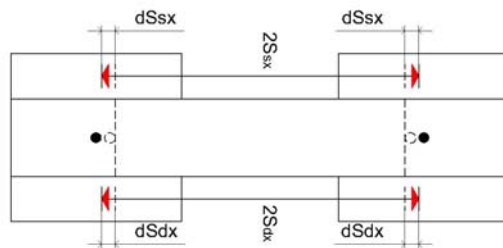


Fig. 11.18 – Effetto del ritiro longitudinale del legno sulla misura dello scorrimento

In letteratura sono disponibili valori del coefficiente di dilatazione igrometrica longitudinale del legno di abete abbastanza variabili; ipotizzando una deformazione da ritiro longitudinale pari allo 0,003% per punto percentuale di variazione del contenuto d'acqua (Fragiacomo, 2000), l'effetto sulla misura dello scorrimento di ciascuna connessione dS è pari a:

$$dS = 0,5 \cdot l_c \cdot \alpha_{w,u} = 240 \cdot 0,00003 \text{ mm} = 0,007 \text{ mm} \quad (11.9)$$

Con:  $l_c$  = distanza tra i punti di misurazione dell'allontanamento reciproco delle solette, pari a 480 mm  
 $\alpha_{w,u}$  = coefficiente di dilatazione igrometrica longitudinale del legno di abete

Per le connessioni in legno-malta di calce naturale, la variazione di contenuto d'acqua rispetto all'inizio della prova è più contenuta e l'incidenza del ritiro sulla misura dello scorrimento raggiunge un valore massimo del centesimo di millimetro, mentre per le connessioni legno-calcestruzzo arriva a due centesimi di millimetro, risultando trascurabile, eccetto che negli ultimi due mesi di prova, quando è responsabile, almeno parzialmente, del recupero di deformazione delle connessioni in legno e calcestruzzo (Fig. 11.19).

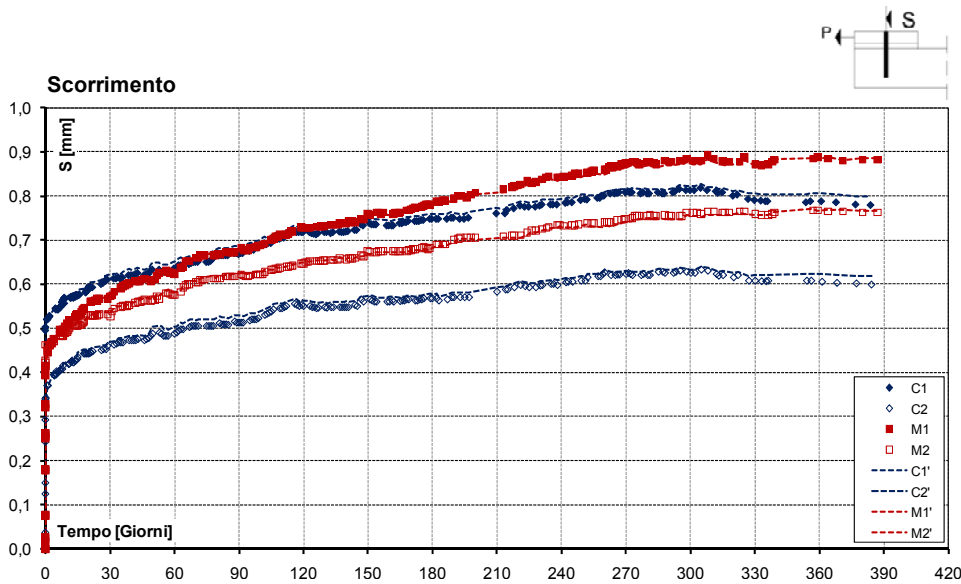


Fig. 11.19 – Confronto tra lo scorrimento rilevato sperimentalmente e lo scorrimento depurato dall'effetto teorico del ritiro longitudinale

L'incertezza nella definizione del coefficiente di ritiro igrometrico non consente di valutare se il recupero osservato sia interamente da attribuire al ritiro o parzialmente dipenda da una componente meccanico-assorbitiva della deformazione; tuttavia, la prima ipotesi appare più probabile, poiché, secondo quanto osservato in letteratura, una diminuzione di contenuto d'acqua dovrebbe accompagnarsi a un aumento, non a un recupero, di deformazione (Fragiacomo, 2000).

Per quanto detto, il confronto tra il coefficiente di viscosità rilevato sperimentalmente e quello previsto da normativa può essere effettuato senza tenere conto dell'effetto del ritiro-rigonfiamento del legno sugli scorrimenti rilevati.

Come si è visto nel capitolo 5, la normativa<sup>3</sup> prevede l'applicazione di un coefficiente di viscosità  $k_{def}$ , per le connessioni, doppio rispetto a quello previsto per le strutture in legno nella corrispondente classe di servizio; per la classe di servizio 1, la normativa prevede dunque per le connessioni un coefficiente di viscosità pari a 1,2.

Il coefficiente di viscosità sperimentale delle connessioni viene determinato con la seguente espressione:

$$k_{def}(t) = \frac{S(t)}{S_{ist}} - 1 \quad (11.10)$$

Dove:  $S(t)$  = scorrimento della connessione al tempo  $t$

$S_{ist}$  = scorrimento istantaneo della connessione

Al termine del primo anno di prova, il coefficiente  $k_{def}$  sperimentale medio delle connessioni legno-calcestruzzo risulta pari a 0,68, molto inferiore al coefficiente di viscosità a tempo infinito previsto dalla normativa, mentre quello delle connessioni legno-malta di calce naturale è pari a 1,05. Il valore del coefficiente di viscosità delle connessioni legno-calcestruzzo è dunque molto vicino a quello mostrato dalle travi in legno; se gli scorrimenti avessero raggiunto un'effettiva stabilizzazione, il coefficiente previsto dalla normativa risulterebbe sovrastimato.

Il coefficiente di viscosità delle connessioni legno-malta di calce naturale risulta invece più vicino a quello previsto dalla normativa, sebbene, come già sottolineato, il comportamento molto differente delle due coppie di campioni suggerisca prudenza nel considerare il valore medio rappresentativo del comportamento effettivo del materiale (*Fig. 11.20*).

---

<sup>3</sup> Eurocodice 5, CNR-DT 206-2007, Norme Tecniche per le Costruzioni 2008

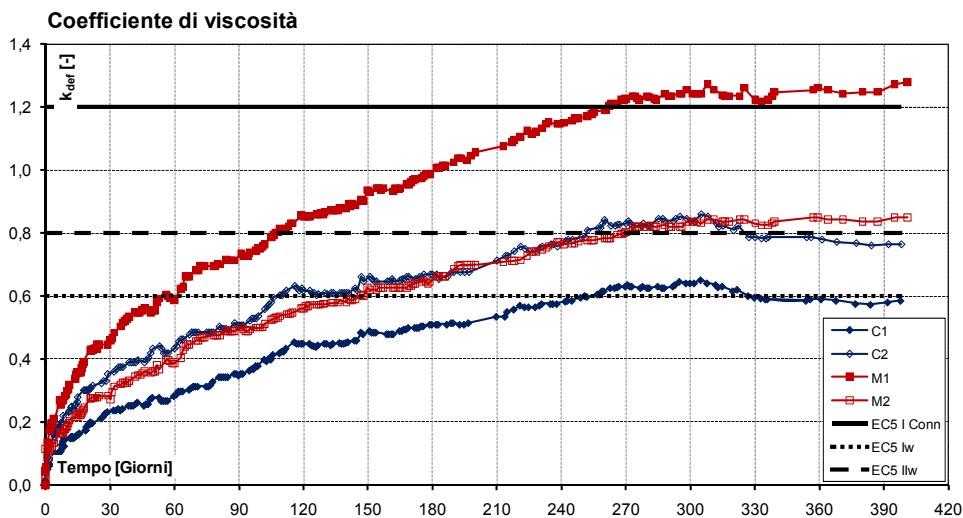


Fig. 11.20 – Confronto tra il coefficiente di viscosità sperimentale delle connessioni e quello previsto dalla normativa

### 11.4.2 Confronto tra i risultati sperimentali e il modello di Toratti

Poiché la normativa suggerisce di utilizzare, per le connessioni, il doppio del coefficiente di viscosità adottato per il legno in analoghe condizioni ambientali, è opportuno confrontare i risultati sperimentali con il modello di viscoelasticità lineare proposto da Toratti (Toratti, 1992) che, come si è visto nei capitoli precedenti, fornisce buoni risultati, oltre ad essere di agevole applicazione. La funzione che descrive il coefficiente di viscosità del legno sottoposto a cicli annuali di variazione del contenuto d’acqua, come si è visto, è composta da una parte che descrive la viscosità vera e propria del materiale e una parte che descrive il comportamento meccanico-assorbitivo (Fragiacomo e Ceccotti, 2006b):

$$k_{def}(t - t_0) = k_{def,vis}(t - t_0) + k_{def,ms}(t - t_0) = \left( \frac{t - t_0}{t_d} \right)^m + \varphi_{\infty} \left( 1 - e^{-c \frac{2\Delta u}{100\Delta t} (t - t_0)} \right) \quad (11.11)$$

Dove, per il legno di abete:

$t_d$	=	29500 giorni
$m$	=	0,21

$$\begin{aligned}
 c &= 2,5 \\
 \varphi_{\infty} &= 0,7 \\
 \Delta U &= 2,7\% \\
 \Delta t &= 365 \text{ giorni}
 \end{aligned}$$

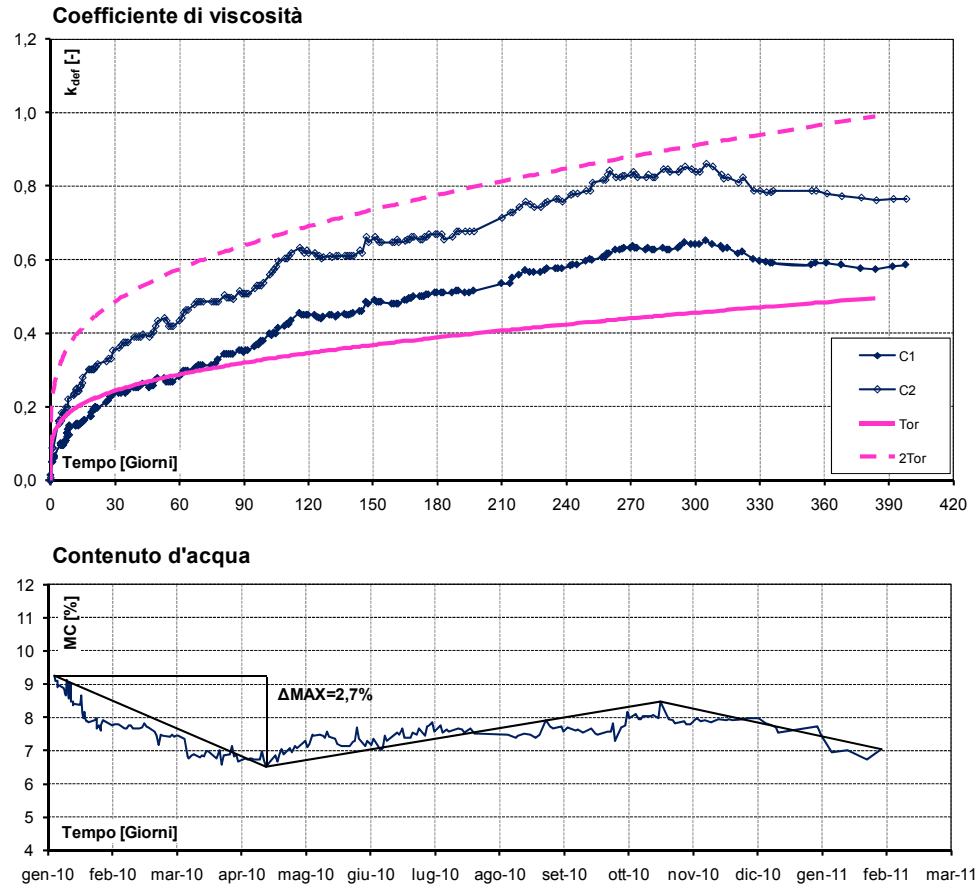


Fig. 11.21 – Confronto tra il coefficiente di viscosità sperimentale delle connessioni legno-calcestruzzo e quello previsto dal modello di Toratti per il legno

Osservando la storia del contenuto d'acqua del legno, sia per i provini con soletta in calcestruzzo che per quelli con soletta in malta di calce naturale si nota una tendenza decrescente nei mesi invernali e una tendenza crescente da aprile a ottobre. Schematizzando la storia del contenuto d'acqua con una spezzata, la variazione massima di contenuto d'acqua osservata per i campioni legno-calcestruzzo risulta del 2,7% (Fig. 11.21).

In queste condizioni, il coefficiente di viscosità previsto dal modello di Toratti, pari a 0,49, sembra sottostimare leggermente i risultati sperimentali, poiché il coefficiente di viscosità della coppia C1 risulta pari a 0,59 e quello della coppia C2 pari a 0,77. I coefficienti osservati sono comunque inferiori al doppio del valore previsto dal modello di Toratti, per cui il rapporto 2:1 tra il coefficiente di viscosità delle connessioni e quello del legno, suggerito dalla normativa, non risulta verificato, in accordo con quanto osservato nella prova sulla trave mista (Fig. 11.21).

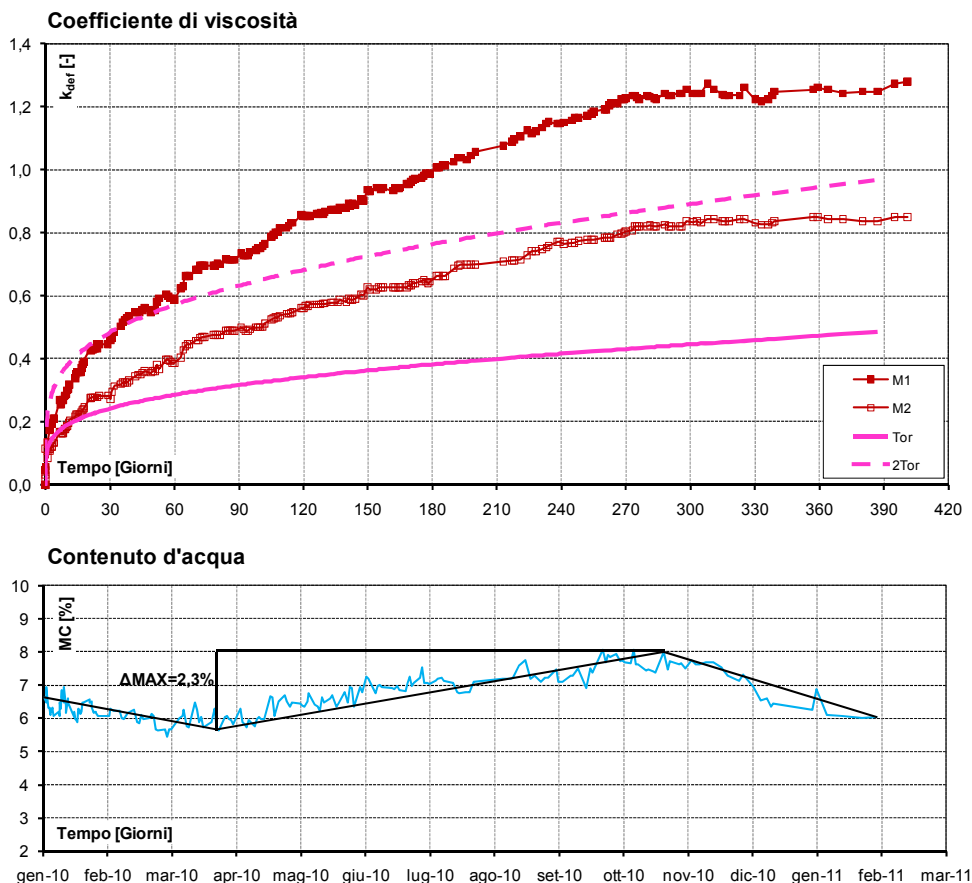


Fig. 11.22 – Confronto tra il coefficiente di viscosità sperimentale delle connessioni legno-malta di calce naturale e quello previsto dal modello di Toratti per il legno

Poiché il coefficiente di viscosità mostrato dalle connessioni legno-calcestruzzo a un tasso di lavoro prossimo a quello di esercizio è simile a quello



mostrato dal legno soggetto a flessione, è possibile ipotizzare che il comportamento della connessione sia determinato dal legno. In tal caso, la sottostima del coefficiente di viscosità da parte del modello di Toratti potrebbe dipendere sia da una sottostima del comportamento viscoso del legno, sia da una sottostima dell'effetto meccanico-assorbitivo, che non può essere esclusa, essendo stata riscontrata una variazione del contenuto d'acqua superiore ai due punti percentuali.

Tuttavia, i dati raccolti finora non consentono di esprimere valutazioni definitive sull'effettiva rispondenza del modello ai dati sperimentali, poiché, in un arco temporale più lungo, il modello di Toratti potrebbe non sottostimare il coefficiente di viscosità delle connessioni, se nei mesi futuri fosse confermato l'assestamento degli scorrimenti. Il coefficiente di viscosità previsto dal modello di Toratti a 50 anni, pari a 1,6, coincide, infatti, con il coefficiente di viscosità previsto dalla normativa per le connessioni in classe di servizio 2 (Fig. 11.23).

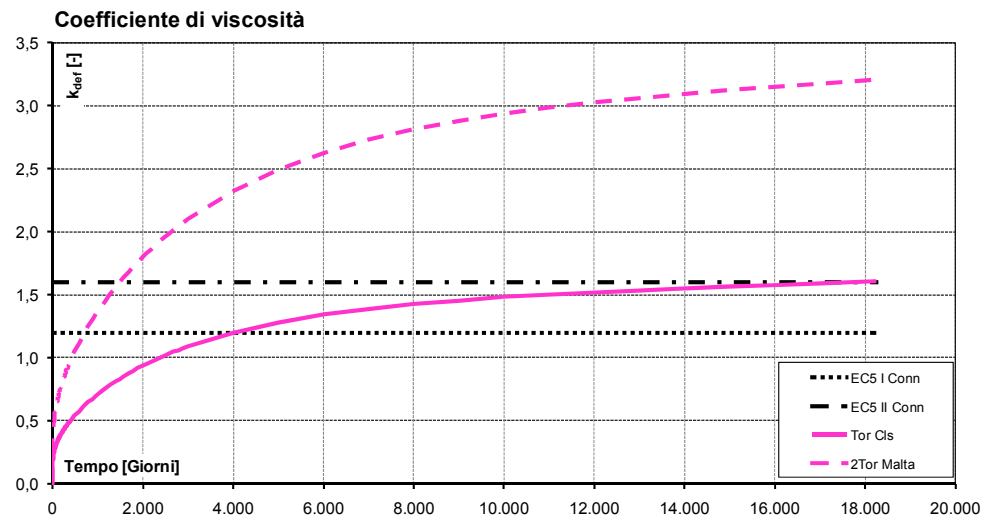


Fig. 11.23 – Confronto tra il coefficiente di viscosità a 50 anni previsto dal modello di Toratti per il legno applicato alla connessione legno-calcestruzzo (Tor Cls), il doppio di quello previsto per il legno applicato alla connessione legno-malta di calce (2Tor Malta) e quello previsto dalla normativa

È possibile ipotizzare, inoltre, che anche il comportamento viscoso del calcestruzzo non sia trascurabile, per quanto osservato nella prova sulla trave mista (cfr. cap. 8).

Il comportamento delle connessioni legno-malta di calce, a dispetto della variazione di contenuto d'acqua leggermente inferiore, pari al 2,3%, si avvicina

maggiormente al doppio del coefficiente di viscosità previsto dal modello di Toratti per il legno, pari a 0,95: il coefficiente della coppia M1 è, infatti, pari a 1,26 e quello della coppia M2 è pari a 0,85 (*Fig. 11.22*). Tuttavia, anche in questo caso, è necessario attendere ulteriori dati sperimentali per valutare se il doppio del coefficiente finale previsto dal modello di Toratti per il legno, superiore a 3, possa rispecchiare effettivamente il comportamento della connessione (*Fig. 11.23*).

### 11.4.3 Osservazioni

Le connessioni legno-malta di calce naturale sembrano mostrare un coefficiente di viscosità superiore a quelle legno-calcestruzzo, sebbene la notevole differenza tra il comportamento delle due coppie di provini induca prudenza nell'assumere il valore medio del coefficiente di viscosità mostrato dai campioni come rappresentativo del comportamento effettivo del materiale.

Nel corso del primo anno di prova, il coefficiente di viscosità delle connessioni legno-calcestruzzo, soggette al carico di esercizio, è risultato prossimo a quello del legno soggetto a flessione e prossimo a quello previsto dalla normativa per le strutture in legno in classe di servizio 2 a tempo infinito.

I risultati ottenuti finora possono essere considerati preliminari; per chiarire gli aspetti relativi al comportamento reologico delle connessioni legno-calcestruzzo e legno-malta di calce naturale saranno necessari ulteriori dati, relativi all'effettiva risposta delle connessioni alle variazioni di contenuto d'acqua, e il confronto con i modelli reologici che descrivono il comportamento del calcestruzzo e della malta a base di calce naturale, per valutare il contributo della soletta allo scorrimento differito della connessione.

## 11.5. REFERENZE

- FRAGIACOMO M. - JOHNSON H. – LUKASZEWSKA E., *Performance of connections for prefabricated timber-concrete composite floors*, in "Materials and Structures", novembre 2008, n. 41, pp. 1553-1550
- FRAGIACOMO M. - AMADIO C. – MARCORINI L., *Comportamento a collasso ed in esercizio di una connessione a piolo per strutture composte legno-calcestruzzo*, Atti del convegno "15<sup>th</sup> CTE Conference", Bari, Italia, 4-6 Novembre 2004
- FRAGIACOMO M., *Comportamento a lungo termine di travi composte in legno e calcestruzzo*, Tesi di Dottorato, Università degli Studi di Trieste, Italia, 2000

- GELFI P. – MARINI A., *Solai misti in legno e calcestruzzo. Metodi di verifica*, in "L'edilizia", 2008, n. 153-154
- GELFI P. – GIURIANI E., *Travi miste in legno e calcestruzzo con connettori a piolo*, Atti del convegno "II Workshop Italiano sulle Costruzioni Composte", Napoli, Italia, 22-23 Giugno 1995
- MARINI A. - ZANOTTI C. – COMINELLI S. – GASPAROTTI A. – GIURIANI E., *Strengthening of wooden floors by means of improved lime mortar slab*, Proceedings of the International Conference on Protection of Historical Buildings "Prohitech 09", Rome, Italy, 21st-24th June 2009
- OMETTO M., *Effetti dell'umidità sul comportamento delle connessioni a piolo nelle strutture in legno*, Tesi di Laurea, relatore G.A. Plizzari, correlatore A. Marini, Università degli Studi di Bergamo, Italia, 2008
- PIAZZA M. – BALLERINI M., *Solai lignei composti: confronto sperimentale tra diverse tipologie di connessione*, Atti del convegno "III Workshop Italiano sulle Costruzioni Composte", Ancona, Italia, 29-30 Ottobre 1998
- TORATTI T., *Creep of timber beams in a variable environment*, Laboratory of Structural Engineering and Building Physics, Helsinki University of Technology, Finland, Report n. 31, 1992



---

## 12. CONSIDERAZIONI CONCLUSIVE

---

Il comportamento del legno soggetto a carichi di lunga durata è il risultato dell'interazione di fenomeni complessi, legati alla struttura e alla composizione chimica delle fibre. La diversa natura dei processi coinvolti, la variabilità e l'anisotropia del comportamento del legno legate all'origine organica del materiale, la sensibilità alle condizioni di temperatura e umidità ambientale determinano l'importanza dell'approccio sperimentale per fornire indicazioni utili alla progettazione delle strutture in legno.

In questa sede sono stati presentati i risultati di una campagna sperimentale volta ad approfondire gli aspetti legati al comportamento reologico del legno che contribuiscono a caratterizzare il comportamento deformativo degli impalcati: la viscosità a flessione e a taglio e, nelle strutture miste legno-calcestruzzo, la viscosità della connessione. Il programma sperimentale si è svolto in ambiente interno non controllato, corrispondente alla classe di servizio 1 prevista dalla normativa vigente (Eurocodice 5, Norme Tecniche, Istruzioni CNR-DT206/2007), ad esclusione delle indagini sul comportamento a taglio, per cui si è provveduto a indagare l'effetto di variazioni imposte del contenuto d'acqua fino a valori prossimi alla saturazione delle fibre.

Il comportamento reologico della trave mista legno-calcestruzzo di cemento è stato indagato mediante una prova di flessione di lunga durata, condotta su una trave su una trave di 8 m di luce, con connettori a piolo infissi a secco nel legno (Gelfi e Giuriani, 1995), soggetta alla combinazione di carico quasi permanente prevista dalla normativa. I risultati hanno mostrato una tendenza dello scorrimento trave-soletta a stabilizzarsi già al termine del primo anno di prova, con un coefficiente di viscosità medio della connessione di poco superiore a 0,6,

significativamente più basso del valore previsto dalla normativa per la classe di servizio 1, corrispondente a 1,2.

Mediante la relazione geometrica che intercorre tra lo scorrimento massimo e la freccia della trave (Gelfi e Giuriani, 2003), è stato possibile effettuare una stima del contributo dello scorrimento della connessione alla freccia della trave, contributo che mostra nel tempo una leggera diminuzione. Questa osservazione sperimentale è in accordo con i risultati delle analisi numeriche esposte in Fragiacomò, 2000, relative al comportamento di una trave mista soggetta a carico di lunga durata in ambiente esterno non controllato. I risultati di quest'analisi attribuiscono al fenomeno meccanico-assorbitivo il consistente aumento di deformazione osservato nella connessione, in assenza del quale era stata ipotizzata una tendenza decrescente del contributo dello scorrimento alla freccia della trave.

Al termine del secondo anno di prova, la freccia in mezzera della trave, che ancora non può definirsi del tutto stabilizzata, ha raggiunto un valore di 36,47 mm, pari a circa il doppio della freccia istantanea ( $f/L \approx 1/230$ ). I risultati sperimentali sono stati confrontati con quelli ottenuti mediante l'approccio proposto in Fragiacomò, 2006, che prevede la valutazione dell'andamento della freccia nel tempo mediante la sovrapposizione degli effetti della durata del carico applicato e delle deformazioni anelastiche, determinate dal ritiro del calcestruzzo e dalla diversa risposta del legno e del calcestruzzo alla variazione delle condizioni di temperatura e umidità ambientale. L'effetto della durata del carico è stato considerato attraverso l'applicazione del modello reologico proposto da Toratti per il legno e la connessione e di quello proposto dal Model Code 2010 per il calcestruzzo; le indicazioni del Model Code 2010 sono state seguite anche per determinare l'effetto del ritiro del calcestruzzo. La corrispondenza tra i risultati teorici e quelli sperimentali è ottima; i modelli reologici considerati sembrano suggerire un ruolo particolarmente importante, nella trave considerata, della viscosità del calcestruzzo nel comportamento complessivo della struttura, prevedendo una riduzione netta nei primi due anni del rapporto tra il modulo elastico del calcestruzzo e quello del legno.

I risultati della prova di flessione di lunga durata su travi di abete di piccola dimensione, soggette a tensioni prossime ai valori attesi in esercizio, hanno mostrato come la deformazione, a un anno dall'applicazione del carico, non possa ancora dirsi assestata. Le travi hanno mostrato un coefficiente di viscosità medio pari a circa 0,7, leggermente superiore al valore 0,6 previsto dalla normativa per le strutture in classe di servizio 1 al termine della vita utile. Questo risultato è determinato dalle ridotte dimensioni della sezione, che conferisce ai campioni una

notevole sensibilità ai fenomeni meccanico-assorbitivi. Questa ipotesi è supportata dalla buona corrispondenza tra i risultati sperimentali e il modello di Toratti, nell'ipotesi di considerare i ripetuti cicli di variazione del contenuto d'acqua osservati nel corso dell'anno, la cui durata influenza notevolmente la pendenza iniziale della curva teorica.

I risultati delle indagini sperimentali sul comportamento locale del legno a taglio longitudinale-radiale hanno mostrato come la deformazione viscosa del legno soggetto a questo tipo di sollecitazione sia significativamente superiore a quanto previsto dalla normativa, sia in condizioni di umidità ambientale relativa costante che in condizioni di umidità ambientale relativa variabile.

Il coefficiente di viscosità in condizioni di contenuto d'acqua costante, la cui misurazione è stata meno problematica e dunque più attendibile, si è rivelato molto superiore alle attese; applicando al modello di Toratti i parametri tarati sperimentalmente, il coefficiente di viscosità a taglio a 50 anni risulta, infatti, pari a 2,54, rispetto allo 0,6 atteso dalla normativa. Il programma sperimentale ha compreso anche una prima esplorazione dell'effetto delle variazioni di contenuto d'acqua sul comportamento reologico del legno soggetto a sforzo di taglio; i risultati sono d'interesse significativo, poiché si tratta di uno tra gli aspetti meno indagati del comportamento di questo materiale. In particolare, l'effetto delle variazioni di umidità imposte è stato tale da determinare nei campioni una deformazione pari a circa 8 volte quella dei campioni soggetti allo stesso livello di sforzo ma non sottoposti a variazioni di contenuto d'acqua. Tarando la curva di Toratti in funzione dei risultati ottenuti, si è ottenuto un coefficiente di viscosità per questo tipo di sollecitazione in condizioni particolarmente severe di variazione del contenuto d'acqua pari circa a 10; questo risultato evidenzia l'importanza di ampliare in futuro queste indagini.

Un ulteriore futuro sviluppo della ricerca è suggerito dai risultati della prova di taglio sulle connessioni, che rappresenta una prima verifica ai carichi di lunga durata della possibilità di sostituire la soletta di calcestruzzo, negli interventi di consolidamento degli impalcati lignei, con una malta a base di calce naturale, materiale più compatibile con quelli tradizionali, presentata in Marini et al., 2009. I risultati ottenuti sulle connessioni a piolo legno-calcestruzzo soggette a un carico prossimo all'esercizio mostrano, in accordo con quanto osservato nella trave, una stabilizzazione dello scorrimento a circa un anno dall'applicazione del carico, per un coefficiente di viscosità pari a circa 0,7, significativamente inferiore al coefficiente di viscosità finale previsto dalla normativa per le connessioni in classe di servizio 1, corrispondente a 1,2. Il coefficiente di viscosità medio delle connessioni legno-malta

è risultato invece circa pari a 1, sebbene il numero ridotto di campioni testati richieda ulteriori indagini prima che sia possibile effettuare un confronto significativo con il comportamento delle connessioni legno-calcestruzzo. L'importanza del comportamento viscoso della soletta riscontrata nella prova sulla trave mista suggerisce inoltre la necessità di disporre in futuro adeguate indagini per la determinazione del comportamento della soletta di malta ai carichi di lunga durata.

COEFFICIENTI DI VISCOSITÀ EMERSI NEL CORSO DEL PROGRAMMA SPERIMENTALE				
Prova sperimentale	Classe di servizio 1		Classe di servizio 3	
	Sperimentale I anno	Normativa finale	Sperimentale I anno	Normativa finale
Legno flessione	1,0	0,6	-	2,0
Legno taglio	0,9	0,6	9,6	2,0
Connessione legno-calcestruzzo	0,7	1,2	-	4,0
Connessione legno-malta di calce naturale	1	1,2	-	4,0

Tab. 12.1 – Coefficienti di viscosità emersi nel corso del programma sperimentale a confronto con quelli previsti dalla normativa (Eurocodice 5, Norme Tecniche, Istruzioni CNR-DT206/2007)

## 12.1 REFERENZE

- FRAGIACOMO M., *Long-term behavior of timber concrete composite beams. II: Numerical analysis and simplified evaluation*, in "Journal of Structural Engineering", 2006, n. 132 (2), pp. 23-33
- FRAGIACOMO M., *Comportamento a lungo termine di travi composte in legno e calcestruzzo*, Tesi di Dottorato, Università degli Studi di Trieste, Italia, 2000
- GELFI P. - GIURIANI E., *Influence of slab-beam slip on the deflection of composite beams*, in "International Journal for Restoration of Buildings and Monuments", 2003, n. 9, pp. 475-490
- GELFI P. - GIURIANI E., *Travi miste in legno e calcestruzzo con connettori a piolo*, Atti del convegno "Il Workshop Italiano sulle Costruzioni Composte", Napoli, Italia, 22-23 Giugno 1995
- MARINI A. - ZANOTTI C. - COMINELLI S. - GASPAROTTI A. - GIURIANI E., *Strengthening of wooden floors by means of improved lime mortar slab*, Proceedings of the International Conference on Protection of Historical Buildings "Prohitech 09", Rome, Italy, 21st-24th June 2009



---

## BIBLIOGRAFIA

---

- AKLONIS J.J. – MACKNIGHT W.J., *Introduction to Polymer Viscoelasticity*, John Wiley & Sons Ltd, New York 1983
- ARMSTRONG L. – KINGSTON R., *The effect of moisture content changes on the deformation on wood under stress*, in "Australian Journal of Applied Science", 1962, n. 13 (4), pp. 257-276
- BACH L. – ROVNER B., *Stress relaxation in wood at different grain angles*, Canadian Forest Product Laboratory, Technical Report n. VP-X-14, 1967
- BACH L. – SALMEN L., *Glass transition of wood components hold implications for molding and pulping processes*, in "TAPPI", 1982, n. 65 (7)
- BACH L., *Failure perpendicular to grain in wood subjected to sustained bending loads + Letters to the editor*, in "Wood Science", 1975, n. 7 (4), pp. 323-327 e n. 8 (2), pp. 85-87
- BACH L., *Non-linear mechanical behavior of wood in longitudinal tension*, Doctoral dissertation, Syracuse University, Syracuse, New York, U.S.A. 1965
- BARLOW P., *An essay on the strength and stress of timber, founded upon experiments performed at the Royal Military Academy on specimens from the Royal Arsenal and his Majesty's Dockyard, Woolwich [...]*, Third Edition, Architectural Library, Londra 1826
- BARRETT J.D., *Duration of load. The past, present and future*, Proceedings of the "International COST 508 Wood Mechanics Conference", Stuttgart, Germany 14th-16th May 1996
- BEECKMAN I., *Journal tenu par Isaac Beeckman de 1604 à 1634. Publié avec une introduction et des notes par C. de Waard*, M. Nijhoff, La Haye 1939-1953
- BÉLIDOR B.F. DE, *La science des Ingénieurs dans la conduite des travaux de fortification et d'architecture civile [...]*, F. Didot, Parigi 1813
- BELLUZZI O., *Scienza delle costruzioni*, Zanichelli, Bologna 2001, vol. 1
- BENVENUTO E., *La scienza delle costruzioni e il suo sviluppo storico*, Edizioni di Storia e Letteratura, Roma 2006
- BERNOULLI G., *Curvatura Laminae Elasticae. Ejus Identitas cum Curvatura Lintei a pondere inclusi fluidi expansi [...]*, Ec., in "Acta Eruditorum", Giugno 1694, pp. 262-276
- BERNOULLI G., *Véritable hypothèse de la résistance des Solides, avec la démonstration de la Courbure des Corps qui font ressort*, in AA. VV., *Histoire de l'Académie Royale des Science. Année MDCCVII. Avec les Mémoires de Mathématique et de Physique, pour la meme Année. Tirés des registres de cette Académie*, G. Martin, J.B. Coignard fils et H.L. Guerin, Parigi 1730, pp. 176-186

- 
- BIBLIS E.J., *Shear Deflection of Woof Beams*, in "Forest Product Journal", 1965, n.15, pp.492-498
- BIRINGUCCI O.V., *Parafrasi di Monsignor Alessandro Piccolomini Arcivescovo di Patras sopra le Meccaniche d'Aristotele*, Francesco Zanetti, Roma 1582
- BODIG J. – JAYNE B.A., *Mechanics of wood and wood composites*, Van Nostrand Reinhold Company, New York 1982
- BOOTH L.G., *The strength testing of timber during the 17th and the 18th centuries*, in *The development of Timber as a Structural Material*, edited by D.T. Yeomans, "Studies in the History of Civil Engineering", vol. 8, Ashgate Publishing Limited, Grain Britain, USA, 1999, pp. 211-236
- BRANCA G., *Manuale d'Architettura*, a cura di L. de Vegni, G. Monaldini, Roma 1772
- BRESSE J.A.C., *Recherches analytiques sur la flexion et la résistance des pièces courbes, accompagnées de tables numériques pour calculer la poussée des arcs chargés de poids d'une manière quelconque, et leur pression maximum sous une charge uniformément repartee [...]*, Mallet-Bachelier, Paris 1854
- BROCK G.R., *The behavior of nailed joints under long-term and short duration loading*, Proceedings of the "International Symposium on Timber Joints", London, U.K., 30th March – 1st April 1965
- CADEI L., *Impalcati in legno resistenti al taglio nel piano: comportamento delle connessioni*, Tesi di Laurea, relatore G.A. Plizzari, correlatori A. Marini – E. Giuriani, Università degli Studi di Brescia, Italia, 2004
- CAPRETTI S. E CECCOTTI A., *Service behavior of timber-concrete composite beams: A 5-year monitoring and testing experience*, Proceedings of the Fourth "International Wood Engineering Conference", New Orleans, Louisiana, U.S.A., 28th-31st October 1996
- CAPRETTI S., *Time dependent analysis of timber and concrete composite (TCC) structures*, Proceedings of the "RILEM International Symposium on Behaviour of Timber and Concrete Composite Load-Bearing Structures", Ravenna, Italy, 27th June 1992
- CARIOU J.L., *Caractérisation d'un materia viscoélastique anisotrope, le bois*, Tesi di dottorato, Università di Bordeaux, Bordeaux, Francia, 1987
- CECCOTTI A., *Dimensionamento e verifica delle strutture di legno secondo il metodo semiprobabilistico agli stati limite*, in Giordano G., *Tecnica delle costruzioni in legno*, Ulrico Hoepli Editore, Milano 1999
- CECCOTTI A., *Timber concrete composite structures*, in AA. VV., "Timber engineering. Step 2", edit by H.J. Blass et al., Centrum Hout, Almere 1995
- COMINELLI S. – GASPAROTTI A. – ZANOTTI C. – MARINI A. – GIURIANI E., *Rinforzo dei solai in legno mediante lastra collaborante in malta non cementizia*, Dipartimento di Ingegneria Civile dell'Università degli Studi di Brescia, Italia, Technical Report n. 2, 2010
- COULOMB C.A., *Essai sur une Application des Règles de maximis et minimis à quelques problèmes de statique relatifs à l'architecture*, in "Mémoires de mathématique et de physique, présentés à l'Académie royale des sciences, par divers sçavans, & lûs dans ses assemblées", n. 7, 1776, pp. 343-382
- DE BUFFON G.L.L., *Expériences sur la force du Bois. Par M. de Buffon*, in AA. VV., *Histoire de l'Académie Royale des Science. Année M.DCCXL. Avec les Mémoires de Mathématique et de Physique, pour la meme Année. Tirés des registres de cette Académie*, Imprimerie Royale, Paris 1742, pp. 453-467
- DE BUFFON G.L.L., *Expériences sur la force du Bois. Second Mémoire. Par M. de Buffon*, in AA. VV., *Histoire de l'Académie Royale des Science. Année M.DCCXLI. Avec les Mémoires de Mathématique et de Physique, pour la meme Année. Tirés des registres de cette Académie*, Imprimerie Royale, Paris 1744, pp. 292-334

- DE BUFFON G.L.L., *Moyen facile d'augmenter la solidité, la force et la durée du bois*, in AA. VV., *Histoire de l'Académie Royale des Science. Année M.DCCXXXVIII. Avec les Mémoires de Mathématique et de Physique, pour la meme Année. Tirés des registres de cette Académie*, Imprimerie Royale, Paris 1740, pp. 169-184
- DE L'ORME, *Nouvelles inventions pour bien bastir et a petits frais, trouvées naguère par Philibert De l'Orme [...]*, F. Morel, Paris 1561
- DI PASQUALE S., *L'arte del costruire. Tra conoscenza e scienza*, Marsilio, Venezia 1996
- DU HAMEL DU MONCEAU H.L., *De l'exploitation des bois; ou moyens de tirer un parti avantageux des taillis, demi-futaies et hautes-futaies, et d'en faire une juste Estimation: Avec la Description des Arts qui se pratiquent dans le Forêts: Faisant partie du Traité complet des Bois & des Forests [...]*, H.L. Guerin & L.F. Delatour, Paris 1764
- DU HAMEL DU MONCEAU H.L., *Du Transport, de la Conservation et la Force des Bois; où l'On Trouvera des Moyens d'Attendrir les Bois, de Leur Donner Diverses Courbures, sur-tot pour Suppléer au Défaut des Pièces Simples*, L.F. Delatour, Paris 1767
- DU HAMEL DU MONCEAU H.L., *Expériences pour connoître la force des Bois. Par M. du Hamel*, in AA. VV., *Histoire de l'Académie Royale des Science. Année M.DCCLXVIII. Avec les Mémoires de Mathématique et de Physique, pour la meme Année. Tirés des registres de cette Académie*, Imprimerie Royale, Paris 1770, pp. 534-537
- DU HAMEL DU MONCEAU H.L., *Réflexions et expériences sur la force des bois. Par M. du Hamel*, in AA. VV., *Histoire de l'Académie Royale des Science. Année M.DCCXLII. Avec les Mémoires de Mathématique et de Physique, pour la meme Année. Tirés des registres de cette Académie*, Imprimerie Royale, Paris 1745, pp. 335-346
- ELMENDORF A., *Stresses in Impact*, in "Journal of the Franklin Institute", 1916, n. 182 (6)
- EMERSON W., *The principles of mechanics: explaining and demonstrating [...]*, O. Hodgson, London 1836
- ERONE, *Mechanica et catoptrica: accedunt quaedam excerpta*, in Erone, *Heronis Alexandrini Opera quae supersunt omnia*, a cura di L. Nix e W. Schmidt, B.G. Teubneri, Stoccarda 1976, vol. 2
- EULERO L., *De oscillationibus annulorum elasticorum*, in Eulero L., *Opera posthuma*, a cura di P.H. Fuss e N. Fuss, Eggers e soci, San Pietroburgo, 1862, vol. 2, pp. 129-131
- EULERO L., *Genuina principia doctrinae de statu aequilibrii et motu corporum tam perfecte flexibilia quam elasticorum*, in "Novi commentarii Academiae scientiarum Imperialis Petropolitanae", 1771, n. 15, pp. 381-413
- EULERO L., *Recensio litterarum a Cl. D. Bernoullio Basilea die 26 Oct. 1735 ad me datarum una cum annotationibus meis*, in Eulero L., *Opera posthuma*, a cura di P.H. Fuss e N. Fuss, Eggers e soci, San Pietroburgo, 1862, vol. 2, pp. 125-128
- FAHLBUSH H., *A contribution to the problem of the bearing strength of bolts in wood under static loads*, Institute for Mechanical Construction and Carpentry, Braunschweig, Germany, Report n. 49-09, 1949
- FELDBORG T. - JOHANSEN M., *Slip in joints under long-term loading*, Proceedings of the "CIB-W18 Meeting", Florence, Italy, September 1986
- FEWELL A.R., *Testing and analysis carried out as part of the Princes Risborough Laboratory's programme to examine the duration of load effect on timber*, Proceedings of the "International Workshop on DOL in Lumber and Wood Products", Richmond, British Columbia, Canada 1986
- FOSCHI R.O. - BARRETT J.D., *Load duration effects in Western hemlock lumber*, in "Journal of Structural Engineering", 1982, n. 108 (7), pp. 1494-1510
- FRAGIACOMO M. - AMADIO C. - MARCORINI L., *Comportamento a collasso ed in esercizio di una connessione a piolo per strutture composte legno-calcestruzzo*, Atti del convegno "15<sup>th</sup> CTE

---

Conference”, Bari, Italia, 4-6 Novembre 2004

- FRAGIACOMO M. - CECCOTTI A., *Long-term behavior of timber concrete composite beams. I: Finite element modeling and validation*, in “Journal of Structural Engineering”, 2006a, n. 132 (1), pp. 13-22
- FRAGIACOMO M. - CECCOTTI A., *Simplified approach for the long-term behaviour of the timber-concrete composite beams according to the Eurocode 5 Provisions*, Proceedings of the “CIB-W18 Meeting”, Florence, Italy, August 2006b
- FRAGIACOMO M. - JOHNSON H. – LUKASZEWSKA E., *Performance of connections for prefabricated timber-concrete composite floors*, in “Materials and Structures”, novembre 2008, n. 41, pp. 1553-1550
- FRAGIACOMO M. – GUTKOWSKI R.M. – BALOGH J. – FAST R.S., *Long-Term Behavior of Wood-Concrete Composite Floor/Deck Systems with Shear Key Connection Detail*, in “Journal of Structural Engineering”, September 2007, n. 133 (9), pp. 1307-1315
- FRAGIACOMO M., *A finite element model for long-term analysis of timber-concrete composite beams*, in “Structural Engineering and Mechanics”, 2005, n. 20 (2), pp. 173-179
- FRAGIACOMO M., *Comportamento a lungo termine di travi composte in legno e calcestruzzo*, Tesi di Dottorato, Università degli Studi di Trieste, Italia, 2000
- FRAGIACOMO M., *Long-term behavior of timber concrete composite beams. II: Numerical analysis and simplified evaluation*, in “Journal of Structural Engineering”, 2006, n. 132 (2), pp. 23-33
- FRIDLEY K.J. – HUNT M.O. – SENFT J.F., *Historical perspective of Duration-of-Load concepts*, in “Forest Products Journal”, 1995, n. 45, pp. 72-74
- GALILEI G., *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze, attinenti alla Meccanica, ed ai Movimenti Locali*, in Galilei G., *Opere di Galileo Galilei [...]*, Gaetano Tartini e Santi Franchi, Firenze 1718, vol. 2
- GARGIANI R., *Macchine divisorie tra Sei e Settecento per calcolare la resistenza dei materiali: verso la costruzione perfetta*, in “Matières”, 2003, n. 6
- GELFI P. - GIURIANI E., *Influence of slab-beam slip on the deflection of composite beams*, in “International Journal for Restoration of Buildings and Monuments”, 2003, n. 9, pp. 475-490
- GELFI P. – GIURIANI E. – CATTANEO E. – NICHETTI E., *Travi miste in legno e calcestruzzo con connettori a piolo*, Dipartimento di Ingegneria Civile dell'Università degli Studi di Brescia, Italia, Technical Report n. 2, 1995
- GELFI P. – GIURIANI E. – MARINI A., *Comportamento delle connessioni a piolo nelle travi miste in legno e calcestruzzo: modellazione teorica e confronti sperimentali*, Atti del convegno “III Workshop Italiano sulle Costruzioni Composte”, Ancona, Italia, 29-30 Ottobre 1998
- GELFI P. – GIURIANI E. – MARINI A., *Stud Shear Connection Design for Composite Concrete Slab and Wood Beams*, in “Journal of Structural Engineering”, December 2002, n. 128, pp. 1544-1550
- GELFI P. – GIURIANI E., *Behaviour of stud connectors in wood-concrete composite beams*, Proceedings of the VI International Conference on Structural Studies, Repair and Maintenance of Historical Building, “Stremah 99”, Dresden, Germany, 22nd-24th June 1999
- GELFI P. – GIURIANI E., *Modello teorico del legame costitutive del connettore a piolo*, in “Studi e ricerche. Corso di Perfezionamento per le Costruzioni in Cemento Armato F.lli Pesenti. Politecnico di Milano”, 1987, n. 9
- GELFI P. – GIURIANI E., *Travi miste in legno e calcestruzzo con connettori a piolo*, Atti del convegno “II Workshop Italiano sulle Costruzioni Composte”, Napoli, Italia, 22-23 Giugno 1995
- GELFI P. – MARINI A., *Solai misti in legno e calcestruzzo. Metodi di verifica*, in “L'edilizia”, 2008, n. 153-154
- GERHARDS C.C., *Bending Creep and Load Duration of Douglas-Fir 2 by 4s Under Constant Load for up*

- to 12-plus Years, in "Wood and Fiber Science", 2000, n. 32 (4), pp. 489-501
- GIORDANO G., *Tecnica delle costruzioni in legno*, Ulrico Hoepli Editore, Milano 1999
- [GIORDANO NEMORARIO], *Iordani Opusculum de ponderositate Nicolai Tartaleae studio correctum, nouisque figuris auctum*, a cura di N. Tartaglia, Curzio Troiano, Venezia 1565
- GIRARD P.S., *Traité analytique de la résistance des solides et des solides d'égale résistance [...]*, F. Didot, Du Pont, Paris 1798
- GIURIANI E. - MARINI A. - PLIZZARI G., *Comportamento di solai in legno rinforzati con assito diaframma per resistere alle azioni sismiche*, Atti del convegno "V Workshop Italiano sulle Costruzioni Composte", Salerno, Italia, 28-30 Novembre 2002
- GIURIANI E. - METELLI G., *The Role of Sapwood Plasticity in the Delamination Phenomenon of Repaired Timber Beams*, in "International Journal for Restoration", 2004, n. 10 (4), pp. 1-18
- GLOS P. - HEIMESHOF B. - KELLETSCHOFER W., *Load duration effect in tension and compression and its implications for reliability of structures*, Proceedings of the "CEC Seminar on Wood Technology", Munich, Germany, 1987
- GLOS P., *Creep and lifetime of timber loaded in tension and compression*, Proceedings of the "CIB-W18 Meeting", Florence, Italy, September 1986
- GRASHOF F., *Theorie der Elastizität und Festigkeit mit Bezug auf ihre Anwendung in der Technik*, Zweite Auflage, R. Gaertner, Berlin 1878
- GREEN D.W. - WINANDY J.E. - KRETSCHMANN D.E., *Mechanical Properties of Wood*, in AA. VV., *Wood handbook. Wood as an engineering material*, U.S. Department of Agriculture, Forest Service, Forest Products Laboratory, Madison 1999
- GUSTAFSSON P.J., *Fracture Perpendicular to Grain*, in AA. VV., *Timber Engineering*, a cura di S. Thelandersson and H.J. Larsen, John Wiley & Sons Ltd, Chichester 2003
- HANHIJÄRVI A. - HUNT D., *Experimental indication of interaction between viscoelastic and mechano-sorptive creep*, in "Wood Science and Technology", 1998, n. 32, pp. 57-70
- HANHIJÄRVI A. - HUNT D., *Experimental indication of interaction between viscoelastic and mechano-sorptive creep*, in "Wood Science and Technology", 1998, n. 32, pp. 57-70
- HANHIJÄRVI A., *Deformation kinetics based rheological model for the time-dependent and moisture induced deformation of wood*, in "Wood Science and Technology", 1995, n. 29, pp. 191-199
- HEARMON R.F.S. - PATON J.M., *Moisture content changes and creep in wood*, in "Forest Product Journal", 1964, n. 14, pp. 357-359
- HOFFMEYER P., *Duration of Load effects for spruce timber with special reference to moisture influence*, Proceedings of the "CEC Seminar on Wood Technology", Munich, Germany, 14th-15th April 1987
- HOFFMEYER P., *Failure of Wood as Influenced by Moisture and Duration of Load*, Doctoral dissertation, New York State College Forestry at Syracuse University, Syracuse, New York, U.S.A. 1990
- HOFFMEYER P., *Strength Under Long-term Loading*, in AA. VV., *Timber Engineering*, a cura di S. Thelandersson and H.J. Larsen, John Wiley & Sons Ltd, Chichester 2003
- HOOKE R., *Lectures de potentia restitutiva, or, of springs: explaining the power of springing bodies [...]*, J. Martyn, London 1678
- HUET C. - GUITARD D. - MORLIER P., *Le bois en structure, son comportement différé*, in "Annales de l'Institut Technique du Batiment et des Travaux Publics", 1981, n. 479
- HUNT D.G. - SHELTON C.F., *Longitudinal moisture-shrinkage coefficients of softwood at the mechano-sorptive creep limit*, in "Wood Science and Technology", 1988, n.22, pp.199-210
- HUNT D.G., *Present knowledge of mechano-sorptive creep of wood*, in AA. VV., *Creep in Timber Structures. Report of RILEM Technical Committee 112-TSC*, a cura di P. Morlier, E. & F. Spon,

---

London 1994

- JANG S. – POLENSEK A., *Theoretical models for creep slip of nailed joints between wood and wood-based materials*, Corvallis Forest Research Laboratory, Oregon, U.S.A., Paper n. 2288, 1989
- JENKINS J.L. – POLENSEK A. – BASTERNDORF K.M., *Stiffness of nailed wall joints under short- and long-term lateral load*, in "Wood Science", 1979, n. 11 (3)
- JOHANSEN K.W., *Theory of timber connections*, in "International Associations for Bridge and Structural Engineering Publications", 1949, n. 9, pp. 249-262
- JÖNSSON J., *Moisture induced stresses in glulam cross section*, Proceedings of the "CIB- W18 Meeting", Venice, Italy, 22nd-24th August 2001
- KARACABEYLI E. – SOLTIS L., *State-of-the-art report on duration of load research for lumber in North America*, Proceedings of the "International Timber Engineering Conference", London, U.K., 2nd-5th September 1991
- KELLOGG R.M., *Effect of repeated loading on the tensile properties of wood*, in "Forest Product Journal", 1960, n. 10 (11), pp. 586-594
- KELLY S.S. – RIALS T.G. – GLASSER W.G., *Relaxation behavior of the Amorphous Components of Wood*, in "Journal of Material Science", 1987, n.22, pp. 617-624
- KENEL A. – MEIERHOFER U., *Long-term performance of timber-concrete composite structural elements*, EMPA, Dübendorf, Switzerland, Report n. 115/39, 1998
- KITAZAWA G., *Relaxation of wood under constant strain*, New York State College Forestry at Syracuse University, Technical Report n. 67, 1947
- KOPONEN S., *Embedding characteristic of the in grain direction*, Laboratory of Structural Engineering and Building Physics, Helsinki University of Technology, Report n. 25, Espoo, Finland, 1991
- KUIPERS J. – KURSTJENS P.B.J., *Creep and Damage Research on Timber Joints – Part One*, Delft University of Technology, Stevin Report n. 4-86-15/HD-23, the Netherlands, 1986
- KUIPERS J. – KURSTJENS P.B.J., *Creep and Damage Research on Timber Joints – Part Two*, Delft University of Technology, Stevin Report n. 25.4-89-15/C/HD-24, the Netherlands, 1989
- KUIPERS J., *Long duration tests in timber joints*, Proceedings of the "CIB-W18 Meeting", Stockholm, Sweden, February - March 1977
- LANER F., *La concezione delle strutture lignee nel sec. XIX*, Atti del quarto seminario di Storia delle Scienze e delle Tecniche, "Tecnica e Tecnologia dell'Architettura dell'Ottocento", Venezia, Italia, 11-12 Novembre 1994
- LE GOVIC C., *Sensitivity of creep to different constant environments*, in AA. VV., *Creep in Timber Structures. Report of RILEM Technical Committee 112-TSC*, a cura di P. Morlier, E & F Spon, London 1994
- LEIBNIZ G.W., *Demonstrationes novae de resistentia solidorum*, in "Acta Eruditorum", Luglio 1684, pp. 467-473
- LEICESTER R.H. – REARDON G.F. – SCHUSTER K.B., *Toothed plate connector joints subjected to long duration loads*, Proceedings of the "19th Forest Product Research Conference", Melbourne, Australia, 1979
- LEIJTEN A.J.M., *Load duration strength of joints with high working load levels*, Proceedings of the "1988 International conference on Timber Engineering", Seattle, Washington, U.S.A., 19th-22nd September 1988
- LISKA J.A., *Effect of Rapid Loading on the Compressive and Flexural Strength of Wood*, United State Forest Product Laboratory, Madison, Wisconsin, U.S.A., Report n. 1767, 1950
- MACK J.J., *A study of creep in timber joints*, Commonwealth Scientific and Industrial Research Organisation, Division of Forest Products, Technological Paper n. 27, Melbourne, Australia, 1963

- MADSEN B. – BARRETT J.D., *Time-Strength Relationship for Lumber*, Department of Civil Engineering, University of British Columbia, Vancouver, British Columbia, Canada, Report n. 13, 1976
- MADSEN B., *Duration of load tests for dry lumber subjected to bending*, in "Forest Product Journal", 1972, n. 23 (2), pp. 21-28
- MADSEN B., *Structural behaviour of timber*, Timber Engineering LTD., North Vancouver 1992
- MARINI A. - ZANOTTI C. – COMINELLI S. – GASPAROTTI A. – GIURIANI E., *Strengthening of wooden floors by means of improved lime mortar slab*, Proceedings of the International Conference on Protection of Historical Buildings "Prohitech 09", Rome, Italy, 21st-24th June 2009
- MARINI A. – PLIZZARI G. – SCALVENZI F. – VALLE M., *Studio analitico, numerico e sperimentale sul comportamento di travi in legno e cls di grandi luci, e mensole*, Dipartimento di Ingegneria Civile dell'Università degli Studi di Brescia, Italia, Technical Report n. 2, 2009
- MARIOTTE E., *Traité du mouvement des eaux et des autres corps fluids. Divisé en V parties. Par feu M. Mariotte [...]*, E. Michallet, Paris 1686
- MARKWART L.J. – LISKA J.A., *Speed of testing of wood. Factors in its control and its effect on strenght*, in "Proceedings of the American Society of Testing Material", 1948, n. 48, pp. 1139-1159
- MARLOR R.A. – BULLEIT W.M., *Load Duration Behavior of Wood Connection*, in "Journal of Structural Engineering", September 2005, 131, pp. 1434-1443
- MÄRTENSSON A., *Mechanical behaviour of wood exposed to humidity variations*, Department of Structural Engineering, Lund Institute of Technology, Lund, Sweden, Report n. TVBK-1006, 1992
- MÄRTENSSON A., *Short- and Long-term Deformations of Timber Structures*, a cura di S. Thelandersson and H.J. Larsen, John Wiley & Sons Ltd, Chichester 2003
- MCDOWALL B.J., *The Duration of Load Effect in Tension Perpendicular to the Grain for Douglas Fir*, Doctoral dissertation, University of British Columbia, Vancouver, British Columbia, Canada, 1982
- METELLI G., *Problemi di accoppiamento nel rinforzo e nella riparazione strutturale*, Tesi di Dottorato, relatore E. Giuriani, Università degli Studi di Trento, Italia, 2003
- MILIZIA F., *Principj di architettura civile*, J. de' Rossi, Finale 1781
- MILLER R.B., *Structure of Wood*, in AA. VV., *Wood handbook. Wood as an engineering material*, U.S. Department of Agriculture, Forest Service, Forest Products Laboratory, Madison 1999
- MÖLHER K., *Über das Tragverhalten von Biegeträgern und Druckstäben mit zusammengesetzten Querschnitt und nachgiebigen Verbindungsmitteln*, Habilitation, Technical University of Karlsruhe, 1956
- MORLIER P. – PALKA L.C., *Basic knowledge*, in AA. VV., *Creep in Timber Structures. Report of RILEM Technical Committee 112-TSC*, a cura di P. Morlier, E & F Spon, London 1994
- MORLIER P., *Time-dependent slip of joints in timber engineering*, in AA. VV., *Creep in Timber Structures. Report of RILEM Technical Committee 112-TSC*, a cura di P. Morlier, E & F Spon, London 1994
- MUSSCHENBROEK P. VAN, *Dissertationes physicæ experimentales et geometricæ [...]*, S. Luchtman, Leida 1729
- MUSSCHENBROEK P. VAN, *Introductio ad Philosophiam Naturalem*, S. Luchtman e J. Luchtman, Leida 1762
- NEWMARK N.M. – SIESS C.P. – VIEST I.M., *Tests and analysis of Composite Beams with Incomplete Interaction*, in "Proceedings of the Society for Experimental Stress Analysis", 1951, n. 9 (1)
- NOREN B., *Nailed joints – Their strength and rigidity under short term and long-term loading*, National Swedish Institute For Building Research, Stockholm, Report n. 158B, 1968
- NORIMOTO M. – GRIL J. – MINATO K. – OKAMURA K. - MUKUDAI J. - ROWELL R.M., *Suppression of creep of wood under humidity change through chemical modification*, in "Mokuzai Kogyo", 1987, n. 42, pp. 504-508

- 
- NORLIN L.P. – NORLIN C.M. – LAM F., *Shear behavior of laminated Douglas fir veneer*, in “Wood Science and Technology”, 1999, n. 33, pp. 199-208
- OMETTO M., *Effetti dell’umidità sul comportamento delle connessioni a piolo nelle strutture in legno*, Tesi di Laurea, relatore G.A. Plizzari, correlatore A. Marini, Università degli Studi di Bergamo, Italia, 2008
- PARENT A., *De la véritable mécanique des résistances relatives des solides, et réflexions sur le système de M. Bernoulli de Bâle*, in Parent A., *Essais et recherches des mathématiques et des physiques [...]*, J. de Nully, Paris 1713, vol. 2
- PARENT A., *Expériences. Pour connoître la résistance des bois de Chêne et de Sapin. Par M. Parent*, in AA. VV., *Histoire de l’Académie Royale des Science. Année M.DCCVII. Avec les Mémoires de Mathématique et de Physique, pour la meme Année. Tirés des registres de cette Académie*, G. Martin, J.B. Coignard fils, H.L. Guerin, Paris 1730, pp. 512-516
- PARVOPASSU, *Visione storica della scienza e della tecnica delle costruzioni*, in “Politecnico di Milano. Rendiconti e pubblicazioni del corso di perfezionamento per le costruzioni in cemento armato”, Fondazione Fratelli Pesenti, Milano 1953, n. 5
- PEARSON R.G., *The effect of duration of load on the bending strength of wood*, in “Holzforschung. International Journal of the Biology, Chemistry, Physics and Technology of Wood”, 1972, n. 26 (4), pp. 153-158
- PIAZZA M. – BALLERINI M., *Solai lignei composti: confronto sperimentale tra diverse tipologie di connessione*, Atti del convegno “III Workshop Italiano sulle Costruzioni Composte”, Ancona, Italia, 29-30 Ottobre 1998
- PIAZZA M. – TOMASI R. – MODENA R., *Strutture in legno. Materiale, calcolo e progetto secondo le nuove normative europee*, Ulrico Hoepli Editore, Milano 2005
- RAMMER D.R. – WINISTORFER S.G., *Effect of moisture content on dowel-bearing strength*, in “Wood and Fiber Science”, January 2001, n. 33 (1), pp. 126-139
- RAMMER D.R., *Effect of Moisture Content on Nail Bearing Strength*, United State Forest Product Laboratory, Madison, Wisconsin, U.S.A., Research Paper n. FPL-RP-591, 2001
- RAMMER D.R., *Evaluation of nail bearing strength expression*, Proceedings of the 1999 Structures Congress “Structural Engineering in the 21st century”, New Orleans, Louisiana, U.S.A., 18th-21st April 1999
- RANTA-MAUNUS A. – KORTESMAA M., *Creep of timber during eight years in natural environments*, Proceedings of the “WCTE 2000 Conference”, Whistler, British Columbia, Canada, 31st July – 3rd August 2000
- RANTA-MAUNUS A., *The viscoelasticity of wood at varying moisture content*, in “Wood Science and Technology”, 1975, n. 9, pp. 188-206
- Robison J., *Strength of Materials*, in AA.VV., *Encyclopaedia Britannica; or, a Dictionary of Arts, Sciences, and Miscellaneous Literature [...]*, edited by C. Macfarquhar and G. Gleg, Third Edition, A. Bell and C. Macfarquhae, Edinburg 1798
- RONCA P. – GELFI P. – GIURIANI E., *The Behaviour of a Wood-Concrete Composite Beam under Cyclic and Long Term Loads*, Proceedings of the International Conference “Structural Repair and Maintenance of Historical Buildings II”, Seville, Spain, 14th-16th May 1991
- ROWELL R.M., *Moisture Properties*, in AA. VV., *Handbook of Wood Chemistry and Wood Composites*, a cura di Rowell R.M., CRC Press, Boca Raton 2005
- SAID E.B. – JULLIEN J.F. – SIEMERS M., *Non-linear analysis of local composite beams with incomplete interaction*, Proceedings of the 7<sup>th</sup> World Conference on Timber Engineering “WCTE 2002”, Shah Alam, Malaysia, 12th-15th August 2002



- SCHAFFER E.L., *Modelling the creep of wood in a changing moisture environment*, in "Wood and Fiber", 1972, n. 3 (4), pp. 232-235
- SCHNIEWIND A.P. – BARRETT J.D., *Wood as a linear orthotropic viscoelastic material*, in "Wood Science and Technology", 1972, n. 6, pp. 43-57
- SHÄNZLIN J., *About the time dependent behavior of composite of board stacks and concrete*, Ph.D. Thesis, University of Stuttgart, Germany, 2003
- SHARP D.J. – CRAIG B.A., *Load duration effects in structural composite lumber, of load on the bending strength of wood*, Proceedings of the Fourth "International Wood Engineering Conference", New Orleans, Louisiana, U.S.A., 28th-31st October 1996
- SIMPSON W. - TENWOLDE, *Physical Properties and Moisture Relations of Wood*, in AA. VV., *Wood handbook. Wood as an engineering material*, U.S. Department of Agriculture, Forest Service, Forest Products Laboratory, Madison 1999
- SMITH J. – WHALE L.R.J. – ANDERSON C. – HILSON B.O. – RODD P.D., *Design properties of laterally loaded nailed and bolted wood joints*, in "Canadian Journal of Civil Engineering", 1988, n. 15, pp. 633-643
- TERILL A., *Problema matematico-philosophicum tripartitum, de termino magnitudinis, ac virium in animalibus*, Vigna, Parma 1660
- THELANDERSSON S., *Introduction: Wood as a Construction Material*, in AA. VV., *Timber Engineering*, a cura di S. Thelandersson and H.J. Larsen, John Wiley & Sons Ltd, Chichester 2003
- TIEMANN H.D., *Wood Technology*, Pitman Publishing, New York 1951
- TISSAOUI J., *Effect of Long-Term Creep on the Integrity of Modern Wood Structures*, Tesi di Dottorato, relatore prof. Holzer S.M., Virginia Polytechnic Institute and State University, 1996
- TONONI D. – USARDI I., *Il problema del controllo della deformabilità degli impalcati lignei*, Tesi di Laurea, relatori E. Giuriani – S. Fortino, correlatori G. Metelli – M. Fragiaco, Università degli Studi di Brescia, Italia, 2010
- TORATTI T., *Creep of timber beams in a variable environment*, Helsinki University of Technology, Report n. 31, Helsinki, Finland, 1992
- TORATTI T., *Creep of timber beams in a variable environment*, Laboratory of Structural Engineering and Building Physics, Helsinki University of Technology, Finland, Report n. 31, 1992
- TURRINI G. – PIAZZA M., *Il comportamento statico della struttura mista legno-calcestruzzo*, in "Recuperare", 1983b, n. 6, pp. 214-225
- TURRINI G. – PIAZZA M., *Recupero statico dei solai in legno - Esperienze e realizzazioni*, in "Recuperare", 1983c, n. 7, pp. 396-407
- TURRINI G. – PIAZZA M., *Una tecnica di recupero statico dei solai in legno*, in "Recuperare", 1983a, n. 5, pp. 224-237
- VAN DE KUILEN J.W.G. – BLASS H.J., *Does damage accumulate in timber joints loaded at load levels below 50% of the average short term strength?*, Proceedings of the "Fourth International Wood Engineering Conference", New Orleans, Louisiana, U.S.A., 28th-31st October 1996
- VAN DE KUILEN J.W.G., *Creep of Timber Joints*, in "Heron", 2008, n. 53, pp. 133-156
- VARIGNON P., *La Nouvelle Mécanique ou Statique*, Claude Joubert, Parigi 1725
- VINCI L. DA, *Codice Atlantico*, (Veneranda Biblioteca Ambrosiana), ff. 152rb, 211rb, 225rf, 332rb
- VINCI L. DA, *Manoscritto A*, (Institut de France), f. 49r
- VITRUVIO, *De architectura*, a cura di P. Gros, trad. it. di A. Corso e E. Romano, Giulio Einaudi Editore, Torino 1997
- WHALE L.R.J. – SMITH J., *The derivation of design classes for nailed and bolted joints in EUROCODE5*, Proceedings of the "CIB-W18 Meeting", Florence, Italy, September 1986

- 
- WHALE L.R.J., *Deformation characteristics of nailed or bolted timber joints subjected to irregular short or medium term lateral loading*, Tesi di Dottorato, London South Bank Polytechnic, 1988
- WHALE L.R.J., *Deformation characteristics of nailed or bolted timber joints subjected to irregular short or medium term lateral loading*, Thesis, South Bank Polytechnic, London, U.K., 1988
- WILKINSON T.L., *Dowel Bearing Strength*, United State Forest Product Laboratory, Madison, Wisconsin, U.S.A., Research Paper n. FPL-RP-505, 1991
- WOOD L.W., *Relation of Strength of Wood to Duration of Stress*, United State Forest Product Laboratory, Madison, Wisconsin, U.S.A., Report n. 1916, 1951
- YOUNGS R.L., *The perpendicular-to-grain mechanical properties of red oak as related to temperature, moisture content and time*, U.S. Forest Product Laboratory, Technical Report n. 2079, 1957
- ZAGO F., *Il legno di conifera: la deformazione differita*, Habitat Legno, Edolo 1993

**A. TRADUZIONE DAL FRANCESE DELLA “MEMOIRE”: EXPERIENCE SUR LA FORCE DU BOIS (1740), DI GEORGES-LOUIS LECLERC DE BUFFON (1707-1788)<sup>1</sup>**

**Esperimenti sulla resistenza del legno**

Di G.L. Leclerc de Buffon

*Essendo stato incaricato dal conte di Maurepas di lavorare insieme a H.L. du Hamel sul legno da costruzione, ho pensato che fosse fondamentale fare degli esperimenti sulla resistenza del legno; avendo comunicato questo progetto a H.L. du Hamel, egli mi disse che queste ricerche non potevano che essere utilissime, ma – poiché egli non aveva fatto pressoché nulla su quest’argomento, e che non aveva che delle esperienze molto imperfette, mi pregava di fare questo lavoro da solo.*

L’uso principale del legno negli edifici e nelle costruzioni di qualsiasi tipo, è quello di sostenere carichi; la pratica degli operai che lo usano si fonda solo su esperienze, in verità spesso ripetute, ma sempre abbastanza grossolane; essi non conoscono che solo in modo molto imperfetto la forza e la resistenza dei materiali che pongono in opera: io mi sono dato il compito di determinare con qualche precisione la resistenza del legno, ed ho cercato il modo di rendere il mio lavoro utile ai costruttori e ai carpentieri. Per arrivarci, ho dovuto far rompere svariate travi e molti travetti di lunghezza diversa. In seguito, esporrò nel dettaglio tutte queste prove; ora ne presento i risultati generali, dopo aver detto una parola sull’organizzazione del legno, e su alcune circostanze particolari che sono sfuggite ai fisici che si sono occupati di questa materia.

---

<sup>1</sup> I testi originali e le immagini delle “Memoires” sono stati tratti dall’archivio digitale della Biblioteca Nazionale di Francia

---

Un albero è un corpo organizzato, la cui struttura non è ancora ben conosciuta: gli esperimenti di Grew, di Malpighi, e soprattutto quelli di M. Hales, hanno, a dire il vero, gettato grande luce sull'economia vegetale, e bisogna riconoscere che a loro si deve quasi tutto ciò che si sa in questo campo; ma in questo campo, come in tutti gli altri, s'ignorano molte più cose di quante se ne sappiano. Non starò a fare la descrizione anatomica delle diverse parti di un albero, il che sarebbe inutile al mio scopo: mi basterà dare un'idea del modo in cui gli alberi crescono, e del modo in cui il legno si forma.

Un seme d'albero, una ghianda che si getta in terra in primavera, entro qualche settimana produce un piccolo getto, tenero ed erbaceo, che cresce, si allunga, s'ingrossa, diventa duro, e contiene già dal primo anno un filetto di sostanza lignea. All'estremità di questo piccolo albero c'è una gemma che l'anno successivo si schiude, e da cui esce un secondo getto simile a quello del primo anno, ma più vigoroso, che s'ingrossa e si allunga maggiormente e nello stesso tempo indurisce, e genera anche alla sua estremità superiore un'altra gemma, che contiene il getto del terzo anno, e così degli altri anni, fino a che l'albero raggiunge tutta la sua altezza; ciascuna di queste gemme è un seme che contiene il piccolo albero di ogni anno. La crescita in altezza degli alberi avviene quindi attraverso numerose produzioni simili e annuali, di modo che un albero di cento piedi d'altezza è composto nella sua lunghezza da numerosi alberelli messi testa a testa, il più grande ha spesso non più di due piedi di lunghezza. Tutti questi alberelli di ogni anno non variano mai in altezza, essi esistono in un albero di cento anni senza essersi ingrossati né ingranditi: sono solo divenuti più solidi. Ecco come avviene l'accrescimento in altezza; l'accrescimento in larghezza dipende da questo. La gemma che costituisce la sommità dell'alberello del primo anno, prende il suo nutrimento attraverso la sostanza e il corpo stesso di quest'alberello; ma i principali canali che servono a condurre la linfa si trovano tra la corteccia e il filetto ligneo; l'azione di questa linfa in movimento dilata questi canali e li ingrossa, mentre la gemma, alzandosi, li stira e li allunga; inoltre, la linfa, colandovi continuamente, vi deposita delle parti fisse che ne aumentano la solidità, cosicché già dal secondo anno un piccolo albero contiene già nel suo centro un piccolo filetto ligneo a forma di cono molto allungato, che è la produzione di legno del primo anno, e uno strato legnoso anch'esso conico, che riveste questo primo filetto e lo sormonta, e che è la produzione del secondo anno. Il terzo strato si forma come il secondo; altrettanto avviene per tutti gli altri che si avvolgono successivamente e continuamente, di modo che un grosso albero è composto da un gran numero di coni lignei che si avvolgono e si ricoprono fintanto che l'albero s'ingrossa; quando lo si abbatte, si conta agevolmente, sulla sezione trasversale del tronco, il numero di questi coni, le

cui sezioni formano dei cerchi concentrici, e si riconosce l'età dell'albero dal numero di questi cerchi, perché sono separati distintamente gli uni dagli altri. In una quercia vigorosa, lo spessore di ogni strato è di due o tre linee; questo spessore è di legno forte e solido, ma la sostanza che unisce i conigli legnosi non è proprio così solida, è la parte debole del legno, la cui organizzazione è diversa da quella dei conigli legnosi, e dipende dal modo in cui i conigli si attaccano e si uniscono gli uni agli altri, che spiegheremo in due parole. I canali longitudinali che portano il nutrimento alla gemma, non solo si estendono e divengono solidi per effetto della deposizione della linfa, ma cercano ancora di estendersi in un altro modo: si ramificano in tutta la loro lunghezza, e spingono delle piccole grane come dei piccoli rami, che da un lato producono la corteccia, e dall'altro si attaccano al legno dell'anno precedente e formano tra i due strati del legno un tessuto spugnoso che, tagliato trasversalmente, anche in grosso spessore, lascia vedere dei piccoli fori, all'incirca come quelli che si vedono nei merletti; gli strati del legno sono dunque uniti gli uni agli altri da una specie di rete: questa rete non occupa, neppure lontanamente, tanto spazio quanto lo strato legnoso, e non ha che circa una mezza linea di spessore; questo spessore è all'incirca lo stesso in tutti gli alberi della stessa specie, mentre gli strati legnosi sono più o meno spessi, e variano in modo così considerevole nella stessa specie di albero, come nella quercia, che io ne ho misurati di quelli che avevano uno spessore di tre linee e mezzo, e altri che avevano solo mezza linea di spessore.

Con questa semplice esposizione della tessitura del legno si vede che la coesione longitudinale deve essere molto più considerevole dell'unione trasversale; si vede che nei piccoli pezzi di legno, come in una barra spessa un pollice, se si trovano quattordici o quindici strati legnosi, ci saranno tredici o quattordici tramezzi, e che, di conseguenza, questa barra sarà meno forte di una barra uguale che contenga solo cinque o sei strati e quattro o cinque tramezzi: si vede anche che in questi piccoli pezzi, se si trovano uno o due strati legnosi che siano tranciati, ciò che capita sovente, la loro forza ne risulterà considerevolmente diminuita; ma il maggior difetto di questi piccoli pezzi di legno, che sono i soli su cui si sono fatti degli esperimenti, è che non sono composti come quelli grossi, la posizione degli strati legnosi e dei tramezzi in una barra è molto diversa dalla posizione di questi stessi strati in una trave, il loro aspetto è anche differente, e di conseguenza non si può valutare la forza di un pezzo grosso con quella di una barra. Un momento di riflessione farà capire ciò che sto dicendo. Per fare una trave, basta squadrare l'albero, vale a dire, togliere quattro segmenti cilindrici di un legno bianco e imperfetto che viene chiamato "*alburno*"; il cuore dell'albero, il primo strato legnoso resta al centro del pezzo, tutti gli altri strati avvolgono il primo in forma di cerchi o

---

di corone cilindriche, il più grande di questi cerchi interi ha per diametro lo spessore del pezzo, all'esterno di questo cerchio tutti gli altri sono tagliati, e formano solo delle porzioni di cerchi che vanno sempre diminuendo verso il contorno del pezzo; così una trave quadrata è composta da un cilindro continuo di buon legno ben solido, e da quattro porzioni angolari tagliate di un legno meno solido e più giovane. Una barra estratta dal corpo di un albero grosso, o presa da un asse, è composta in modo molto diverso: sono piccoli segmenti longitudinali degli strati annuali, di curvatura insensibile, dei segmenti che talora sono paralleli a una delle superfici della barra, talaltra più o meno inclinati, dei segmenti che sono più o meno lunghi e più o meno tranciati, e di conseguenza più o meno resistenti; inoltre, ci sono sempre in una barra due posizioni, una delle quali è più vantaggiosa dell'altra, perché questi segmenti di strati legnosi formano altrettanti piani paralleli. Se ponete la barra in modo che questi piani siano verticali, resisterà di più che in una posizione orizzontale, è come se si facessero rompere molti assi per volta, essi resisterebbero molto più se sono posti sul fianco piuttosto che sul piatto.

Queste osservazioni fanno già capire che poco conto si deve fare delle Tabelle calcolate, o delle formule che diversi autori ci hanno dato, sulla resistenza del legno che essi non avevano provato che su pezzi i più grossi dei quali erano di uno o due pollici di spessore e di cui non danno né il numero degli strati lignei che queste barre contenevano né la posizione di questi strati né il senso nel quale questi strati si trovavano quando hanno fatto rompere la barra; circostanze che invece sono essenziali, come si vedrà dai miei esperimenti, e dalla cura che mi sono dato per scoprire gli effetti di tutte queste differenze. I fisici che hanno fatto alcuni esperimenti sulla resistenza del legno, non hanno prestato alcuna attenzione a questi inconvenienti, ma ce ne sono altri, forse ancora maggiori, che hanno trascurato di prevedere e di prevenire. Il legno giovane è meno forte di quello più vecchio; una barra estratta dal piede di un albero resiste di più di una barra che viene dalla sommità dello stesso albero; una barra presa sulla circonferenza, vicino all'alburno, è meno resistente di un uguale pezzo preso al centro dell'albero; d'altra parte, il grado di stagionatura del legno influisce molto sulla resistenza, il legno verde si rompe più difficilmente di quello secco. Infine, il tempo che s'impiega a caricare il legno per farlo rompere deve essere preso pure in considerazione, perché un pezzo che sosterrà un certo carico per qualche minuto non potrà sostenere lo stesso carico per un'ora; ed io ho trovato che delle travi che avevano ciascuna sostenuto senza rompersi, per un giorno intero, novemila libbre si erano rotte al termine di cinque/sei mesi sotto il carico di seimila libbre, cioè non erano riuscite a sopportare durante sei mesi i due terzi del carico che avevano sopportato durante un giorno. Tutto ciò prova sufficientemente quanto gli esperimenti che si

sono fatti in questo campo siano imperfetti, e forse ciò prova a sufficienza che non è troppo facile farli bene.

I miei primi esperimenti, che sono numerosissimi, sono serviti solo a farmi capire tutti gli inconvenienti di cui vi sto parlando. Dapprima, ho fatto rompere qualche barra, e ho calcolato quale doveva essere la resistenza di una barra più lunga e più grossa di quelle che avevo provato, e in seguito, avendo fatto rompere alcune di queste ultime, e avendo confrontato i risultati del mio calcolo con il carico effettivo, ho trovato differenze così grandi, che ho ripetuto più volte la stessa cosa senza poter avvicinare il calcolo all'esperimento; ho provato su barre di altre lunghezze e di altre grossezze, il risultato fu lo stesso: alla fine mi decisi a fare una serie completa di esperimenti che potesse servirmi a impostare una Tabella della resistenza del legno sulla quale si potrà contare, e che tutti potranno consultare quando necessario.

Riferirò con il minor numero di parole possibili il modo in cui ho eseguito il mio progetto.

Ho iniziato con lo scegliere in un cantone dei miei boschi cento querce sane e molto vigorose, anche vicine una all'altra per quanto fosse possibile trovarle, per avere del legno proveniente dallo stesso terreno; poiché gli alberi di paesi e terreni diversi hanno delle resistenze diverse, altro inconveniente che da solo sembrava annullare l'utilità che speravo trarre dal mio lavoro. Tutte queste querce erano anche della stessa specie, della specie comune che produce grosse ghiande attaccate una a una o due a due sul ramo, i più piccoli di questi alberi avevano circa 2 piedi e mezzo di circonferenza, e il più grosso 5 piedi, li ho scelti di differente grandezza, per avvicinarmi maggiormente all'uso ordinario; quando un carpentiere ha bisogno di un pezzo di 5 o 6 pollici di squadratura, non lo prende in un albero di un piede, il dispendio sarebbe troppo grande e capiterebbe troppo spesso di utilizzare dei pezzi dove lasciano troppo alborno; non parlo qui dei travetti segati che si usano qualche volta e che sono tratti da un grosso albero, tuttavia è bene osservare incidentalmente che questi travetti segati sono pessimi e che l'uso ne dovrebbe essere condannato. Si vedrà nel seguito di questa memoria come sia vantaggioso utilizzare solo del legno non squadrato.

Dato che il grado di stagionatura del legno fa variare molto considerevolmente quello della sua resistenza, e che d'altro canto è molto difficile assicurarsi di questo grado di stagionatura, e che di due alberi abbattuti nello stesso tempo, uno si secca in minor tempo dell'altro, ho voluto evitare questo inconveniente che avrebbe danneggiato il confronto tra i risultati dei miei esperimenti, e ho pensato che avrei avuto dei termini più stabili e più sicuri prendendo il legno completamente verde. Ho dunque fatto tagliare i miei alberi uno

---

a uno via via che ne avevo bisogno; lo stesso giorno che l'albero veniva abbattuto lo si portava nel luogo in cui doveva essere rotto. L'indomani dei carpentieri lo squadravano, e dei falegnami lo lavoravano con la pialla per dargli le dimensioni esatte e il giorno successivo lo si provava.

Ecco in che cosa consisteva la macchina con la quale ho eseguito la maggior parte dei miei esperimenti. Due robusti cavalletti di 7 pollici di squadratura, 3 piedi d'altezza e altrettanti di lunghezza, rinforzati alla loro metà da un buon legno di testa; su questi due cavalletti venivano poste le due estremità del pezzo che si voleva rompere. Numerosi anelli quadrati di ferro tondo, il più grosso dei quali aveva circa 9 pollici di larghezza interna ed era di un ferro da 7 a 8 pollici di circonferenza; il secondo anello aveva 7 pollici di larghezza ed era fatto con un ferro di 5-6 pollici di circonferenza, gli altri più piccoli; si passava il pezzo da rompere nell'anello di ferro, gli anelli grossi servivano per i pezzi grossi, e quelli piccoli per le barre. Ogni anello aveva all'interno, nella parte superiore, un fermo ben limato, largo due o tre linee, per impedire che l'anello s'inclinasse, e anche per far vedere la larghezza di ferro che poggiava sul legno da rompere. Nella parte inferiore di quest'anello quadrato si erano forgiati due ganci di ferro della stessa grossezza del ferro dell'anello, questi due ganci si separavano e formavano un anello tondo di circa 9 pollici di diametro nel quale s'inseriva una chiave di legno della stessa grossezza e di 4 piedi di lunghezza. Questa chiave sopportava una robusta tavola di 14 piedi di lunghezza per 6 piedi di larghezza, fatta di travetti di 5 pollici di spessore, messi gli uni contro gli altri e trattenuti da delle robuste barre: la si sospendeva all'anello per mezzo della grossa chiave di legno e serviva a mettervi i pesi, che consistevano in trecento pezzi di pietra, tagliati e numerati, che pesavano ciascuno 25, 50, 100, 150 e 200 libbre; si ponevano queste pietre sopra la tavola e si costruiva un blocco di pietra largo e lungo come la tavola, e alto quanto era necessario per far rompere il pezzo. Ho pensato che tutto ciò era abbastanza semplice da poterne dare un'idea senza far ricorso a un'illustrazione.

Si è avuta cura di mettere a livello il pezzo e i cavalletti con cui lo si serrava, per impedirgli di rinculare: otto uomini caricavano la tavola in continuità, cominciando col posizionare al centro i pesi da 200 libbre, poi quelli da 150, quelli da 100, quelli da 50 e infine sopra quelli da 25 libbre. Due uomini sorretti da un'impalcatura sospesa in aria per mezzo di funi posizionavano i pesi da 50 e da 25 libbre, che non si sarebbe potuto mettere dal basso senza correre il rischio di venirse schiacciati; quattro altri uomini appoggiavano e sostenevano i quattro angoli della tavola per impedirle di oscillare e per tenerla in equilibrio; un altro, con un lungo regolo di legno osservava di quanto il pezzo si fletteva via via che lo si



caricava, e un altro segnava il tempo e scriveva il carico, che spesso si è trovato ammontare a 20, 25, e a quasi 27 mila libbre.

Ho fatto rompere in questo modo più di 100 pezzi di legno, sia travi, che travetti, senza contare 300 barre e questo gran numero di faticose prove è stato appena sufficiente per darmi una scala coerente della resistenza del legno per tutte le grossezze e le lunghezze; ne ho ricavato una tavola, che riservo, con tutti i dettagli, per le nostre assemblee private; si vedrà come le tavole di M. Musschenbroek e degli altri fisici che hanno lavorato su quest'argomento sono diverse dalla mia.

Per dare un'idea più precisa di quest'operazione, riferisco il procedimento preciso di uno dei miei esperimenti, da cui si potranno giudicare anche gli altri.

Il 4 aprile 1740 ho fatto abbattere una quercia di circa 5 piedi di circonferenza; lo stesso giorno l'ho fatta portare e lavorare dai carpentieri; il giorno dopo dei falegnami l'hanno ridotta a 8 pollici di squadratura e a 12 piedi di lunghezza. Avendo esaminato con cura questo pezzo, ho giudicato che fosse molto buono: aveva solo un difetto, un piccolo nodo su una delle due facce. Il giorno successivo 6 aprile ho fatto pesare il pezzo, il peso risultò essere di 409 libbre; in seguito avendolo fatto passare nell'anello di ferro e avendo girato in alto la faccia in cui c'era il nodo, ho fatto disporre il pezzo a livello sui cavalletti, poggiava di 6 pollici su ogni cavalletto; questa portata di 6 pollici era quella dei pezzi da 12 piedi; quelli da 24 piedi poggiavano di 12 pollici e così gli altri, che poggiavano sempre di mezzo pollice per piede di lunghezza; avendo in seguito fatto scivolare l'anello di ferro fino a metà del pezzo, si sollevò a forza di leve la tavola che da sola, con gli anelli e la chiave, pesava 2500 libbre. Si cominciò alle 3 e 56: otto uomini caricarono la tavola con continuità; alle 5 e 39 il pezzo si era ancora flesso solo di 2 pollici, per quanto caricato di 16000 libbre; alle 5 e 45 si era flesso di 2 pollici e mezzo sotto un carico di 18500 libbre; alle 5 e 51 si era flesso di 3 pollici, sotto un carico di 21000 libbre; alle 6 e 1 minuto la flessione era di 3 pollici e mezzo e il carico di 23625 libbre; in questo istante fece uno scoppio, come un colpo di pistola: subito si smise di caricare e il pezzo si flesse di un mezzo pollice in più, vale a dire, 4 pollici in totale. Il pezzo continuò a scoppiettare con grande violenza per più di un'ora, e dalle estremità usciva una specie di fumo con un fischio. Si flesse di circa 7 pollici prima di rompersi del tutto, e durante tutto questo tempo sostenne un peso di 23625 libbre. Una parte delle fibre legnose era tagliata nettamente, come se fossero state segate, il resto si era rotto strappandosi, stirandosi e lasciando degli intervalli pressappoco come se ne vedono tra i denti di un pettine; il fermo dell'anello di ferro che aveva 3 linee di larghezza e che sosteneva tutto il carico, era entrato di una linea e mezzo nel legno del pezzo, e aveva fatto comprimere da ogni

---

lato un fascio di fibre, e il piccolo nodo della faccia superiore non aveva per nulla contribuito alla rottura.

Ho un Giornale in cui ci sono più di 100 esperimenti altrettanto dettagliati di questo, di cui ce ne sono parecchi che sono più resistenti. Ne ho eseguiti su pezzi da 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26 e 28 piedi di lunghezza e di tutte le grossezze da 4 fino a 8 pollici di squadratura, ed ho sempre fatto rompere per una stessa lunghezza e grossezza, tre o quattro pezzi uguali, per essere sicuro della loro resistenza.

La prima annotazione che ho fatto, è che il legno non si rompe mai senza preavviso, a meno che il pezzo non sia molto piccolo; il legno verde si rompe più difficilmente di quello secco, e in generale il legno che ha dell'elasticità resiste molto più di quello che non ne ha: l'alburno, il legno dei rami, quello della sommità del tronco di un albero, tutto il legno giovane è meno forte di quello più vecchio. La resistenza del legno non è proporzionale al suo volume: un pezzo doppio o quadruplo di un altro pezzo della stessa lunghezza è molto più forte del doppio o del quadruplo rispetto al primo; per esempio, occorrono 4 mila libbre per rompere un pezzo lungo 10 piedi e di 4 pollici di squadratura, ne occorrono 10 mila per rompere un pezzo doppio e ne servono 26000 per rompere un pezzo quadruplo, cioè un pezzo lungo 10 piedi e di 8 pollici di squadratura. Lo stesso per la lunghezza; sembra che un pezzo di 8 piedi e della stessa grossezza di un pezzo da 16 piedi, debba secondo le regole della meccanica, sopportare giusto il doppio, e tuttavia sopporta molto più del doppio. Potrei dare delle motivazioni fisiche di tutti questi fatti, ma mi limito a dare dei fatti: il legno che nello stesso terreno cresce più velocemente, è il più forte; quello che è cresciuto lentamente e i cui cerchi annuali, cioè gli strati legnosi, sono sottili, è più debole dell'altro.

Ho trovato che la resistenza del legno è proporzionale alla pesantezza, di modo che un pezzo della stessa lunghezza e grossezza, ma più pesante di un altro, sarà anche più resistente all'incirca nello stesso rapporto.

Quest'osservazione dà il mezzo per confrontare la resistenza di legni che vengono da paesi diversi e da terreni diversi, ed estende infinitamente l'utilità dei miei esperimenti; in quanto, quando si tratterà di una costruzione importante, o di un'opera importante, si potrà facilmente, per mezzo della mia Tabella, e pesando i pezzi, o soltanto dei campioni di questi pezzi, essere sicuri della resistenza del legno che si sta usando, e si eviterà il duplice inconveniente di impiegare troppo o troppo poco di questa materia, che spesso si sperpera a sproposito, e che altre volte si risparmia con ancor meno ragione.

Si sarebbe portati a pensare che un pezzo che, come nei miei esperimenti, è appoggiato liberamente su due cavalletti, debba sopportare molto meno di un

pezzo trattenuto alle due estremità, e infisso in un muro, come sono le travi e i travetti di un edificio; ma se si riflette sul fatto che un pezzo, che suppongo di 24 piedi di lunghezza, abbassandosi di 6 pollici nel suo centro, il che spesso è più di quanto serva per farlo rompere, si solleva allo stesso tempo soltanto di mezzo pollice a ogni estremità, e anche si solleva soltanto di tre linee, perché il carico tira l'estremità fuori dal muro, sovente molto più di quello che esso non lo faccia alzare, si capirà bene che i miei esperimenti si applicano alla posizione ordinaria delle travi in un edificio: la forza che le fa rompere, obbligandole a flettersi nel mezzo e a sollevarsi alle estremità, è cento volte più considerevole che quella del gesso e della malta che cedono e si degradano facilmente, e posso assicurare, dopo averlo sperimentato, che la differenza di resistenza di un pezzo appoggiato su due appoggi e libero alle estremità, e quella di un pezzo fissato alle estremità dentro un muro costruito in modo normale, è così piccola da non meritare attenzione.

Riconosco che vincolando un pezzo per mezzo di ancore di ferro, ponendolo su pietre da taglio e caricandolo di sopra con altre pietre da taglio in un buon muro, si aumenta la sua resistenza in modo considerevole. Ho fatto alcuni esperimenti su questa posizione, di cui darò i risultati in un'altra memoria. Riconoscerei ancor più che se un pezzo è invincibilmente trattenuto e incrollabilmente contenuto alle due estremità in incastri di materia che non si flette e perfettamente rigida, occorrerebbe una forza quasi infinita per romperlo; perché dimostrerò che per rompere un pezzo così vincolato, occorrerebbe una forza molto più grande di quella necessaria per rompere un pezzo di legno di testa che fosse tirato o compresso secondo la lunghezza.

Negli edifici e nelle strutture ordinari, i pezzi di legno sono caricati su tutta la loro lunghezza e in punti diversi, mentre nei miei esperimenti tutto il carico è concentrato in un solo punto nel centro: ciò costituisce una differenza considerevole, ma che è facile determinare correttamente; è un problema di calcolo che rimando alle nostre assemblee private; qui mi basta osservare che ciò non modifica nulla di ciò che segue né dei risultati fisici dei miei esperimenti; soltanto estrarrò da queste ricerche geometriche una tabella calcolata per le diverse portate e spessori delle tavole, che sarà molto utile ai carpentieri e agli architetti, non sembra possibile accostare maggiormente la fisica alla pratica.

Per tentare di confrontare gli effetti del tempo sulla resistenza del legno, e per riconoscere quanto fa diminuire la sua resistenza, ho scelto quattro pezzi da 18 piedi di lunghezza e 7 pollici di grossezza; ne ho fatti rompere due, che in cifra tonda hanno sopportato 9000 libbre ciascuno per un'ora: ho fatto caricare gli altri due con solo 6000 libbre, vale a dire due terzi, e li ho lasciati così caricati, risoluto ad attendere l'evento. Uno di questi pezzi si è rotto dopo 5 mesi e 26 giorni, l'altro

---

dopo 6 mesi e 17 giorni. Dopo questo esperimento ho fatto lavorare altri due pezzi del tutto uguali, e li ho fatti caricare solo della metà, cioè 4500 libbre: li ho tenuti così carichi per più di due anni e non si sono rotti, ma si sono flessi in modo considerevole; così, negli edifici che devono durare a lungo, bisogna dare al legno tutt'al più la metà del carico che può farlo rompere, ed è solo in casi pressanti e in costruzioni che non devono durare, come quando si fa costruire un ponte per far passare l'esercito, o un'impalcatura per soccorrere o assalire una città, che si può rischiare di dare al legno i due terzi del suo carico.

Non so se è necessario avvertire qui che ho scartato numerosi pezzi che avevano dei difetti, e che ho incluso nella mia tabella soltanto gli esperimenti di cui ero soddisfatto. Ho scartato più legno di quanto ne ho usato; i nodi, la grana tranciata e gli altri difetti del legno sono abbastanza facili da individuare, ma è difficile giudicare i loro effetti sulla resistenza di un pezzo; è certo che la fanno diminuire molto, ed ho trovato un metodo per valutare all'incirca la diminuzione di resistenza provocata da un nodo. Si sa che un nodo è una specie di caviglia che aderisce all'interno del legno; si può anche conoscere all'incirca, dal numero dei cerchi annuali che contiene, la profondità alla quale esso penetra: ho fatto fare dei buchi in forma di cono e della stessa profondità in pezzi privi di nodi, ed ho riempito questi fori con delle specie di caviglie della stessa forma; ho fatto rompere questi pezzi ed ho riconosciuto, in questo modo, quanta resistenza i nodi tolgono al legno, ciò che è molto al di là di quanto si possa immaginare: un nodo che si troverà, o una caviglia che si metterà nella faccia inferiore, e soprattutto in uno dei fermi, fa diminuire talvolta la resistenza del pezzo di un quarto. Ho anche provato a riconoscere attraverso vari esperimenti la diminuzione di resistenza causata dal tranciamento della grana del legno. Sono obbligato a tralasciare i risultati di queste prove, che richiedono molti dettagli; mi sia però permesso di riferire un fatto che sembrerà singolare: avendo fatto rompere dei pezzi curvi, come quelli che si usano nella costruzione delle navi, delle cupole, ecc., ho trovato che resistono di più opponendo al carico il lato concavo: s'immaginerebbe dapprima il contrario e si penserebbe che opponendo il lato convesso, poiché il pezzo fa volta, dovrebbe resistere di più; ciò sarebbe vero per un pezzo le cui fibre longitudinali fossero curve naturalmente, cioè, per un pezzo curvo, in cui la grana del legno fosse continua e non tagliata; ma, poiché i pezzi curvi di cui mi sono servito e quasi tutti quelli di cui ci si serve nelle costruzioni sono presi da un albero che ha spessore, la parte interna di questi strati è molto più tagliata di quella esterna, e di conseguenza resiste meno, il che viene confermato dagli esperimenti che ho fatto, e su cui riferirò a parte.

Parrebbe che esperimenti fatti con tanta attrezzatura e in così gran numero non dovrebbero lasciare più nulla da desiderare, soprattutto in una materia tanto semplice come questa; tuttavia devo convenire, e lo riconoscerò volentieri, che rimangono ancora molte cose da trovare; ne citerò solo alcune che saranno oggetto di una memoria che preparerò in seguito. Ho cercato la relazione della resistenza della coesione longitudinale del legno con la resistenza della sua unione trasversale, che forza occorre per romperlo e quella che occorre per spezzare un pezzo. Preparerò una tabella sulla resistenza del legno in una posizione molto diversa da quella assunta nei miei esperimenti, posizione tuttavia molto comune negli edifici, e sulla quale è molto importante avere regole certe: voglio parlare dei legni vincolati a una sola delle loro estremità: aggiungerò molti fatti interessanti sulla resistenza di alcuni altri materiali. Sebbene tale lavoro sia fortemente progredito, per quanto duro e faticoso, mi sento di prendere oggi degli impegni che rispetto infinitamente, e che basteranno da soli a farmi vincere l'avversione inseparabile dall'assiduità e dalla pazienza che quest'opera esige.

**B. TRADUZIONE DAL FRANCESE DELLA “*MÉMOIRE*”: *EXPÉRIENCE SUR LA FORCE DU BOIS. SECOND MÉMOIRE* (1741), DI GEORGES-LOUIS LECLERC DE BUFFON (1707-1788)**

**Esperienze sulla resistenza del legno**

**Seconda Memoria**

Di G.L. Leclerc de Buffon

Passo ora ai particolari dei miei esperimenti di cui la memoria precedente che è stata letta al rientro pubblico dell'Accademia, dà solo un'idea molto imperfetta; e per mettere ordine nelle diverse parti che devo trattare, inizierò con gli esperimenti che ho dovuto fare preliminarmente e prima di quelli sulla Resistenza del Legno.

Per prima cosa, ho investigato quali fossero la densità e il peso del legno di quercia alle diverse età, quale proporzione c'è tra la pesantezza del legno che sta al centro, e quella del legno della circonferenza, e ancora tra la pesantezza del legno perfetto e quella dell'alburno, ecc. Il signor du Hamel mi ha detto che aveva fatto degli esperimenti su questo tema; l'attenzione scrupolosa con cui i miei sono stati fatti mi fa ritenere che si troveranno in accordo con i suoi.

Il 31 marzo 1734 ho fatto prendere un blocco dal piede di una quercia abbattuta lo stesso giorno, e dopo avere posto la punta di un compasso al centro

---

dei cerchi annuali, ho descritto una circonferenza di cerchio intorno a questo centro, e poi, avendo posto la punta del compasso in mezzo allo spessore dell'alburno ho descritto un cerchio uguale nell'alburno; ho fatto poi estrarre da questo blocco due piccoli cilindri, l'uno dal cuore della quercia, e l'altro dall'alburno, e avendoli posti nei piatti di una buona bilancia idrostatica, che pendeva sensibilmente a un quarto di grano, li ho aggiustati diminuendo poco alla volta il più pesante dei due, e quando mi sono parsi perfettamente in equilibrio, li ho pesati: pesavano entrambi 371 grani; avendoli poi pesati separatamente nell'acqua, dove li ho fatti immergere solo un attimo, ho trovato che il pezzo tolto dal cuore aveva perso nell'acqua 317 grani, e quello dall'alburno 344. Il breve tempo in cui sono rimasti in acqua ha reso trascurabile il loro aumento di volume dovuto all'imbibizione dell'acqua, che è molto diversa nel cuore della quercia e nell'alburno.

Lo stesso giorno ho fatto fare due altri cilindri, uno dal cuore l'altro dall'alburno della quercia, estratti da un blocco preso da un albero più o meno della stessa età del primo e alla stessa altezza da terra; questi due cilindri pesavano ciascuno 1978 grani; il pezzo di cuore della quercia perse nell'acqua 1635 grani, e quello di alburno 1784. Confrontando questo esperimento con il primo, si trova che il cuore della quercia perde solo, in questo secondo caso, circa 307 su 371, invece di 317,5; e allo stesso modo, l'alburno non perde, su 371 grani, che 330 invece di 344, ciò che è all'incirca la stessa proporzione tra cuore e alburno: la differenza reale non è che la densità diversa tanto del cuore che dell'alburno del secondo albero, il cui legno è in generale più compatto e più duro di quello del primo.

Tre giorni dopo ho preso in un pezzo di un'altra quercia abbattuta lo stesso giorno delle precedenti, tre cilindri, uno dal centro dell'albero, l'altro dalla circonferenza del cuore, e il terzo dall'alburno, che pesavano tutti e tre 975 grani nell'aria, e avendoli pesati in acqua, il legno del centro perse 873 grani, quello della circonferenza perse 906, e l'alburno 938 grani. Confrontando questo terzo esperimento con i due precedenti, si trova che, 371 grani del cuore della prima quercia perdendo 317,5 grani, 371 grani del cuore della seconda avrebbero dovuto perdere circa 307 grani, e 371 grani del cuore della terza avrebbero dovuto perdere circa 332 grani; e, allo stesso modo, che 371 grani di alburno della prima quercia perdendo 344 grani, 371 grani di alburno della seconda avrebbero dovuto perdere 330 grani, e 371 grani dell'alburno della terza avrebbero dovuto perdere 356 grani, ciò che non si discosta molto dalla prima proporzione, la differenza reale della perdita tanto del cuore che dell'alburno di questa terza quercia venendo dal fatto che il suo legno era più leggero e un po' più secco di quello delle altre due. Prendendo quindi la misura media tra questi tre diversi legni di quercia, si trova che 371 grani di cuore perdono nell'acqua 319,33 grani del loro peso, e che 371 grani di

alburno perdono 343 grani del loro peso; quindi il volume del cuore della quercia sta al volume dell'alburno come 319,33 sta a 343, e le masse come 343 sta a 319,33, ciò che fa circa un quindicesimo per la differenza tra il peso del cuore e quello dell'alburno.

Per eseguire questo terzo esperimento avevo scelto un pezzo di legno i cui strati legnosi mi erano sembrati abbastanza uguali nel loro spessore, e tolsi i miei tre cilindri in modo tale che il centro del mio cilindro preso in mezzo alla circonferenza del cuore, fosse ugualmente lontano dal centro dell'albero da cui avevo preso il mio primo cilindro di cuore, e dal centro del cilindro dell'alburno; da questo ho dedotto che la pesantezza del legno decresce all'incirca in progressione aritmetica; infatti la perdita del cilindro centrale essendo 873 e quella dell'alburno 938, si troverà, prendendo la metà della somma di questi due numeri, che il legno della circonferenza del cuore deve perdere 905,5, e dall'esperimento trovo che ha perso 906; così il legno dal centro fino all'ultima circonferenza dell'alburno diminuisce di densità in progressione aritmetica.

Mi sono assicurato, mediante prove simili a quelle appena esposte, della diminuzione di pesantezza del legno nella sua lunghezza; il legno del piede di un albero pesa di più del legno del tronco a metà altezza, e questo pesa di più di quello della sommità, e ciò all'incirca in progressione aritmetica fintantoché l'albero cresce; ma giunge un momento in cui il legno del centro e quello della circonferenza del cuore pesano all'incirca lo stesso, e questo è il tempo in cui il legno raggiunge la perfezione. Gli esperimenti sopra descritti sono stati fatti su alberi di 60 anni, che crescevano ancora sia in altezza sia in grossezza; e avendoli ripetuti su alberi di 46 anni e ancora su alberi di trentatré anni, ho sempre trovato che il legno dal centro alla circonferenza e dal piede dell'albero alla sommità diminuisce di pesantezza all'incirca in progressione aritmetica.

Ma come ho appena detto, dal momento in cui gli alberi cessano di crescere, questa proporzione comincia a variare. Ho preso nel tronco di un albero di circa 100 anni tre cilindri, come nelle prove precedenti, che pesavano tutti e tre 2004 grani nell'aria; quello del centro perse in acqua 1713 grani, quello della circonferenza 1718 grani e quello dell'alburno 1779 grani.

Con una seconda prova ho trovato che di tre altri cilindri presi nel tronco di un altro albero di circa 110 anni e che pesavano nell'aria 1122 grani, quello del centro perse in acqua 1010 grani, quello della circonferenza 997 grani e quello dell'alburno 1023 grani. Questo esperimento prova che il cuore non era più la parte più solida dell'albero, e prova nello stesso tempo che l'alburno è più solido e più pesante di quello degli alberi giovani.

Penso che nei diversi climi, nei diversi terreni e anche nello stesso terreno, ciò vari prodigiosamente, e che si possano trovare alberi situati abbastanza felicemente da accrescersi ancora in altezza all'età di 150 anni; questi sono un'eccezione alla regola, ma in generale è costante che il legno aumenti di pesantezza fino a una certa età nella proporzione che abbiamo stabilito; che dopo questa età il legno delle diverse parti dell'albero diviene all'incirca della stessa pesantezza, ed è allora che si trova nella sua perfezione; e infine al suo declino, poiché il suo centro viene a ostruirsi, il legno del cuore si secca per insufficiente nutrimento, diviene più leggero di quello della circonferenza, e ciò in proporzione della profondità, e della diversità del terreno e del numero delle circostanze che possono prolungare o abbreviare i tempi d'accrescimento degli alberi.

Dopo aver riconosciuto, con gli esperimenti precedenti, la differenza di densità del legno nelle diverse età e nei diversi stati in cui si trova prima di arrivare alla sua perfezione, ho cercato quale fosse la differenza della sua resistenza, anche nelle stesse età diverse; per questo ho fatto estrarre dal centro di numerosi alberi tutti della stessa età, cioè di circa 60 anni, svariate barrette di 3 piedi di lunghezza e di un pollice di squadratura, tra le quali ne ho scelte quattro che erano le più perfette, e pesavano:

1° once	2° once	3° once	4° barretta once
26 e 31/32	26 e 16/32	26 e 18/32	26 e 15/32

Si sono rotte sotto il carico di:

1° 301 libbre	2° 289 libbre	3° 272 libbre	4° 272 libbre
------------------	------------------	------------------	------------------

Successivamente ho preso svariati pezzi di legno della circonferenza del cuore, della stessa lunghezza e della stessa squadratura, ossia 3 piedi e un pollice, tra cui ne ho scelti quattro dei più perfetti, che pesavano:

1° once	2° once	3° once	4° once
25 e 26/32	25 e 20/32	25 e 14/32	25 e 11/32

Si sono rotti sotto il carico di:



1°	2°	3°	4°
262 <sup>libbre</sup>	258 <sup>libbre</sup>	255 <sup>libbre</sup>	253 <sup>libbre</sup>

E ugualmente, avendo preso quattro pezzi d'alburno che pesavano:

1° once	2° once	3° once	4° once
25 e 5/32	24 e 31/32	24 e 36/32	24 e 24/32

Si sono rotti sotto il carico di:

1°	2°	3°	4°
248 <sup>libbre</sup>	242 <sup>libbre</sup>	241 <sup>libbre</sup>	250 <sup>libbre</sup>

Queste prove mi fecero sospettare che la resistenza del legno potrebbe essere proporzionale alla sua pesantezza, cosa che si è trovata essere vera, come si vedrà nel seguito di questa memoria. Ho ripetuto gli stessi esperimenti su barrette di due piedi, su altre di 18 pollici di lunghezza e di un pollice di squadratura. Ecco i risultati di questi esperimenti:

	Barrette di due piedi			
	1°	2°	3°	4°
	Pesi			
	Once	Once	Once	Once
Centro	17 e 2/32	16 e 31/32	16 e 24/32	16 e 21/32
Circonferenza	15 e 28/32	15 e 21/32	15 e 17/32	15 e 16/32
Alburno	14 e 27/32	14 e 26/32	14 e 24/32	14 e 22/32
	Carichi			
Centro	439 <sup>libbre</sup>	428 <sup>libbre</sup>	415 <sup>libbre</sup>	405 <sup>libbre</sup>
Circonferenza	356	350	346	346
Alburno	340	334	325	316

Bisogna notare che, poiché l'albero era abbastanza grosso, il legno della circonferenza era molto più lontano dal legno del centro che da quello dell'alburno.

*Barrette di diciotto pollici*

	1°	2°	3°	4°
	<i>Pesi</i>			
	Once	Once	Once	Once
Centro	13 e 10/32	13 e 6/32	3 e 4/32	13
Circonferenza	12 e 16/32	12 e 13/32	12 e 8/32	12 e 4/32
Alburno	11 e 27/32	11 e 23/32	11 e 18/32	11 e 16/32

*Carichi*

Centro	488 <sup>libbre</sup>	486 <sup>libbre</sup>	478 <sup>libbre</sup>	477 <sup>libbre</sup>
Circonferenza	460	451	443	441
Alburno	439	438	428	428

*Barrette di un piede*

	1°	2°	3°	4°
	<i>Pesi</i>			
	Once	Once	Once	Once
Centro	8 e 19/32	8 e 19/32	8 e 16/32	8 e 15/32
Circonferenza	8 e 1/32	7 e 22/32	7 e 20/32	7 e 20/32
Alburno	7 e 10/32	7 e 2/32	7	6 e 28/32

*Carichi*

Centro	764 <sup>libbre</sup>	761 <sup>libbre</sup>	750 <sup>libbre</sup>	751 <sup>libbre</sup>
Circonferenza	721	700	693	698
Alburno	668	652	651	643

Confrontando tutti questi esperimenti, si vede che la resistenza del legno non segue esattamente la stessa proporzione della pesantezza; ma si vede sempre che

questa pesantezza diminuisce, come nelle esperienze precedenti, dal centro alla circonferenza. Non ci si deve meravigliare del fatto che questi esperimenti non siano sufficienti per giudicare la resistenza del legno; infatti le barrette estratte dal centro dell'albero sono composte diversamente da quelle della circonferenza o dell'alburno, e non passò molto tempo senza che mi accorgessi che questa differenza nella posizione tanto degli strati legnosi che dei tramezzi che li uniscono, dovesse influire molto sulla resistenza del legno.

Ho esaminato quindi con maggior attenzione la forma e la situazione degli strati legnosi nelle diverse barrette estratte da diverse parti del tronco dell'albero; ho visto che le barrette estratte dal centro contenevano nel mezzo un cilindro di legno rotondo, e che erano tagliate soltanto alle estremità; ho visto che quelle della circonferenza del cuore formavano dei piani quasi paralleli tra di loro con una curvatura abbastanza sensibile e che quelle dell'alburno erano quasi assolutamente parallele con una curvatura insensibile. Ho osservato inoltre che il numero degli strati legnosi variava molto considerevolmente nelle varie barrette, di modo che ce n'erano alcune che contenevano solo 7 strati legnosi, e altre che ne contenevano 14 nello stesso spessore di un pollice. Mi sono altresì accorto che la posizione di questi strati legnosi, e il senso in cui si trovavano quando facevo rompere la barretta, dovevano far variare ancora la loro resistenza, e ho cercato il modo di valutare correttamente la proporzione di questa variazione.

Ho fatto estrarre dal medesimo piede di un albero, alla circonferenza del cuore, due barrette di tre piedi di lunghezza con squadratura di un pollice e mezzo, ciascuna delle due barrette conteneva 14 strati legnosi quasi paralleli tra loro. La prima pesava 3 libbre e 2 once e  $\frac{1}{8}$ , la seconda 3 libbre e due once e mezzo. Ho fatto rompere queste due barrette, mettendole in modo che gli strati legnosi si trovassero in orizzontale nella prima e nella seconda fossero verticali. Prevedevo che questa seconda posizione fosse vantaggiosa; e, in effetti, la prima si ruppe sotto un carico di 832 libbre, mentre la seconda si ruppe a 972 libbre.

Ho fatto anche estrarre numerose piccole barrette di un pollice di squadratura e un piede di lunghezza; una che pesava 7 once e  $\frac{30}{32}$ , e conteneva 12 strati orizzontali si è rotta a 784 libbre, l'altra, che pesava 8 once, e conteneva anch'essa 12 strati posti verticalmente, si è rotta a 860 libbre.

Di due altre barrette uguali, la prima del peso di 7,5 once con 8 strati legnosi, e la seconda di 7 once e  $\frac{10}{32}$ , pure con 8 strati legnosi, la prima i cui strati legnosi erano posti orizzontalmente, si è rotta sotto 778 libbre, l'altra i cui strati erano posti verticalmente, si è rotta sotto 828 libbre.

Ho fatto estrarre delle barrette di due piedi di lunghezza e un pollice e mezzo di squadratura, una di queste barrette che pesava 2 libbre, 7 once e  $\frac{1}{16}$ , con 12

---

strati legnosi orizzontali, si è rotta a 1217 libbre, l'altra che pesava due libbre 7 onces e 1/8 pure con 12 strati legnosi si è rotta a 1294 libbre.

Tutti questi esperimenti concorrono a provare che una barretta o un travetto resiste molto di più quando gli strati legnosi che li compongono sono situati perpendicolarmente, provano inoltre che quanto più sono numerosi gli strati legnosi nelle barrette che si confrontano, tanto più è considerevole la differenza di resistenza di queste barrette nelle due posizioni opposte. Ma poiché non ero ancora completamente soddisfatto a questo proposito, ho fatto questi esperimenti su delle tavole messe le une contro le altre, e ne riferirò in seguito, non volendo interrompere qui l'ordine dei tempi del mio lavoro, perché mi sembra più naturale esporre le cose come sono state fatte.

Gli esperimenti precedenti sono serviti a guidarmi per quelli che dovevano seguire; mi hanno insegnato che c'è una notevole differenza tra la pesantezza e la resistenza del legno in uno stesso albero, secondo che questo legno sia preso nel centro o sulla circonferenza; mi hanno fatto vedere che la posizione degli strati legnosi faceva variare la resistenza dello stesso pezzo di legno. Mi hanno anche insegnato che il numero degli strati legnosi influisce sulla resistenza del legno e da ciò ho capito che gli esperimenti fatti sino a oggi su quest'argomento sono insufficienti per determinare la resistenza del legno; infatti tutti questi esperimenti sono stati fatti su piccoli pezzi di un pollice o un pollice e mezzo di squadratura, e si è basato su questi esperimenti il calcolo delle tabelle che ci sono state date per la resistenza delle travi, travetti e pezzi di qualsiasi grossezza e lunghezza, senza aver fatto nessuna delle note che abbiamo esposto qui.

Dopo queste prime conoscenze sulla resistenza del legno, che sono ancora solo delle nozioni abbastanza incomplete, ho cercato di acquisirne di più precise; ho voluto assicurarmi dapprima se di due pezzi di legno della stessa lunghezza e della stessa forma, ma di cui il primo era doppio del secondo per grossezza, il primo avesse una resistenza doppia, e per questo ho scelto numerosi pezzi di legno estratti negli stessi alberi e alla stessa distanza dal centro, aventi lo stesso numero di anni, situati nello stesso modo, con tutte le circostanze necessarie per stabilire un confronto preciso.

Ho preso alla stessa distanza dal centro di un albero quattro pezzi di legno perfetto, ciascuno di 2 pollici di squadratura e 18 pollici di lunghezza: questi quattro pezzi si sono rotti a 3226, 3062, 2983 e 2890 libbre, vale a dire, al carico medio di 3040 libbre. Allo stesso modo ho preso quattro pezzi di 17 linee, deboli di squadratura, sulla stessa lunghezza, che fa all'incirca la metà della grossezza dei quattro primi pezzi, ed ho trovato che si sono rotti a 1304, 1274, 1231 e 1198 libbre, ossia, al piede medio, a 1252 libbre, ed ho anche preso quattro pezzi di un pollice

di squadratura sulla stessa lunghezza di 18 pollici, ciò che fa il quarto di grossezza dei primi, ed ho trovato che si sono rotti a 526, 517, 500 e 496 libbre, cioè al piede medio, a 510 libbre. Questo esperimento fa vedere che la resistenza di un pezzo non è proporzionale alla grossezza, perché essendo queste grossezze 1, 2, 4, i carichi avrebbero dovuto essere 510, 1020, 2040, invece essi sono in effetti 510, 1252, 3040, ciò che è molto diverso, come avevano già notato tutti gli autori che hanno scritto sulla resistenza dei solidi. Allo stesso modo ho preso molte barrette da un piede, di 18 pollici, di 2 piedi e di 3 piedi di lunghezza, per vedere se le barrette da un piede avrebbero sopportato una volta quanto quelle di due piedi, e per assicurarmi se la resistenza dei pezzi decresce esattamente nello stesso rapporto in cui aumenta la loro lunghezza. Le barrette da un piede ressero, al piede medio, 765 libbre, quelle di 18 pollici 500 libbre, quelle di 2 piedi 369 libbre e quelle di 3 piedi 230 libbre. Questo esperimento mi lasciò nel dubbio, perché i carichi non erano troppo diversi da quelli che dovevano essere; infatti, invece di 765, 500, 369 e 230, la regola della leva richiedeva 765, 510, 382,5 e 255 libbre, cosa che non si allontana abbastanza da poter concludere che la resistenza dei pezzi di legno non diminuisce nello stesso rapporto in cui aumenta la loro lunghezza; ma, d'altro lato, si allontana abbastanza da sospendere il giudizio, e in effetti si vedrà in seguito che il dubbio è giustificato.

In seguito ho cercato quale fosse la resistenza del legno supponendo il pezzo non uguale nelle sue dimensioni, per esempio, supponendolo di un pollice di spessore per un pollice e mezzo di larghezza, ponendolo sopra l'una e poi sull'altra di queste dimensioni, e per questo ho fatto fare quattro barrette di alborno di 18 pollici di lunghezza per un pollice e mezzo di una faccia, e un pollice dell'altra faccia; queste quattro barrette poste sulla faccia da un pollice hanno sostenuto 723 libbre e quattro altre barrette del tutto uguali poggiate sulla faccia da un pollice e mezzo hanno sostenuto, al piede medio, 935 libbre e mezzo. Quattro barrette di legno perfetto poste sulla faccia da un pollice hanno sostenuto, al piede medio 775, e sulla faccia di un pollice e mezzo 998 libbre. Bisogna sempre ricordare che in questi esperimenti avevo cura di scegliere pezzi di legno all'incirca dello stesso peso, che contenessero lo stesso numero di strati legnosi messi nello stesso senso.

Con tutte queste precauzioni e tutta l'attenzione che davo al mio lavoro, facevo spesso fatica a esserne soddisfatto; mi accorgevo talora d'irregolarità e di variazioni che danneggiavano le conseguenze che volevo trarre dai miei esperimenti. Ne ho registrati più di mille su un registro, che ho fatto con vari scopi, da cui tuttavia non ho potuto cavare niente, e che mi hanno lasciato in una manifesta incertezza a molti riguardi. Poiché tutti questi esperimenti erano fatti con

---

pezzi di legno da un pollice, da un pollice e mezzo e da due pollici di squadratura<sup>2</sup>, occorre un'attenzione molto scrupolosa nella scelta del legno, un'uguaglianza quasi perfetta nella pesantezza, lo stesso numero di strati legnosi, e oltre a questo c'era un inconveniente quasi inevitabile, era l'obliquità della direzione delle fibre, che spesso rendeva i pezzi di legno tagliati di uno strato gli uni, di mezzo strato gli altri, ciò che fa diminuire considerevolmente la resistenza del legno; non parlo poi dei nodi, dei difetti del legno, della direzione troppo obliqua degli strati legnosi: si capisce bene che tutti questi pezzi venivano scartati senza darsi la pena di provarli: infine di questo gran numero di esperimenti che ho fatto su pezzi piccoli, non ho potuto cavare niente di sicuro se non i risultati esposti, e non ho creduto opportuno azzardare di trarne conclusioni generali per farne delle tabelle di resistenza del legno.

Queste considerazioni e il rimpianto per gli sforzi persi mi hanno determinato a iniziare a fare degli esperimenti in grande; vedevo chiaramente la difficoltà dell'impresa ma non potevo risolvermi ad abbandonarla, e fortunatamente sono rimasto molto più soddisfatto di quanto non sperassi all'inizio.

**I Esperimento.** Il 3 marzo 1740 ho fatto abbattere una quercia di 3 piedi di circonferenza, e di circa 25 piedi d'altezza; era diritta e senza rami sino all'altezza di 15-16 piedi; l'ho fatta tagliare a 14 piedi, per evitare i difetti del legno causati dai rami, e poi ho fatto segare a metà questo pezzo di 14 piedi, e ciò mi ha fornito 2 pezzi di 7 piedi ciascuno; il giorno dopo li ho fatti squadrare dai carpentieri e il giorno successivo li ho fatti piallare dai falegnami, per ridurli entrambi a quattro pollici esatti di squadratura; questi due pezzi erano molto sani e senza alcun nodo visibile; quello che proveniva dal piede dell'albero pesava 60 libbre, quello che veniva dal tronco ne pesava 56; s'impiegarono a caricare il primo 29 minuti, si piegò in corrispondenza della mezzeria di 3 pollici e mezzo prima di scoppiare<sup>3</sup>; nell'istante in cui il pezzo scoppiò si smise di caricarlo, continuò a scoppiare e a fare molto rumore per 22 minuti, si piegò in mezzeria di 4 pollici e 6 linee, e si ruppe al carico di 5350 libbre. Il secondo pezzo, quello che proveniva dalla parte superiore del tronco, fu caricato in 22 minuti, si flesse in mezzeria di 4 pollici e sei linee, prima di scoppiare, allora si smise di caricare; continuò a scoppiare per 8 minuti, si abbassò in mezzeria di 6 pollici e sei linee e si ruppe con un carico di 5275 libbre.

---

<sup>2</sup> L'espressione "*d'équarrissage*", tradotta letteralmente con "squadratura", indica la sezione quadrata di lato della dimensione specificata

<sup>3</sup> Il termine "*éclater*", tradotto letteralmente "scoppiare", indica probabilmente sia l'inizio della fessurazione, o comunque del danneggiamento del pezzo, che il rumore prodotto.

**II Esperimento.** Il 7 marzo 1740, nello stesso terreno in cui avevo fatto tagliare l'albero usato per l'esperimento precedente, ne ho fatto abbattere un altro quasi simile al primo, solo un po' più alto, anche se un po' meno grosso; il tronco era abbastanza diritto, ma lasciava apparire molti piccoli rami grossi un dito nella parte superiore, e all'altezza di 17 piedi si divideva in due grossi rami; ho fatto estrarre da quest'albero due travetti di 8 piedi di lunghezza e 4 pollici di squadratura, e li ho fatti rompere due giorni dopo, cioè subito dopo che li si erano lavorati e ridotti alla misura voluta; il primo travetto che proveniva dal piede dell'albero pesava 68 libbre, e il secondo preso dalla parte superiore del tronco pesava solo 63 libbre: il primo venne caricato in 15 minuti, si flesse in mezzeria 3 pollici e 9 linee prima di scoppiare; si smise di caricare, continuò a scoppiare per 10 minuti e si flesse in mezzeria 8 pollici, dopo di che si ruppe facendo molto rumore, con un carico di 4600 libbre. Il secondo travetto venne caricato in 13 minuti, si flesse di 4 pollici e 8 linee prima di scoppiare e dopo la prima rottura, che si produsse a 3 piedi e 8 pollici dalla mezzeria, si abbassò di 11 pollici in sei minuti e si ruppe dopo questo tempo sotto un carico di 4500 libbre.

**III Esperimento.** Lo stesso 7 marzo, ho fatto abbattere una terza quercia vicina alle altre due, e ne feci segare il tronco a metà, ne trassi due travetti di 9 piedi ciascuno di lunghezza e 4 pollici di squadratura; quello del piede pesava 77 libbre e quello della sommità 71. Messi in carico, il primo fu caricato in 14 minuti, si flesse di 4 pollici e 10 linee prima di scoppiare, e poi si abbassò di 7 pollici e mezzo e si ruppe sotto un carico di 4100 libbre; quello della parte superiore del tronco che fu caricato in 12 minuti, si flesse di 5 pollici e mezzo, scoppiò, si abbassò fino a 9 pollici e si ruppe a 3950 libbre.

Questi esperimenti mostrano che il legno del piede di un albero è più pesante del legno della parte alta del tronco; insegnano anche che il legno del piede è più resistente e meno flessibile di quello della sommità.

**IV Esperimento.** Il 9 marzo 1740 ho scelto, nello stesso cantone dove avevo già preso gli alberi che mi sono serviti agli esperimenti precedenti, due querce dello stesso tipo, della stessa grossezza e circa simili in tutto: il tronco aveva tre piedi di circonferenza e 11-12 piedi di altezza fino ai primi rami; le ho fatte squadrare e lavorare tutte e due nello stesso tempo, e ne ricavai da ciascuna un travetto di 10 piedi di lunghezza e 4 pollici di squadratura; uno pesava 84 libbre e l'altro 82; il primo si ruppe a 3625 libbre e il secondo a 3600. Devo qui osservare che non s'impiegò lo stesso tempo a caricarle e che scoppiarono entrambe dopo 15 minuti; il più leggero si flesse un po' più dell'altro, cioè 6 pollici e mezzo, l'altro 5 pollici e 10 linee.

---

**V Esperimento.** Il 10 marzo 1740 nello stesso luogo ho fatto abbattere due altre querce di 2 piedi e 10-11 pollici di grossezza e circa 15 piedi di tronco, da cui ho estratto due travetti di 12 piedi di lunghezza e quattro pollici di squadratura; il primo pesava 100 libbre e il secondo 98; il più pesante si è rotto a 3050 libbre e l'altro a 2925 libbre, dopo essersi flessi nella loro mezzeria fino a 7 pollici il primo e fino a 8 pollici il secondo.

Questi sono tutti gli esperimenti fatti su travetti di 4 pollici di squadratura; non ho voluto superare la lunghezza di 12 piedi perché nell'uso ordinario i costruttori e i carpentieri impiegano solo raramente travetti di 12 piedi e 4 pollici di squadratura e non accade, mai che si servano di pezzi di 14 o 15 piedi di lunghezza, e solamente di 4 pollici di grossezza.

Confrontando la diversa pesantezza dei travetti utilizzati per questi esperimenti, si trova che, per il primo di essi, il piede cubo di questo legno pesava 74 libbre e  $\frac{4}{7}$ , il secondo 73 e  $\frac{6}{8}$ , il terzo 74, il quarto 74 e  $\frac{7}{10}$  e il quinto 74 e  $\frac{1}{4}$ : ciò che dimostra che il piede cubo di questo legno pesava in numeri medi 74 libbre e  $\frac{3}{10}$ .

Il confronto tra i vari carichi dei pezzi con le rispettive lunghezze mostra che i pezzi da 7 piedi di lunghezza reggono 5313 libbre, quelli da 8 piedi 4550, quelli da 9 piedi 4025, quelli da 10 piedi 3612, e quelli da 12 piedi 2987; mentre secondo le regole ordinarie della meccanica avendo sostenuto quelli da 7 piedi 5313 libbre, quelli da 8 piedi avrebbero dovuto sostenere 4649 libbre, quelli da 9 piedi 4121, quelli da 10 piedi 3719, e quelli da 12 piedi 3099 libbre. Da ciò si può già supporre che la resistenza del legno decresce di più che in ragione inversa della sua lunghezza. Poiché mi sembra importante avere una certezza assoluta su questo fatto, ho fatto i seguenti esperimenti su travetti di 5 pollici di squadratura e di tutte le lunghezze da 7 a 28 piedi.

**VI Esperimento.** Essendomi attenuto a prendere tutti gli alberi destinati ai miei esperimenti nello stesso terreno, sono stato obbligato a limitarmi a pezzi di 28 piedi di lunghezza, non avendo potuto trovare in quel cantone querce più alte; ne ho scelte due il cui tronco aveva 28 piedi [di altezza] senza grossi rami, e che avevano in totale più di 45-50 piedi di altezza; queste querce avevano quasi 5 piedi di circonferenza al piede: le ho fatte abbattere il 14 marzo 1740, e avendole fatte portar via lo stesso giorno, le ho fatte squadrare l'indomani; da ogni albero si estrasse un travetto di 28 piedi di lunghezza e di 5 pollici di squadratura; li esaminai con attenzione per vedere se c'erano nodi o difetti verso la mezzeria, e trovai che questi due lunghi pezzi erano molto sani: il primo pesava 364 libbre, il secondo 360; feci caricare il più pesante con un'attrezzatura leggera, si cominciò alle 2 e 55, alle 3, vale a dire, dopo 5 minuti, si era già flesso di 3 pollici nella sua mezzeria,



quantunque fosse stato caricato di sole 500 libbre; alle 3 e 5 si era già flesso di 7 pollici ed era caricato con 1000 libbre; alle 3 e 10 si era flesso di 14 pollici con carico di 1500 libbre, infine tra le 3 e 12 e le 3 e 13 si era flesso di 18 pollici, ed era stato caricato con 1800 libbre, in questo momento il pezzo si spaccò violentemente, continuò a spaccarsi per 14 minuti, si abbassò di 25 pollici dopo di che si ruppe nettamente nel mezzo sotto il detto carico di 1800 libbre. Il secondo pezzo fu caricato allo stesso modo; si iniziò alle 4 e 5, dapprima lo si caricò con 500 libbre, dopo 5 minuti si era flesso di 5 pollici; nei 5 minuti seguenti lo si caricò ancora con 500 libbre, si era flesso di 11 pollici e 1/2, dopo altri 5 minuti si era piegato di 18 pollici sotto il carico di 1500 libbre, due minuti dopo scoppiò sotto il carico di 1750 libbre, e in quel momento si era flesso di 22 pollici; smettemmo di caricare, continuò a scoppiare per 6 minuti, si abbassò fino a 28 pollici prima di rompersi completamente sotto questo carico di 1750 libbre.

**VII Esperimento.** Poiché il più pesante dei pezzi della prova precedente si era rotto nettamente a metà, e che il legno non era scoppiato né fessurato nelle parti vicine alla rottura, pensai che i due pezzi di questo pezzo rotto potevano servirmi per fare degli esperimenti sulla lunghezza di 14 piedi; prevedevo che la parte superiore di questo pezzo avrebbe avuto un peso minore, e si sarebbe rotta più facilmente dell'altro pezzo che proveniva dalla parte inferiore del tronco, ma allo stesso tempo vedevo che prendendo il valor medio tra le due resistenze di questi due travetti avrei ottenuto un risultato che non si sarebbe discostato dalla resistenza reale di un pezzo di 14 piedi preso da un albero di quest'altezza o circa. Ho fatto quindi segare il resto delle fibre che univano ancora le due parti, quella che proveniva dal piede dell'albero è stata trovata pesare 185 libbre, e quella della sommità 178 libbre. e 1/2; la prima fu caricata con mille libbre nei primi 5 minuti, e sotto questo carico non si era flessa sensibilmente; si aumentò il carico di altre mille libbre nei 5 minuti seguenti, questo peso di 2000 la fece piegare di 1 pollice in mezzeria, un terzo migliao in altri 5 minuti la fecero flettere in tutto di 2 pollici, un quarto migliao la fece piegare fino a 3 pollici e 1/2, e un quinto migliao fino a 5 pollici e 1/2; si stava continuando a caricare, ma dopo aver aggiunto 250 libbre alle cinquemila con cui era stata caricata, ci fu uno scoppiò in uno degli spigoli inferiori, si smise di caricare, gli scoppi continuarono, e si flesse in mezzeria fino a 10 pollici prima di rompersi del tutto sotto detto carico di 5250 libbre; aveva sostenuto tutto questo carico per 41 minuti.

Si caricò il secondo pezzo come il primo, cioè un migliao di libbre ogni 5 minuti; il primo migliao lo fece flettere di 3 linee, il secondo di 1 pollice e 4 linee, il terzo di 3 pollici il quarto di 5 pollici e 9 linee; si stava caricando il quinto migliao, quando il pezzo si spaccò di colpo sotto il carico di 4650 libbre, si era flesso di 8

---

pollici; dopo il primo scoppio si smise di caricare, per mezz'ora il pezzo continuò a scoppiare, e si abbassò fino a 13 pollici prima di rompersi del tutto sotto questo carico di 4650 libbre.

Il primo pezzo, che proveniva dal piede dell'albero, aveva sopportato 5250 libbre, e il secondo che veniva dalla sommità, 4650 libbre, questa differenza mi parve troppo grande per deliberare su questo esperimento, e pertanto ho creduto che fosse necessario ripeterlo, e mi servii del secondo pezzo da 28 piedi del sesto esperimento; si era rotto scoppiando a 2 piedi dalla metà dal lato della parte superiore del tronco, ma la parte inferiore non pareva aver sofferto molto della rottura: era solamente fessurato da 4 a 5 piedi di lunghezza, e la fessura che non aveva un quarto di linea di apertura penetrava fino a circa la metà dello spessore del pezzo; malgrado questo piccolo difetto decisi di metterlo alla prova, lo pesai e trovai che pesava 183 libbre; lo feci caricare come i precedenti, si cominciò a mezzogiorno e 20 minuti, il primo migliaio lo fece piegare di quasi un pollice, il secondo di 2 pollici e 10 linee, il terzo di 5 pollici e 3 linee, e un peso di 150 libbre aggiunte alle tremila lo fece scoppiare con grande forza, lo scoppio poté raggiungere la fessura provocata dalla prima rottura, e il pezzo si abbassò di 15 pollici prima di rompersi completamente al carico di 3150 libbre. Questo esperimento m'insegnò a diffidare completamente di pezzi che erano già stati rotti o caricati in precedenza, perché si trova qui una differenza di carico di quasi duemila libbre su cinquemila di carico, e questa differenza deve essere attribuita solo alla fessura della prima rottura, che aveva indebolito il pezzo.

Essendo ancora più insoddisfatto dopo questa terza prova di quanto non lo fossi dopo le prime due, cercai nello stesso terreno due alberi il cui tronco mi potesse fornire due travetti di uguale lunghezza di 14 piedi per 5 pollici di squadratura, e avendoli fatti tagliare il 17 marzo, li feci rompere il 19 dello stesso mese; uno dei pezzi pesava 178 libbre e l'altro 176; furono trovati molto sani e senza difetti apparenti o nascosti; il primo non si flesse per nulla sotto le prime mille libbre: si piegò di un pollice sotto le seconde, di 2 pollici e 1/2 sotto le terze, di 4 pollici e 1/2 sotto le quarte, e di 7 pollici e 1/4 sotto le quinte; si caricò ancora di 400 libbre dopo di che fece uno scoppio violento e continuò a scoppiare per 21 minuti, si flesse fino a 13 pollici, e infine si ruppe sotto il carico di 5400 libbre. Il secondo si piegò un poco sotto le prime mille libbre, si piegò di un pollice e 3 linee sotto le seconde, di 3 poll. sotto le terze, di 5 pollici sotto le quarte, e di quasi 8 pollici sotto le quinte, 200 libbre ulteriori lo fecero scoppiare; continuò a emettere rumore e ad abbassarsi per 18 minuti e poi si ruppe sotto il carico di 5200 libbre.

Questi due ultimi esperimenti mi soddisfecero pienamente, e allora fui convinto che i pezzi di 24 piedi di lunghezza per 5 pollici di squadratura potevano

sopportare almeno 5000 libbre, mentre secondo la legge della leva avrebbero dovuto sopportare solamente il doppio dei pezzi da 28 piedi cioè 3600 libbre o circa.

**VIII Esperimento.** Lo stesso 17 marzo 1740 avevo fatto abbattere due altri alberi il cui tronco aveva un'altezza di 16-17 piedi senza rami, e avevo fatto segare questi due alberi in due parti uguali, ciò mi diede quattro travetti di 7 piedi di lunghezza per 5 pollici di squadratura; di questi quattro travetti fui obbligato a scartarne uno che proveniva dalla parte inferiore di uno dei due alberi, a causa di un difetto abbastanza importante, si trattava di un vecchio colpo di accetta che quest'albero aveva ricevuto nella sua giovinezza a 3 piedi e 1/2 sopra la terra; questa ferita si era ricoperta nel tempo ma la cicatrice non si era chiusa ed esisteva interamente, ciò ne faceva un difetto grave e ritenni che questo pezzo dovesse essere scartato. Gli altri tre erano molto sani e non avevano altri difetti, se non di essere stati il primo estratto dal piede, e gli altri due dalla cima degli alberi; la differenza dei loro pesi lo segnava abbastanza, perché quello che veniva dal piede pesava 94 libbre, e degli altri due, uno pesava 90 libbre e l'altro 88 libbre e 1/2. Ho fatto rompere tutti e tre lo stesso giorno 19 marzo, s'impiegò quasi un'ora per caricare il primo; dapprima lo si caricò con 2000 libbre in 5 minuti, ci si servì di un grosso apparato che pesava da solo 2500 libbre, dopo 15 minuti era caricato con 7000 libbre, e non si era ancora piegato che di 5 linee. Poiché la difficoltà di carico aumentava, nei 5 minuti successivi si riuscì a caricarlo solo di 1500 libbre, con flessione di 9 linee; le mille libbre applicate nei 5 minuti successivi lo fecero flettere di un pollice e 3 linee; altre 1000 libbre nei 5 minuti successivi lo fecero flettere di 1 pollice e 11 linee, altre mille libbre di 2 pollici e 6 linee; si continuò a caricare, ma il pezzo scoppiò improvvisamente e molto violentemente sotto un carico di 11775 libbre, e continuò a scoppiare con grande violenza per 10 minuti, si abbassò a 3 pollici e 7 linee e si ruppe nettamente in mezzeria.

Il secondo pezzo che pesava 90 libbre fu caricato come il primo; si flesse più facilmente, e si ruppe dopo 35 minuti sotto il carico di 10950 libbre, ma aveva un piccolo nodo nella faccia inferiore che aveva contribuito alla rottura. Il terzo pezzo che pesava soltanto 88 libbre e 1/2, essendo stato caricato in 53 minuti, si ruppe sotto il carico di 11275 libbre. Osservai che si era flesso ancora più degli altri, ma non si segnò esattamente le quantità di cui questi pezzi si flessero man mano che li si caricava. Da queste tre prove è facile vedere che la resistenza di un pezzo di legno di 7 piedi di lunghezza, che non dovrebbe essere che quadrupla della resistenza di un pezzo di 28 piedi, è circa sestupla.

**IX Esperimento.** Per proseguire queste prove e assicurarmi di quest'aumento di resistenza in dettaglio e in tutte le lunghezze dei pezzi di legno,

---

ho fatto abbattere, sempre nello stesso cantone, due querce molto chiare il cui tronco era più di 25 piedi senza alcun grosso ramo; ne ho fatto estrarre il 22 marzo 1740 due travetti da 24 piedi di lunghezza e 5 pollici di squadratura; questi due pezzi erano molto sani e di un legno flessibile che si lavorava con facilità. Il primo pesava 310 libbre, il secondo non ne pesava che 307; li ho fatti caricare con una piccola attrezzatura di 500 libbre per 5 minuti, il primo si è flesso di 2 pollici sotto un carico di 500 libbre, di 4 pollici e 1/2 sotto quello di un migliaio di libbre, di 7 pollici e 1/2 sotto 1500 libbre, e di quasi 11 pollici sotto 2000 libbre, il pezzo si spaccò sotto 2200 libbre, e si ruppe dopo 5 minuti dopo essersi abbassato fino a 15 pollici. Il secondo pezzo si flesse di 3 pollici, 6 pollici, 9 pollici e 1/2, 13 pollici sotto i carichi successivi e cumulativi di 500, 1000, 1500 e 2000 libbre, e si ruppe a 2125 libbre, dopo essersi flesso fino a 16 pollici.

**X Esperimento.** Mi servivano due pezzi da 12 piedi di lunghezza e 5 pollici di squadratura per confrontare la loro resistenza con quella dei pezzi da 24 piedi dell'esperimento precedente; ho scelto per questo due alberi il 23 marzo, che erano in verità un po' troppo grossi, ma che ero obbligato a usare in mancanza di altri; li ho fatti abbattere lo stesso giorno insieme con altri otto alberi, vale a dire, due di 22 piedi, due di 20, e quattro da 12 a 13 piedi di altezza; ho fatto lavorare l'indomani i primi due alberi, avendone fatto estrarre due travetti da 12 piedi di lunghezza e 5 pollici di squadratura; sono rimasto un po' sorpreso nel vedere che uno dei travetti pesava 156 libbre e che l'altro pesava soltanto 138 libbre, non avevo ancora trovato neppur lontanamente differenze così grandi nel peso di due pezzi simili, dapprima pensai, nonostante l'esame che ne avevo fatto, che uno dei pezzi fosse troppo abbondante e l'altro troppo scarso di squadratura; avendoli però ben misurati dappertutto con un truschino da falegname e poi con un compasso curvo, riconobbi che erano perfettamente uguali, e siccome erano sani e senza alcun difetto li feci rompere entrambi, per vedere che effetto avrebbe avuto questa differenza di peso. Li feci caricare entrambi nello stesso modo, vale a dire di mille libbre ogni 5 minuti; il più pesante flesse di 1/4, 3/4, 1 e 1/2, 2 e 3/4, 4, 5 pollici e 1/2 nei 5, 10, 15, 20, 25 e 30 minuti che s'impiegarono a caricarlo, e scoppiò sotto il carico di 6050 libbre, dopo essersi flesso fino a 13 pollici prima di rompersi totalmente. Il meno pesante dei due pezzi si flesse di 1/4, 1, 2, 3 e 1/2, 5 e 1/4, nei 5, 10, 15, 20 e 25 minuti, e scoppiò sotto il carico di 5225 libbre, sotto il quale si ruppe completamente dopo 7-8 minuti: si vede che la differenza qui è abbastanza grande tanto nei carichi quanto nei pesi, e che il pezzo leggero era molto debole. Per togliermi i dubbi che avevo su questo esperimento, ho fatto subito lavorare un altro albero lungo 13 piedi, e ne ho fatto estrarre un travetto di 12 piedi di lunghezza e 5 pollici di squadratura; esso si trovò pesare 154 libbre, e scoppiò dopo essersi flesso di 5 pollici e 9 linee sotto un

carico di 6100 libbre. Ciò mi fece vedere che i pezzi di 12 piedi per 5 pollici possono reggere circa 6000 libbre, mentre quelli di 24 piedi portano solo 2200 libbre, ciò che fa un peso molto superiore al doppio delle 2200 libbre che avrebbero dovuto sopportare secondo la legge della leva. Per soddisfare tutte le circostanze di questo esperimento, non mi restava che trovare perché, in uno stesso terreno si trovano talora alberi il cui legno è così diverso in peso e in resistenza; per scoprirlo, andai a visitare il posto, e avendo sondato il terreno vicino al tronco dell'albero che aveva fornito il pezzo leggero, vidi che c'era un po' di umidità che ristagnava ai piedi di quell'albero a causa della pendenza naturale del luogo, e attribuii la debolezza di questo legno al terreno umido in cui era cresciuto, perché non mi era parso che il terreno fosse di qualità differente, e avendo sondato parecchi punti, trovai dappertutto un terreno simile. L'esperimento che segue mostrerà che i diversi terreni producono dei legni che sono talora di peso e di resistenza ancora più diversi.

**XI Esperimento.** Ho scelto nello stesso terreno in cui ho preso tutti gli alberi che mi sono serviti a fare i miei esperimenti, un albero circa della stessa dimensione di quelli del nono esperimento, e nello stesso tempo ho cercato un altro albero più o meno simile al primo in un terreno diverso; la terra è forte e mescolata con argilla nel primo terreno, e nel secondo è solo sabbia quasi senza alcuna mescolanza di terra. Ho fatto estrarre da ciascuno di questi alberi un travetto di 22 piedi per 5 pollici di squadratura; il primo travetto, che veniva dal terreno forte, pesava 281 libbre; l'altro che proveniva dal terreno sabbioso, non pesava che 232 libbre, che fa una differenza in peso di circa un sesto. Avendo sottoposto alla prova il più pesante dei due pezzi, esso si flesse di 11 pollici e 3 linee prima di scoppiare, e si abbassò fino a 19 pollici prima di rompersi completamente, e sostenne per 18 minuti un carico di 2975 libbre; ma il secondo pezzo che veniva dal terreno sabbioso, si flesse solo di 5 pollici prima di scoppiare, e si abbassò solo di 8 pollici e 1/2 in mezzera, e si ruppe dopo 3 minuti sotto il carico di 2350 libbre, che fa una differenza di più di un quinto del carico. Riferirò più avanti su alcuni altri esperimenti su quest'argomento; ma torniamo alla nostra scala di resistenza in funzione delle diverse lunghezze.

**XII Esperimento.** Di due travetti di 20 piedi di lunghezza e 5 pollici di squadratura, presi nello stesso terreno e messi in prova lo stesso giorno, il primo, che pesava 263 libbre, sostenne in 10 minuti un carico di 3275 libbre e si ruppe solo dopo essersi flesso in mezzera di 16 pollici e 2 linee; il secondo travetto che pesava 259 libbre, sostenne per 8 minuti un carico di 3175 libbre e si ruppe dopo essersi flesso di 20 pollici e 1/2.

---

**XIII Esperimento.** Successivamente ho fatto fare tre travetti di 10 piedi di lunghezza e della stessa squadratura di 5 pollici, il primo pesava 132 libbre, e s'è rotto sotto il carico di 7225 libbre dopo 21 minuti, e dopo essersi flesso di 7 pollici e 1/2; il secondo pesava 130 libbre, s'è rotto dopo 20 minuti sotto il carico di 7050 libbre, e si è flesso di 6 pollici e 9 linee; il terzo pesava 128 libbre e 1/2, si è rotto sotto il carico di 7100 libbre, dopo essersi abbassato di 8 pollici e 7 linee, e questo dopo 18 minuti.

Confrontando questo esperimento con il precedente, si vede che i pezzi da 20 piedi per 5 pollici di squadratura possono sopportare un carico di 3225 libbre, e quelli da 10 piedi di lunghezza e stessa squadratura di 5 pollici, un carico di 7125 libbre, mentre per le regole della meccanica avrebbero dovuto sopportare solo 6450 libbre.

**XIV Esperimento.** Avendo provato due travetti di 18 piedi di lunghezza per 5 pollici di squadratura, ho trovato che il primo pesava 232 libbre, e quello sostenne per 11 minuti un carico di 3750 libbre, dopo essersi abbassato di 17 pollici, e che il secondo che pesava 231 libbre, sostenne un carico di 3650 libbre per 10 minuti, e si ruppe dopo essersi flesso di 15 pollici.

**XV Esperimento.** Avendo allo stesso modo provato tre travetti di 9 piedi di lunghezza per 5 pollici di squadratura, ho trovato che il primo che pesava 118 libbre sostenne per 58 minuti un carico di 8400 libbre dopo essersi flesso in mezzeria di 6 pollici, il secondo che pesava 116 libbre, sostenne per 46 minuti un carico di 8325 libbre dopo essersi flesso in mezzeria di 5 pollici e 4 linee; e il terzo che pesava 115 libbre sostenne per 40 min. un carico di 8200 libbre, e si flesse in mezzeria di 5 pollici.

Confrontando questo esperimento col precedente, si vede che i pezzi da 18 piedi di lunghezza per 5 pollici di squadratura sopportano 3700 libbre e che quelli da 9 piedi sopportano 8308 libbre e 1/3, mentre non avrebbero dovuto sopportare, secondo le regole, che 7400 libbre.

**XVI Esperimento.** Infine, avendo provato due travetti da 16 piedi di lunghezza per 5 pollici di squadratura, il primo che pesava 209 libbre ha sopportato per 17 minuti un carico di 4425 libbre, e si è rotto dopo essersi abbassato di 16 pollici; il secondo che pesava 205 libbre ha sopportato per 15 minuti un carico di 4275 libbre, e si è rotto dopo essersi abbassato di 12 pollici e 1/2.

**XVII Esperimento.** Avendo provato due travetti da 8 piedi di lunghezza per 5 pollici di squadratura, il primo che pesava 104 libbre sopportò per 40 minuti un carico di 9900 libbre e si ruppe dopo essersi abbassato di 5 pollici; il secondo che pesava 102 libbre, sopportò per 39 minuti un carico di 9675 libbre e si ruppe dopo essersi flesso di 4 pollici e 7 linee.

Confrontando questo esperimento col precedente, si vede che il carico medio dei pezzi da 16 piedi di lunghezza per 5 pollici di squadratura, è 4350 libbre, e quello dei pezzi da 8 piedi e medesima squadratura è 9787 e 1/2, mentre per la regola della leva dovrebbe essere di 8700 libbre.

Da tutti questi esperimenti risulta che la resistenza del legno non è in rapporto inverso alla lunghezza, come si è creduto fin qui, ma questa resistenza decresce molto considerevolmente via via che la lunghezza dei pezzi aumenta, o, se si vuole, che aumenta molto via via che la lunghezza diminuisce; non c'è che da posare gli occhi sulla tabella allegata per convincersene, si vede che il carico di un pezzo da 10 piedi è il doppio e un nono di quello di un pezzo da 20 piedi; che il carico di un pezzo da 9 piedi è il doppio e circa un ottavo di quello di un pezzo da 18 piedi; che il carico di un pezzo di 8 piedi è il doppio e un ottavo quasi esatto di quello di un pezzo di 16 piedi; che il carico di un pezzo di 7 piedi è il doppio e ben più di un ottavo di quello da 14 piedi, di modo che via via che la lunghezza dei pezzi diminuisce, la resistenza aumenta, e quest'aumento di resistenza cresce sempre più.

Si può obiettare qui che questa regola dell'aumento della resistenza che cresce sempre più via via che i pezzi sono meno lunghi, non si osserva oltre la lunghezza di 20 piedi, e che gli esperimenti riferiti qui sopra su pezzi di 24 e di 28 piedi provano che la resistenza del legno aumenta di più in un pezzo di 14 piedi confrontato con un pezzo di 28, che in un pezzo di 7 piedi confrontato con un pezzo di 14, e che ancora questa resistenza aumenta più di quanto richieda la regola in un pezzo di 12 piedi confrontato con un pezzo di 24 piedi; ma non c'è niente qui che si contrasti, e ciò accade soltanto per un effetto naturale, poiché il pezzo di 28 piedi e quello di 24 piedi, che sono di soli 5 pollici di squadratura, sono troppo sproporzionati nelle loro dimensioni, e che il peso stesso del pezzo è una parte considerevole del peso totale necessario per romperlo, poiché bastano 1775 libbre per rompere un pezzo di 28 piedi, e questo pezzo pesa 362 libbre. Si vede bene che il peso del pezzo diventa in questo caso una parte considerevole del carico di rottura; e d'altra parte dato che questi lunghi pezzi sottili si flettono molto prima di rompersi, i più piccoli difetti del legno, e soprattutto la grana tagliata, contribuiscono molto di più alla rottura.

Sarebbe facile far vedere che un pezzo potrebbe rompersi a causa del suo peso proprio, e che la lunghezza che occorrerebbe sopporre a questo pezzo in modo proporzionale alla grossezza, non è così grande come si potrebbe immaginare; per esempio, partendo dal fatto acquisito con gli esperimenti suddetti, che il carico di un pezzo di 7 piedi di lunghezza per 5 pollici di squadratura è di 11525 libbre, si concluderebbe subito che il carico di un pezzo di 14 piedi è di 5762

---

libbre, che quello di un pezzo di 28 piedi è di 2881 libbre, che quello di un pezzo di 56 piedi è di 1440 libbre, vale a dire, l'ottava parte del carico di 7 piedi, perché il carico del pezzo di 56 piedi è otto volte più lungo; tuttavia, ben lungi che ci fosse bisogno di un carico di 1440 libbre per rompere un pezzo di 56 piedi per soli 5 pollici di squadratura, ho buone ragioni per credere che si potrebbe rompere per il suo proprio peso. Ma non è questo il luogo per parlare delle ricerche che ho fatto su quest'argomento, e passo a un'altra serie di esperimenti su pezzi di 6 pollici di squadratura da 8 fino a 20 piedi di lunghezza.

**XVIII Esperimento.** Ho fatto rompere due travetti di 20 piedi di lunghezza per 6 pollici di squadratura, uno di questi pesava 377 libbre, e l'altro 375; il più pesante s'è rotto in 12 minuti sotto il carico di 5025 libbre, dopo essersi flesso di 17 pollici; il secondo che era il meno pesante, s'è rotto in 11 minuti sotto il carico di 4875 lib. dopo essersi flesso di 14 pollici.

Ho poi provato due pezzi di 10 piedi di lunghezza per la stessa squadratura di 6 pollici, il primo che pesava 188 libbre, ha sostenuto per 46 minuti un carico di 11475 libbre, e si è rotto fendendosi fino a una delle sue estremità; esso si è flesso di 8 pollici: il secondo che pesava 186 libbre, ha sopportato per 44 minuti un carico di 11025 libbre, si è flesso di 6 pollici prima di rompersi.

**XIX Esperimento.** Avendo provato due travetti di 18 piedi di lunghezza per 6 pollici di squadratura, il primo pesava 334 libbre, ha retto in 16 minuti un carico di 5625 libbre; esso era scoppiato prima, ma non ho potuto vedere rotture nelle fibre, di modo che dopo due ore e mezzo vedendo che era sempre allo stesso punto e che non si fletteva più in mezzeria, dove si era flesso di 12 pollici e 3 linee, volli vedere se si poteva raddrizzare, e feci togliere poco alla volta tutti i pesi di cui era carico; quando tutti i pesi furono tolti, era curvo solo di 2 pollici, e il giorno dopo si era raddrizzato al punto che in mezzeria vi erano solo 5 linee di curvatura. Lo feci ricaricare subito, e si ruppe dopo 15 minuti con un carico di 5475 libbre, mentre il giorno prima aveva sostenuto un carico maggiore di 250 libbre per 2,5 ore. Questo esperimento è in accordo con i precedenti, in cui si è visto che un pezzo che ha sopportato un grande carico per qualche tempo perde resistenza, anche senza farlo avvertire e senza scoppiare. Ciò prova altresì che il legno ha una molla che si ristabilisce fino a un certo punto, ma che questa molla essendo tesa quanto può esserlo senza rompersi, non può ristabilirsi perfettamente. Il secondo travetto che pesava 331 libbre, sopportò per 14 min il carico di 5500 libbre e si ruppe dopo essersi flesso di 10 pollici.

Avendo provato poi due travetti lunghi 9 piedi per 6 pollici di squadratura, il primo che pesava 166 libbre, in 56 min sopportò il carico di 13450 libbre e si ruppe dopo essersi flesso di 5 pollici e due linee; il secondo che pesava 164,5 libbre



sopportò per 51 min un carico di 12850 libbre e si ruppe dopo essersi flesso di 5 pollici.

**XX Esperimento.** Ho fatto rompere due travetti lunghi 16 piedi e 6 pollici di squadratura; il primo, che pesava 294 libbre, in 26 min ha sopportato 6250 libbre e s'è rotto dopo essersi flesso di 8 pollici; il secondo, che pesava 293 libbre, ha sopportato in 22 minuti un carico di 6475 libbre, e s'è rotto dopo essersi flesso di 10 pollici.

In seguito ho provato due travetti lunghi 8 piedi con la stessa squadratura di 6 pollici: il primo, che pesava 149 libbre, in 1 ora e 20 minuti ha sopportato un carico di 15700 libbre, e s'è rotto dopo essersi abbassato di 3 pollici e 7 linee; il secondo, che pesava 146 libbre, in 2 ore e 5 minuti ha sopportato 15350 libbre e s'è rotto dopo essersi flesso in mezzeria di 4 pollici e 2 linee.

**XXI Esperimento.** Ho preso 2 travetti lunghi 14 piedi e 6 pollici di squadratura; il primo, che pesava 255 libbre, in 46 minuti ha sopportato 7450 libbre, s'è rotto dopo essersi flesso in mezzeria di 10 pollici; il secondo, che pesava solo 254 libbre, in un'ora e 14 min ha sopportato 7500 libbre e s'è rotto solo dopo essersi flesso di 11 pollici e 4 linee.

In seguito ho provato due travetti lunghi 7 piedi e 6 pollici di squadratura: il primo che pesava 128 libbre, ha sopportato per 2 ore e 10 min un carico di 19250 libbre, e si è rotto dopo essersi flesso in mezzeria di 2 pollici e 8 linee; il secondo, che pesava 126 libbre e mezzo, ha sopportato in 1 ora e 48 min un carico di 18650 libbre e si è rotto dopo essersi flesso di 2 pollici.

**XXII Esperimento.** Infine ho provato due travetti di 12 piedi di lunghezza, e 6 pollici di squadratura; il primo, che pesava 224, ha sopportato per 46 minuti 9200 libbre, s'è rotto dopo essersi flesso di 7 pollici; il secondo, che pesava 221 libbre, ha sopportato per 53 minuti il carico di 9000 libbre e si è rotto dopo essersi flesso di 5 pollici e 10 linee.

Avrei voluto rompere travetti lunghi 6 piedi per confrontarli con quelli di 12 piedi, ma sarebbe stata necessaria una nuova attrezzatura, perché quella di cui mi servivo era troppo larga e non poteva passare entro i due cavalletti sui quali poggiavano le due estremità del pezzo.

Confrontando i risultati di tutti questi esperimenti si vede che il carico d'un pezzo di 10 piedi di lunghezza e 6 pollici di squadratura è il doppio e molto più di  $1/7$  di quello di un pezzo da 20 piedi; che il carico di un pezzo da 9 piedi è il doppio e ben più di  $1/6$  di quello di un travetto da 18 piedi; che il carico di un pezzo di 8 piedi è doppio e ben più di  $1/5$  di quello di un pezzo da 16 piedi, e infine che il carico di un pezzo di 7 piedi è doppio e ben più di  $1/4$  di quello di un pezzo di 14 piedi e 6 pollici di squadratura; così l'aumento della resistenza è ancora più grande

---

in proporzione che nei pezzi di 5 pollici di squadratura. Vediamo ora gli esperimenti fatti su pezzi di 7 pollici di squadratura.

**XXIII Esperimento.** Ho fatto rompere due travetti lunghi 20 piedi e di 7 pollici di squadratura: il primo che pesava 505 libbre ha sopportato per 37 minuti un carico di 8550 libbre, si è rotto dopo essersi flesso di 12 pollici e 7 linee; il secondo che pesava 500 libbre, ha sopportato per 20 minuti 8000 libbre e s'è rotto dopo essersi flesso di 12 pollici.

Ho poi provato due travetti lunghi 10 piedi e 7 pollici di squadratura: il primo, che pesava 254 libbre, ha sopportato per due ore e 6 minuti 19650 libbre, si è rotto dopo essersi flesso di 2 pollici e 7 linee prima di scoppiare, e si è abbassato di 13 pollici prima di rompersi del tutto; il secondo, che pesava 252 libbre, ha sopportato per 1 ora e 49 minuti un carico di 19300 libbre, si è rotto dopo essersi flesso di 3 pollici prima di scoppiare e di 9 pollici prima di rompersi del tutto.

**XXIV Esperimento.** Ho fatto rompere due travetti lunghi 18 piedi e 7 pollici di squadratura: il primo, che pesava 454 libbre, ha sopportato per 1 ora e 8 minuti un carico di 9450 libbre, e si è rotto dopo essersi flesso di 5 pollici e 6 linee prima di scoppiare e di 12 pollici prima di rompersi; il secondo, che pesava 450 libbre, ha sopportato per 54 minuti un carico di 9400 libbre, si è rotto dopo essersi flesso di 5 pollici e 10 linee prima di scoppiare e in seguito di 9 pollici e 6 linee prima di rompersi del tutto.

Ho poi provato due travetti lunghi 9 piedi e 7 pollici di squadratura: il primo, del peso di 227 libbre, ha sopportato per 2 ore e 45 min 22800 libbre, e si è rotto dopo essersi flesso di 3 pollici e 1 linea prima di scoppiare e di 5 pollici e 6 linee prima di rompersi del tutto; il secondo, del peso di 225 libbre, ha sopportato per 2 ore e 18 minuti un carico di 21900 libbre, e si è rotto dopo essersi flesso di 2 pollici e 11 linee prima di scoppiare e di 5 pollici e 2 linee prima di rompersi completamente.

**XXV Esperimento.** Ho fatto rompere due travetti lunghi 16 piedi e 7 pollici di squadratura: il primo pesava 406 libbre, ha sopportato per 47 min un carico di 11100 libbre e si è rotto dopo essersi flesso di 4 pollici e 10 linee prima di scoppiare e di 10 pollici prima di rompersi del tutto; il secondo che pesava 403 libbre, ha sopportato per 55 minuti un carico di 10900 libbre, e si è rotto dopo essersi flesso di 5 pollici e 3 linee prima di scoppiare e di 11 pollici e 5 linee prima della rottura completa.

Ho poi provato due travetti lunghi 8 piedi e stessa squadratura di 7 pollici: il primo che pesava 204 libbre ha sopportato per 3 ore e 10 minuti 26150 libbre, e si è rotto dopo essersi flesso di 2 pollici e 9 linee prima di rompersi, e di 4 pollici prima di rompersi del tutto; il secondo, che pesava 201,5 libbre, ha sopportato per 3 ore e

4 minuti 25950 libbre, e si è rotto dopo essersi flesso di 2 pollici e 6 linee prima di scoppiare e di 3 pollici e 9 linee prima di rompersi del tutto.

**XXVI Esperimento.** Ho fatto rompere due travetti lunghi 14 piedi e 7 pollici di squadratura: il primo che pesava 351 libbre ha sopportato per 41 minuti un carico di 13600 libbre, e si è rotto dopo essersi flesso di 4 pollici e 2 linee prima di scoppiare e di 7 pollici e 3 linee prima di rompersi; il secondo, che pesava anch'esso 351 libbre, ha sopportato per 58 minuti un carico di 12850 libbre e si è rotto dopo essersi flesso di 3 pollici e 9 linee prima di scoppiare e di 8 pollici e 1 linea prima di rompersi del tutto.

Ho fatto poi fare due travetti lunghi 7 piedi e squadratura di 7 pollici: il primo era caricato con 28000 libbre quando di colpo la macchina crollò: l'anello di ferro si era spaccato nettamente nei suoi due rami, quantunque fosse di un buon ferro quadro, grosso 18 linee e  $\frac{2}{3}$ , cioè 348 linee quadrate per ciascun ramo, in totale 696 linee di ferro che si sono rotte sotto questo peso di 28000 libbre che agiva perpendicolarmente; quest'anello aveva circa 10 pollici di larghezza e 13 pollici di altezza, e aveva quasi la stessa grossezza dappertutto. Notai che si era rotto quasi a metà dei rami perpendicolari, e non negli angoli dove naturalmente pensavo che si sarebbe dovuta rompere; notai anche con qualche sorpresa che si poteva concludere da questo esperimento che una linea quadrata di ferro non doveva sopportare che 40 libbre, ciò che mi sembrò così contrario alla verità, che mi determinai a fare qualche esperimento sulla resistenza del ferro, che riferirò in seguito.

Non sono riuscito a far rompere i miei travetti lunghi 7 piedi e squadratura di 7 pollici: questi esperimenti sono stati fatti nella mia campagna, dove mi è stato impossibile trovare del ferro più grosso di quello che avevo usato, e fui costretto ad accontentarmi di fare un altro anello uguale al precedente, con cui ho eseguito il resto dei miei esperimenti sulla resistenza del legno.

**XXVII Esperimento.** Ho provato due travetti lunghi 12 piedi e squadratura di 7 pollici: il primo che pesava 302 libbre, ha sopportato per 1 ora e 2 minuti il carico di 16800 libbre, si è rotto dopo essersi flesso di 2 pollici e 11 linee prima di scoppiare e di 7 pollici e 6 linee prima di rompersi del tutto; il secondo, che pesava 301 libbre, ha sopportato per 55 minuti un carico di 15550 libbre, si è rotto dopo essersi flesso di 3 pollici e 4 linee prima di scoppiare e di 7 pollici prima di rompersi del tutto.

Confrontando tutti questi esperimenti su pezzi con squadratura di 7 pollici, trovo che il carico di un pezzo da 10 piedi di lunghezza è il doppio più  $\frac{1}{6}$  di quello di un pezzo da 20 piedi; che il carico di un pezzo da 9 piedi è il doppio e quasi  $\frac{1}{5}$  di quello di un pezzo da 18 piedi; che il carico di un pezzo da 16 piedi è il doppio e

---

molto più di 1/5 di quello di un pezzo da 8 piedi; da ciò si vede che non solo l'unità che serve da misura all'aumento della resistenza e che è qui il rapporto tra la resistenza di un pezzo da dieci piedi e il doppio della resistenza di un pezzo da 20 piedi; che non solo – dico – quest'unità aumenta, ma anche che l'aumento della resistenza si accresce sempre via via che i pezzi diventano più grossi. Si deve osservare qui che le differenze proporzionali degli aumenti della resistenza dei pezzi da 7 pollici sono inferiori in confronto agli aumenti della resistenza dei pezzi da 6 pollici, che questi ultimi non siano in confronto a quelli da 5 pollici; ma deve essere così, come si vedrà dal confronto che faremo della resistenza con lo spessore dei pezzi.

Veniamo infine all'ultima parte dei miei esperimenti, su pezzi di squadratura di 8 pollici.

**XXVIII Esperimento.** Ho fatto rompere due travetti lunghi 20 piedi e squadratura di 8 pollici; il primo, che pesava 664 libbre, ha sopportato per 47 minuti un carico di 11775 libbre, e si è rotto dopo essersi flesso di 6,5 pollici prima di scoppiare e di 11 pollici prima di rompersi del tutto; il secondo, che pesava 660 libbre, ha sopportato per 44 min un carico di 11200 libbre e si è rotto dopo essersi flesso di 6 pollici prima di scoppiare e di 9 pollici e 3 linee prima di rompersi del tutto.

In seguito ho provato due pezzi da 10 piedi e squadratura di 8 pollici; il primo che pesava 331 libbre, ha sopportato in 3 ore e 20 minuti il carico enorme di 27800 lb, dopo essersi flesso di 3 pollici prima di scoppiare, e di 5 pollici e 9 linee prima di rompersi del tutto; il secondo, che pesava 330 libbre, ha sopportato per 4 ore e 5 o 6 minuti il carico di 27700 libbre, si è rotto dopo essersi prima flesso di 2 pollici e 3 linee prima di scoppiare e di 4 pollici e 5 linee prima di rompersi del tutto.

Questi due pezzi rompendosi hanno fatto un rumore enorme, era come tanti colpi di pistola a ogni scoppio che facevano, e questi esperimenti sono stati i più difficili e i più duri che abbia fatto; è stato necessario usare mille precauzioni per mettere gli ultimi pesi, perché temevo che l'anello di ferro si rompesse sotto questo carico di 27000 libbre, in quanto erano bastate 28000 libbre per rompere un anello simile. Avevo misurato l'altezza di quest'anello prima di fare questi due esperimenti, per vedere se il ferro si allungava per il peso di un carico così considerevole e così vicino a quello che era necessario per farlo rompere: ma avendo misurato una seconda volta l'anello dopo le prove, non ho trovato la minima differenza: l'anello aveva come prima 12,5 pollici di lunghezza, e gli angoli erano diritti come prima.

**XXIX Esperimento.** Ho provato due travetti lunghi 18 piedi e squadratura di 8 pollici: il primo, che pesava 594 libbre, ha sopportato per 54 minuti 13500 libbre, e si è rotto dopo essersi flesso di 4,5 pollici prima di scoppiare, e di 10 pollici e 2 linee

prima di rompersi del tutto; il secondo, che pesava 593 libbre, ha sopportato per 48 minuti 12900 libbre, e si è rotto dopo essersi flesso di 4 pollici e 1 linea prima di scoppiare, e di 7 pollici e 9 linee prima di rompersi del tutto.

**XXX Esperimento.** Ho fatto rompere due travetti lunghi 16 piedi e squadratura di 8 pollici: il primo, che pesava 528 libbre, ha sopportato in 1 ora e 8 minuti 16800 libbre, e si è flesso di 5 pollici e 2 linee prima di scoppiare e circa 10 pollici prima di rompersi del tutto; il secondo, che pesava soltanto 524 libbre, ha sostenuto in 58 minuti 15950 libbre, e si è rotto dopo essersi flesso di 3 pollici e 9 linee prima di scoppiare e di 7 pollici e 5 linee prima di scoppiare del tutto.

**XXXI Esperimento.** Ho fatto rompere due travetti lunghi 14 piedi e squadratura di 8 pollici: il primo, che pesava 461 libbre, ha sostenuto in 1 ora e 26 minuti un carico di 20050 libbre, e si è rotto dopo essersi flesso di 3 pollici e 10 linee prima di scoppiare, e di 8,5 pollici prima di rompersi del tutto. Il secondo che pesava 459 libbre, ha sostenuto per 1,5 ora 19500 libbre, e si è rotto dopo essersi flesso di 3 pollici e 2 linee prima di scoppiare, di 8 pollici prima di rompersi del tutto.

**XXXII Esperimento.** Infine ho provato due travetti lunghi 12 piedi e squadratura di 8 pollici: il primo che pesava 397 libbre, ha sostenuto per 2 ore e 5 minuti 23900 libbre, e si è rotto dopo essersi flesso di 3 pollici proprio prima di scoppiare, e di 6 pollici e 3 linee prima di rompersi del tutto; il secondo, che pesava 395 libbre e mezzo, ha sostenuto in 2 ore e 49 minuti 23000 libbre, e si è rotto dopo essersi flesso di 2 pollici e 11 linee prima di scoppiare, e di 6 pollici e 8 linee prima di rompersi del tutto.

Ecco tutti gli esperimenti che ho fatto su pezzi di legno di 8 pollici di squadratura. Avrei voluto far rompere pezzi da 9, 8 e 7 piedi di lunghezza e di questa stessa grossezza di 8 pollici, ma non fu possibile, perché mi mancavano le facilitazioni necessarie, e avrei avuto bisogno di attrezzature ben più robuste di quelle di cui mi ero servito, e sulle quali, come abbiamo visto, si mettevano in equilibrio circa 28000 libbre; presumo, infatti, che un pezzo lungo 7 piedi con squadratura di 8 pollici porti più di 45000 libbre. Si vedrà in seguito se le congetture che ho fatto sulla resistenza del legno per le dimensioni che non ho provato sono esatte o no.

Tutti gli autori che hanno scritto sulla resistenza dei solidi in generale, e del legno in particolare, hanno dato come fondamentale la seguente regola: la resistenza varia in rapporto inverso alla lunghezza, in rapporto diretto alla larghezza e in rapporto doppio dell'altezza. Questa regola è quella di Galileo, adottata da tutti i matematici, e sarebbe vera per dei solidi che fossero del tutto inflessibili e che si rompessero di colpo, ma nei solidi elastici, come il legno, è facile accorgersi che questa regola deve essere modificata sotto molti punti di vista. Bernoulli ha molto

bene osservato che nella rottura dei corpi elastici una parte delle fibre si allunga, mentre l'altra parte si accorcia, per così dire, ricalcandosi su se stessa. Guardate la sua memoria in quelle dell'Accademia, annata 1705.

Si vede dagli esperimenti precedenti che nei pezzi della stessa grossezza la regola della resistenza in rapporto inverso della lunghezza si osserva tanto meno quanto più i pezzi diventano corti. E' tutto diverso della regola della resistenza in rapporto diretto alla larghezza e al quadrato dell'altezza: ho calcolato la tabella settima allo scopo di assicurarmi della variazione di questa regola, si vedano in questa tabella i risultati degli esperimenti e al di sotto i prodotti che dà questa regola; ho preso per unità gli esperimenti fatti sui pezzi di squadratura di 5 pollici, perché ne ho fatto un numero maggiore su questa dimensione che sulle altre.

In questa tabella si può osservare che più i pezzi sono corti più la regola si avvicina al vero, e che nei pezzi più lunghi, come quelli da 18 e da 20 piedi, se ne allontana; tuttavia ci si può servire della regola generale con le modifiche necessarie per calcolare la resistenza dei pezzi di legno più grossi e più lunghi di quelli di cui io ho provato la resistenza; infatti gettando gli occhi su questa settima tabella, si vede un grande accordo tra la regola e gli esperimenti per le diverse grossezze, e regna un ordine abbastanza costante nelle differenze in rapporto alle lunghezze e alle grossezze, per giudicare della modifica che si deve fare a questa regola.

Si troverà nel volume seguente il seguito di questa memoria.

*PREMIÈRE TABLE,  
Pour les pièces de quatre pouces d'équarrissage.*

Longueurs des pièces.	Poids des pièces.	Charges.	Temps employé à charger les pièces.	Flèches de la courbure des pièces dans l'instant où elles commencent à rompre.
Pieds.	Livres.	Livres.	Heures. Minutes.	Pouces. Lignes.
7	60	5350	0 29	3 6
	56	5275	0 22	4 6
8	68	4600	0 15	3 9
	63	4500	0 13	4 8
9	77	4100	0 14	4 10
	71	3950	0 12	5 6
10	84	3625	0 15	5 10
	82	3600	0 15	6 6
12	100.	3050.	.....	7
	98	2925	.....	8

Fig. B.1 – Prima tavola sulla resistenza del legno (De Buffon, 1741, p.328)

SECONDE TABLE,  
Pour les pièces de cinq pouces d'équarrissage.

Longueurs des pièces.	Poids des pièces.		Charges.	Temps depuis le premier éclat jusqu'à l'instant de la rupture.		Flèches de la courbure avant que d'éclater.	
	Poids.	Livres.		Livres.	Heures. Minutes.	Pouces. Lignes.	
7	94	1177½	0 58	2 6			
	88½	1127½	0 5½	2 6			
8	104	9900	0 40	2 8			
	102	967½	0 39	2 11			
9	118	8400	0 28	3			
	116	832½	0 28	3 3			
	115	8200	0 26	3 6			
10	132	722½	0 21	3 2			
	130	7050	0 20	3 6			
	128½	7100	0 18	4			
12	156	6050	0 30	5 6			
	154	6100	...	5 9			
14	178	5400	0 21	8			
	176	5200	0 18	8 3			
16	209	442½	0 17	8 1			
	205	427½	0 15	8 2			
18	232	3750	0 11	8			
	231	3650	0 10	8 2			
20	263	327½	0 10	8 10			
	259	317½	0 8	10			
22	281	297½	0 18	11 3			
24	310	2200	0 16	11			
	307	212½	0 15	13 6			
26							
28	364	1800	0 17	18			
	360	1750	0 17	22			

Fig. B.2 – Seconda tavola sulla resistenza del legno (De Buffon, 1741, p.329)

TROISIÈME TABLE,  
Pour les pièces de six pouces d'équarrissage.

Longueurs des pièces.	Poids des pièces.		Charges.	Temps depuis le premier éclat jusqu'à l'instant de la rupture.		Flèches de la courbure avant que d'éclater.	
	Poids.	Livres.		Livres.	Heures. Minutes.	Pouces. Lignes.	
7	128	19250	1 49	2 9			
	126½	18650	1 38	2 6			
8	149	15700	1 12	2 4			
	146	15350	1 10	2 5			
9	166	13450	0 56	2 6			
	164½	12850	0 51	2 10			
10	188	1147½	0 46	3			
	186	1102½	0 44	3 6			
12	224	9200	0 31	4			
	221	9000	0 32	4 1			
14	255	7450	0 25	4 6			
	254	7500	0 22	4 2			
16	294	6250	0 20	5 6			
	293	647½	0 19	5 10			
18	334	562½	0 16	7 5			
	331	5500	0 14	8 6			
20	377	502½	0 12	9 6			
	375	487½	0 11	8 10			

Fig. B.3 – Terza tavola sulla resistenza del legno (De Buffon, 1741, p.330)

QUATRIÈME TABLE,  
Pour les pièces de sept pouces d'équarrissage.

Longueurs des pièces.	Poids des pièces.		Charges.	Temps depuis le premier éclat jusqu'à l'instant de la rupture.		Flèches de la courbure avant que d'éclater.	
	Poids.	Livres.		Livres.	Heures. Minutes.	Pouces. Lignes.	
7							
8	204	26150	2 6	2 9			
	201½	25950	2 13	2 6			
9	227	22800	1 40	3 1			
	225	21900	1 37	2 11			
10	254	19650	1 13	2 7			
	252	19300	1 16	3			
12	302	16800	1 3	2 11			
	301	15550	1	3 4			
14	351	13600	0 55	4 2			
	351	12850	0 48	3 9			
16	406	11100	0 41	4 10			
	403	10900	0 36	5 3			
18	454	9450	0 27	5 6			
	450	9400	0 22	5 10			
20	505	8550	0 15	7 10			
	500	8000	0 13	8 6			

Fig. B.4 – Quarta tavola sulla resistenza del legno (De Buffon, 1741, p.331)

**CINQUIÈME TABLE,**  
*Pour les pièces de huit pouces d'équarrissage.*

Longueurs des pièces.	Poids des pièces.		Charges.	Temps depuis le premier éclat jusqu'à l'instant de la rupture.	Flèches de la courbure avant que d'éclater.	
	Pieds.	Livres.			Livres.	Hauter. Minuter.
10	}	331	27800	2	50	3
		330	27700	2	58	2 3
12	}	397	23900	1	30	3
		395 $\frac{1}{2}$	23000	1	23	2 11
14	}	461	20050	1	6	3 10
		459	19500	1	2	3 2
16	}	528	16800	0	47	5 2
		524	15950	0	50	3 9
18	}	594	13500	0	32	4 6
		593	12900	0	30	4 1
20	}	664	11775	0	24	6 6
		660 $\frac{1}{2}$	11200	0	28	6

Fig. B.5 – Quinta tavola sulla resistenza del legno (De Buffon, 1741, p.332)

**SIXIÈME TABLE,**  
*Pour les charges moyennes de toutes les expériences  
 précédentes.*

Long. <sup>11</sup> des pièces.	GROSSEURS.				
	4 pouces.	5 pouces.	6 pouces.	7 pouces.	8 pouces.
Pieds.	Livres.	Livres.	Livres.	Livres.	Livres.
7	5312	11525	18950		
8	4550	9787 $\frac{1}{2}$	15525	26050	
9	4025	8308 $\frac{1}{2}$	13150	22350	
10	3612	7125	11250	19475	27750
12	2987 $\frac{1}{2}$	6075	9100	16175	23450
14	.....	5100	7475	13225	19775
16	.....	4350	6362 $\frac{1}{2}$	11000	16375
18	.....	3700	5562 $\frac{1}{2}$	9425	13200
20	.....	3225	4950	8275	11487 $\frac{1}{2}$
22	.....	2975			
24	.....	2162 $\frac{1}{2}$			
28	.....	1775			

Fig. B.6 – Sesta tavola sulla resistenza del legno (De Buffon, 1741, p.333)

**SEPTIÈME TABLE.**

*Comparaison de la résistance du bois, trouvée par les expériences  
 précédentes, & de la résistance du bois suivant la règle que  
 cette résistance est comme la largeur de la pièce, multipliée par  
 le carré de sa hauteur, en supposant la même longueur.*

*Nota. Les Astérisques marquent que les expériences n'ont pas été faites.*

Long. <sup>11</sup> des pièces.	GROSSEURS.				
	4 pouces.	5 pouces.	6 pouces.	7 pouces.	8 pouces.
Pieds.	Livres.	Livres.	Livres.	Livres.	Livres.
7	5312	11525	18950	32200	48100
	5901			31624 $\frac{1}{2}$	47649 $\frac{1}{2}$
8	4550	9787 $\frac{1}{2}$	15525	26050	39750
	5011 $\frac{1}{2}$			16912 $\frac{1}{2}$	40089 $\frac{1}{2}$
9	4025	8308 $\frac{1}{2}$	13150	22350	32800
	4253 $\frac{11}{15}$			14356 $\frac{1}{2}$	34031
10	3612	7125	11250	19475	27750
	3648			12312	29184
12	2987 $\frac{1}{2}$	6075	9100	16175	23450
	3110 $\frac{1}{2}$			10497 $\frac{1}{2}$	24883 $\frac{1}{2}$
14	.....	5100	7475	13225	19775
	.....			8812 $\frac{1}{2}$	20889 $\frac{1}{2}$
16	.....	4350	6362 $\frac{1}{2}$	11000	16375
	.....			7516 $\frac{1}{2}$	17817 $\frac{1}{2}$
18	.....	3700	5562 $\frac{1}{2}$	9425	13200
	.....			6393 $\frac{1}{2}$	15155 $\frac{1}{2}$
20	.....	3225	4950	8275	11487 $\frac{1}{2}$
	.....			5572 $\frac{1}{2}$	13209 $\frac{1}{2}$

Fig. B.7 – Settima tavola sulla resistenza del legno (De Buffon, 1741, p.334)



**C. TRADUZIONE DAL FRANCESE DELLA “MÉMOIRE”: RÉFLEXIONS ET EXPÉRIENCE SUR LA FORCE DU BOIS (1742) DI HENRI LOUIS DU HAMEL DU MONCEAU (1700–1782)**

**RIFLESSIONI ED ESPERIENZE SULLA RESISTENZA DEL LEGNO**

di H.L. du Hamel

19 Dicembre 1742

Nel lavoro che ho iniziato sul legname da costruzione contavo di esaminare a fondo quanto attiene alla resistenza del legno; ma avendo saputo che M. de Buffon meditava di seguire questa ricerca, e che si proponeva di eseguire su quest'argomento delle sperimentazioni in grande stile, l'ho incitato a perseguire il suo progetto e lo assicurai che gli lascio totalmente questa parte del mio lavoro, che meglio di qualsiasi altro avrebbe potuto portare alla sua perfezione.

In effetti io interruppi gli esperimenti che avevo cominciato, che – nello stato in cui erano – non potevo che considerare che come piccoli preliminari di un lavoro considerevole. Le riflessioni che avevo fatto nel tempo furono quasi dimenticate, ma i dettagli dei miei esperimenti, che consideravo come materiale perso, si sono conservati nei miei registri.

L'estate scorsa, in occasione di una memoria in cui M. de Buffon rendeva conto di una parte dell'enorme lavoro che ha fatto per definire la resistenza dei legni, mi sono trovato impegnato a riesumare ciò che la mia memoria poteva fornirmi delle riflessioni e degli esperimenti che avevo fatto su questa materia cinque o sei anni fa.

L'Accademia parve trovarvi qualche merito, e qualche giorno dopo M. de Buffon mi consigliò di cercare nei miei fogli i dettagli di questi piccoli esperimenti, per leggerli all'Accademia.

E' questo che mi autorizza a presentare alcune prove molto imperfette, i primi inizi di un grande lavoro che non ha avuto seguito, e infine alcuni esperimenti separati, che non meritano l'attenzione della Compagnia .

Galileo, che per primo ha voluto conoscere il rapporto esistente tra la forza diretta o assoluta dei corpi e la loro forza trasversale o rispettiva, ha supposto che le fibre si rompessero nello stesso istante.

I signori Mariotte e Leibnitz essendosi accorti che non esistono corpi così rigidi per quanto si sapesse, forse il vetro, che non si allungassero un poco prima di rompersi, hanno incluso questo elemento essenziale nel loro problema. Sembrava allora che questi illustri matematici avessero esaurito quest'argomento, così i signori Varignon e Parent adottarono i loro principi; tuttavia M. Bernoulli ha provato

---

che in un corpo prossimo alla rottura, per esempio in una trave, ci sono fibre che sono in contrazione e altre in dilatazione. Considerazioni diverse da quelle di M. Bernoulli mi hanno portato a pensare nello stesso modo, e mi hanno fatto nascere l'idea di alcuni esperimenti che sono l'oggetto di questa breve memoria. Vorrei, assumendo la teoria di M. Bernoulli, arrivare subito ai dettagli dei miei esperimenti; ma ho pensato che non potevo farne apprezzare l'utilità senza esporre alcune riflessioni che hanno preceduto gli esperimenti e che me li hanno fatti immaginare.

Io considero dapprima il pezzo di legno  $ab$  come se fosse formato da due parallelepipedi  $AB$  uniti alla loro base (*Fig. 1*); suppongo poi un punto d'appoggio in  $c$  e una potenza applicata in  $de$ , che tende a far abbassare queste due parti dei parallelepipedi.

E' chiaro che, abbassandosi  $de$ , le basi dei parallelepipedi si separeranno nel punto  $f$ , ma che resteranno unite nel punto  $c$ .

Ora, senza modificare la prima ipotesi, chiedo solo che s'immagini che questi due parallelepipedi siano perfettamente rigidi, e che ci sia in  $f$  un legame che li unisce (*Fig. 2*).

In quest'ipotesi le potenze  $de$  tenderanno a rompere il legame  $f$  mediante i bracci di leva  $ef$ ,  $df$ ; le basi dei parallelepipedi si adatteranno esattamente l'una contro l'altra e a causa della rigidità che si suppone in questi corpi, il punto d'appoggio sarà al di sopra del punto d'appoggio  $c$ .

Ma le fibre del legno sono estensibili, facciamo allora un'altra ipotesi: immaginiamo che i due parallelepipedi invece di essere trattieneuti dal legame  $f$  che abbiamo supposto non estendibile siano trattieneuti da una moltitudine di molle che sono tutte ugualmente dilatabili; sicuramente, quando le potenze  $de$  agiranno (*Fig. 3*), tutte le molle entreranno in dilatazione, ma in una proporzione tale che quelle più lontane dal punto  $c$  saranno le più dilatate, e quelle più vicine a questo punto, lo saranno infinitamente poco; in una parola, queste molle avranno un grado di dilatazione proporzionale alla loro distanza dal punto  $c$ . Bisogna sottolineare inoltre che le potenze  $de$  agiscono sulle molle con i bracci di leva  $dc$  ed  $ec$ , che le basi dei parallelepipedi si appoggiano l'una contro l'altra nel punto  $c$  e che le leve di resistenza si estendono dal punto  $c$  al punto  $g$ , e dal punto  $c$  al punto  $h$ ; da ciò si vede chiaramente che le molle agiranno con tanta maggior forza per resistere alle potenze  $de$ , quanto più saranno lontane dal punto  $c$  (*Fig. 4*).

## RIFLESSIONE

Se si fosse sicuri che le fibre del legno resistano tanto più quanto più esse sono allungate dalla tensione, che il massimo della loro resistenza sia il punto

in cui esse stanno per rompersi, sarebbe certo che sarebbe la fibra rappresentata dalla molla  $gh$  che resisterebbe maggiormente alle due potenze  $de$ , sia a causa del suo essere posta all'estremità delle leve di resistenza  $eg$ ,  $ch$ , sia a causa del fatto che, di certo, è quella maggiormente in tensione.

Ma è un dato sperimentale costante che una fibra che è stata allungata poco, ritorna all'incirca al suo stato iniziale quando viene rilasciata, e che invece conserva parte dell'allungamento quando è stata tesa fino a un certo punto: se ne vede un esempio in una verga di legno che, quando è stata piegata leggermente, ritorna al suo stato iniziale, e che, quando è stata piegata maggiormente, conserva una parte della curvatura che le è stata data (*Fig. 4*).

Si vede anche dagli esperimenti di M. de Buffon che un pezzo di legno rimasto caricato per qualche tempo con la metà o i due terzi del carico necessario per romperlo, se in seguito lo si carica, non sosterrà un peso così grande come avrebbe fatto se fosse stato caricato subito; ciò prova che le fibre rimaste in tensione per qualche tempo s'indeboliscono considerevolmente.

La fibra  $gh$  potrebbe quindi aver perso la sua reazione quando le altre fibre meno tese godono ancora di questa proprietà: quindi, se si potesse paragonare una fibra di legno a un filo di metallo teso, è certo che esso perde la sua grossezza via via che si allunga, e che più diminuisce di grossezza, più diventa debole.

Così potrebbe darsi che una fibra troppo tesa non sia nello stato di maggior resistenza, e se è così, non si può più stabilire quale delle fibre che sono distribuite da  $c$  fino a  $gh$  è capace di questa resistenza maggiore.

Abbiamo supposto fino ad ora che i parallelepipedi fossero perfettamente rigidi; il legno non lo è, le sue fibre sono estensibili e comprimibili, anche secondo la loro lunghezza, e per meglio far capire il mio pensiero, farò ancora un'ipotesi diversa dalle precedenti.

Per questo, occorre immaginare i due parallelepipedi separati l'uno dall'altro e uniti soltanto da molle simili, che suppongo indifferenti a contrarsi e a dilatarsi. Sicuramente, quando le potenze  $de$  agiscono, le molle che sono verso  $c$  si contrarranno e quelle che sono verso  $f$  si dilateranno (*Fig. 5*), come succede, all'incirca, a un pezzo di cera molle che viene piegato, in quanto l'effetto della compressione si rende evidente all'interno della curva dal rigonfiamento della cera, e la dilatazione appare all'esterno mediante l'appiattimento di questa medesima cera.

Ci sono quindi delle fibre in compressione, e delle fibre che sono in dilatazione; è evidente, mi pare, che la quantità di fibre in compressione o in dilatazione in un pezzo di legno caricato, varia a seconda che le fibre siano più dilatabili che comprimibili, o più comprimibili che dilatabili: cosicché, se le fibre

---

fossero più comprimibili che estensibili, ci sarebbero molte fibre in compressione e poche in dilatazione; al contrario, se le fibre fossero più estensibili che comprimibili, ci sarebbero molte fibre in dilatazione e poche in compressione.

Sarebbe sicuramente utile poter distinguere, anche solo pressappoco, la somma delle fibre che sono in compressione da quelle che sono in dilatazione, ossia conoscere che proporzione c'è tra la comprimibilità delle fibre e la loro dilatabilità.

Queste sono cose che non possono essere chiarite dalla teoria e bisogna ricorrere alla sperimentazione. Il celebre fisico Musschenbroeck ha eseguito un gran numero di esperimenti da cui si può trarre gran partito per chiarire il problema in esame; io ne ho eseguiti alcuni che sembrano avere un rapporto ancora più diretto, e senza dubbio dopo gli esperimenti di M. de Buffon si avranno poche cose da desiderare su questo interessante argomento; ma prima di riferire su quelli che ho fatto, devo far notare una circostanza che ha delle conseguenze nel caso presente.

Nell'ipotesi che ho fatto alla fine (*Fig. 6*), quando le potenze *de* agiranno, le molle che sono verso *c* entreranno in compressione, mentre quelle verso *f* entreranno in dilatazione, quindi le molle *f* tenderanno con la loro reazione ad avvicinare i parallelepipedi, mentre le molle *c* tenderanno, anch'esse per la loro reazione, ad allontanarli. Pertanto, se si dividessero i parallelepipedi mediante la linea punteggiata *ik*, supponendo che le porzioni *de* non fossero unite alle porzioni *lm* se non con una materia viscosa capace di cedere sotto l'azione delle molle, queste due porzioni *de* e *lm* scivolerebbero una sull'altra; questo scivolamento è sensibile in un mazzo di carte che viene piegato, in tavole posate di piatto che vengono caricate, e talora ho visto la stessa cosa capitare nei miei esperimenti; quando ho voluto far rompere delle barrette di quercia di Provenza molto dure e molto secche, queste barrette resistevano per lungo tempo senza piegarsi, e prima di rompersi nella parte convessa nel punto *f*, si staccava nella parte concava una grossa scheggia che scivolava e la barretta si rompeva di colpo (*Fig. 7*).

Quest'osservazione prova:

1°: che c'è una notevole quantità di fibre in compressione.

2°: che la forza di coesione delle fibre di legno tra loro influisce molto sulla resistenza del legno, in modo che un pezzo di legno formato da fibre legnose molto forti, ma poco aderenti tra loro, potrebbe rompersi sotto un carico che un altro pezzo, le cui fibre fossero più deboli, ma meglio unite, potrebbe sopportare. Si vede infine che in certi casi le fibre che sono in compressione soffrono molto, poiché sono queste che si rompono per prime: tutto ciò offrirà meno difficoltà quando si

conosceranno i nostri esperimenti: bisogna dunque che cominci a esporne i particolari.

Ho scelto del salice preferendolo ad altre specie di legno:

1°: perché mi sembrava che avesse una densità più uniforme della quercia o dell'abete, in quanto i cerchi che indicano la crescita annua erano meno evidenti nel salice che nelle altre specie sopra indicate.

2°: il legno di salice è flessibile senza essere molto duro, e queste due qualità sono sembrate favorevoli al mio proposito.

3°: avevo a disposizione quantità di salici della stessa età, della stessa grossezza, abbattuti nello stesso tempo, ugualmente secchi, condizioni tutte essenziali per i miei esperimenti, e che mi sarebbe stato pressoché impossibile riunire, se fosse stato importante usare legno di quercia.

4°: per i miei esperimenti non avrebbe avuto alcuna conseguenza aver legno molto difficile da rompere.

Ho dunque scelto in una grande quantità di rami di salice, dei pezzi di legno lunghi 3 piedi e tutti più o meno della stessa grossezza, e diritti, in modo che il cuore del ramo si trovasse al centro delle barre; ne ho fatto preparare 24 barre, lunghe 3 piedi e un pollice e mezzo di squadratura, ho fatto segnare il centro di ogni barra con un tratto di compasso.

Mi proponevo dapprima di conoscere che peso occorreva per rompere questi pezzi di legno nella loro interezza; per questo li ho fatti portare da ogni estremità di tre quarti di pollice su due buoni piedi diritti molto solidi; ho fatto passare queste barrette in un anello di ferro quadrato che mettevo precisamente a metà, e quest'anello portava un gancio cui venivano agganciati i pesi: tralascio i particolari delle quantità di precauzioni prese, da cui dipendeva l'esattezza degli esperimenti per venire all'effettuazione.

*Barrette intere*

Numero	Forza
1 . . . . .	530 <sup>l</sup>
2 . . . . .	563
3 . . . . .	529
4 . . . . .	413
5 . . . . .	559
6 . . . . .	555

} 524<sup>l</sup> e 5/6

---

La barretta n. 4 aveva un piccolo difetto.

Avendo trovato tramite l'esperimento appena descritto che la resistenza media risultante da queste 6 barre era 524 libbre e 5/6, ecco il ragionamento che ho fatto.

Se la somma delle fibre che sono in compressione nelle barre di questa grossezza si estende fino a un terzo del loro spessore, io posso, senza diminuirne la resistenza, segarne questa quantità, purché riempi il tratto della sega con un pezzo di legno che possa sostituire quello che la sega ha staccato, fornendo un punto d'appoggio altrettanto solido.

Ho effettuato questo esperimento ed ho segato due barre di un terzo del loro spessore, ed ho riempito il tratto della sega con un pezzo di quercia molto secco: ecco i risultati.

*Barrette segate a un terzo del loro spessore*

Numero	Forza	
1 . . . . .	571 <sup>l</sup>	} 551 <sup>l</sup>
2 . . . . .	531	

Sebbene ci fosse un piccolo difetto nella n. 2, queste barrette segate a un terzo del loro spessore sono state non solo altrettanto resistenti di quelle che erano rimaste intere, ma hanno superato di 27 libbre la resistenza di quelle del primo esperimento.

Il successo di questo esperimento mi ha spinto a provare che le fibre che erano in compressione non passassero il terzo di queste barrette, così ne ho segate due a metà spessore.

*Barrette segate a metà spessore*

Numero	Forza	
1 . . . . .	575 <sup>l</sup>	} 542 <sup>l</sup>
2 . . . . .	509	

La n. 2 si è rotta sotto il suo peso, avendo un piccolo nodo nascosto nella parte inferiore.

La n. 1 si è scheggiata sotto il carico di 575 libbre, e in seguito si è piegata al punto da sfilarsi dai suoi appoggi, nonostante poggiasse su essi di tre quarti di pollice.

Tolto dall'anello rimase incurvata e poiché non era rotta completamente la forzai in senso contrario per raddrizzarla, e c'era più di una linea e mezzo tra il cuneo e i bordi della fenditura che era stata fatta dalla sega e che il cuneo riempiva. Quest'allargamento deriva dalla compressione del cuneo o dalla compressione delle fibre della barretta che erano state in dilatazione? Cercherò in seguito di rispondere a questa domanda.

Indipendentemente da queste riflessioni, tanto in relazione alla n. 2 che aveva un difetto, quanto alla n. 1 che non ha fatto che scheggiarsi, le due barrette segate a metà del loro spessore hanno sostenuto 18 libbre più di quelle che erano rimaste intere.

Credevo che fosse fondato pensare che se avessi segato delle barrette uguali oltre la metà dello spessore le avrei indebolite molto, tuttavia per rendermene più certo ne ho segate sei a tre quarti del loro spessore. Ecco qual è stata la loro resistenza:

*Barrette segate a tre quarti del loro spessore*

Numero	Forza	
1 . . . . .	555 <sup>l</sup>	}
2 . . . . .	529	
3 . . . . .	576	
4 . . . . .	535	
5 . . . . .	576	
6 . . . . .	413	

530<sup>l</sup> e 4/6

E' opportuno far notare che il cuneo che riempiva la linea della sega della barretta n. 1 non era forzato, di modo che questa barretta prima di essere caricata era perfettamente diritta, mentre la maggior parte delle altre era stata obbligata, dal forzamento del cuneo, a curvarsi un poco; se questo cuneo avesse forzato maggiormente, è probabile che la barretta avrebbe sopportato un peso maggiore.

La n. 2 non si è rotta sotto il peso di 529 libbre che abbiamo indicato: si è solo scheggiata ed è uscita da sopra i suoi supporti piegandosi.

---

Ho voluto essere certo se in questo stato avrebbe potuto ancora sostenere qualche carico, così – essendosi linea della sega molto allargata - l'ho riempita con un cuneo più grosso.

Caricata con 413 libbre si piegò molto, si scheggiò ancora e scappò da sopra i punti d'appoggio senza rompersi.

Poche fibre rimasero intere, tuttavia avendo ancora riempito la fessura con un cuneo più grosso della seconda volta, la caricai con 380 libbre, e si ruppe completamente, e una fibra di legno lunga circa 8 pollici e grossa quasi come il dito piccolo era uscita tutta intera da uno dei pezzi.

Da ciò si vede che le fibre di legno prese secondo la loro lunghezza, sono capaci di grande resistenza quando sono per il loro verso.

Si vede tutti i giorni, forse senza prestare troppa attenzione, dai cerchi delle botti che resistono a violenti colpi di mazzette che li forzano ad avanzare su un piano che è molto poco inclinato, o piuttosto su un conoide che ha l'effetto di un cuneo molto appuntito.

Questo esperimento mi ha fatto ritenere che le mie barrette resisterebbero di più se io le scaricassi prima della rottura, per riempire con un cuneo più grosso la linea della sega che la pressione aveva allargato.

In quest'ottica ho caricato la barretta n. 3 con 435 libbre, peso che sopportò agevolmente; la scaricai per sostituire al primo cuneo un altro più grosso, e in questo stato non si ruppe che a un carico di 576 libbre, come ho segnato. Se l'avessi scaricata più volte per metterci dei cunei più grossi, avrebbe sicuramente portato un peso più elevato; perché credo che se fosse possibile aumentare le dimensioni del cuneo via via che le fibre si allungano o si ritirano, le barrette sopporterebbero un peso molto grande.

La n. 4 è stata rotta normalmente.

La n. 5 è stata rotta con la sola precauzione di forzare il cuneo. Infine si aveva intenzione di rompere la n. 6 con le stesse precauzioni della n. 3, ma si ruppe sotto un carico di 413 libbre a causa di difetti interni.

In occasione di questo incidente devo far notare che il più piccolo difetto ha grandi conseguenze per una barretta che resiste solo per mezzo della tensione di un piano di fibre che ha solo 4 linee e mezzo di spessore.

Malgrado ciò, e comprendendo anche la barretta n. 6, si vede che la resistenza media di queste barrette segate a tre quarti, supera di 6 libbre quella delle barrette intere; e quando si supponessero queste due resistenze medie uguali, i miei esperimenti proverebbero ancora che le fibre che sono in compressione si stendono molto avanti in un pezzo di legno che si vuol far rompere.



Questo farebbe avanzare una proposta ben paradossale: dire che s'irrobustisce un pezzo di legno, che lo si renderà capace di sostenere un peso più grande segandolo della metà o di tre quarti del suo spessore; tuttavia, è ciò che annunciano i miei esperimenti, e ciò che più importa, è facile far vedere che la cosa deve essere così, perché credo che quest'aumento di resistenza dipenda da una piccola circostanza: eccola (*Fig. 8*):

La linea della sega *a* produce un'apertura che è uguale in alto e in basso, io la riempio con un cuneo che è necessariamente un po' più largo sia in alto sia in basso, quindi io forzo più le fibre della barretta nella parte superiore *a* che nella parte *b*; io metto quindi il punto d'appoggio principale all'estremità della leva di resistenza, cosa che dovrebbe produrre un aumento della forza.

Se forzo il cuneo, ricalco le fibre che devono essere in compressione, impedisco alla barretta di piegarsi quanto farebbe senza questa compressione, faccio in modo che le fibre che sono in dilatazione siano tese più direttamente, che raggiungano più di una tensione uguale e perciò rendo la mia barretta capace di una resistenza maggiore.

Se scarico la mia barretta per inserire un cuneo più grosso, multiplico questo vantaggio, e aumento ancora la resistenza della barretta.

Ho detto che la linea della sega si allarga principalmente con la ricalcatura delle fibre; riferisco le ragioni che me lo fanno pensare, e con ciò terminerò la mia memoria.

Per far capire il mio pensiero, suppongo i due parallelepipedi (*Fig. 9*) perfettamente rigidi *AB* un po' staccati l'uno dall'altro, collegati l'uno all'altro da un legame duttile, per esempio, una lamina di piombo *C*, riempio lo spazio che si trova tra i due parallelepipedi con un cuneo *D* che suppongo incompressibile come i parallelepipedi.

E' chiaro che quando le potenze *de* agiranno, il legame *C* si stenderà, le parti superiori *EF* della base dei parallelepipedi si allontaneranno dal cuneo, mentre la parte inferiore di queste basi *GH* resterà attaccata al cuneo.

Disposte così le cose, se si rialzano i due parallelepipedi per metterli in orizzontale com'erano inizialmente, le basi diventeranno parallele. Facciamo ora un'altra ipotesi, supponiamo che il legame e il cuneo non possono essere cedevoli, ma che i parallelepipedi sono comprimibili: è chiaro che quando le potenze *de* agiranno, la parte superiore della base dei parallelepipedi *EF* resterà attaccata al cuneo mentre le parti inferiori si contrarranno; e se si rimettono i parallelepipedi in posizione orizzontale, le parti *EF* non avranno abbandonato il cuneo, mentre le parti *GH* se ne saranno allontanate: è ciò che è accaduto alle barrette dei miei esperimenti; ciò che mi fa pensare che l'allargamento della linea della sega deriva

principalmente dalla contrazione delle fibre, ciò che proverebbe che le fibre di legno si possono comprimere, se se ne dubitasse ancora dopo gli esperimenti che Musschenbroeck ha fatto per stabilire questa verità.

Gli esperimenti che ho appena illustrato mi hanno stimolato a farne altri sulle travi, sui bagli, sugli alberi delle navi e sui pennoni di collegamento, ma non sono abbastanza avanzati da renderne conto all'Accademia.

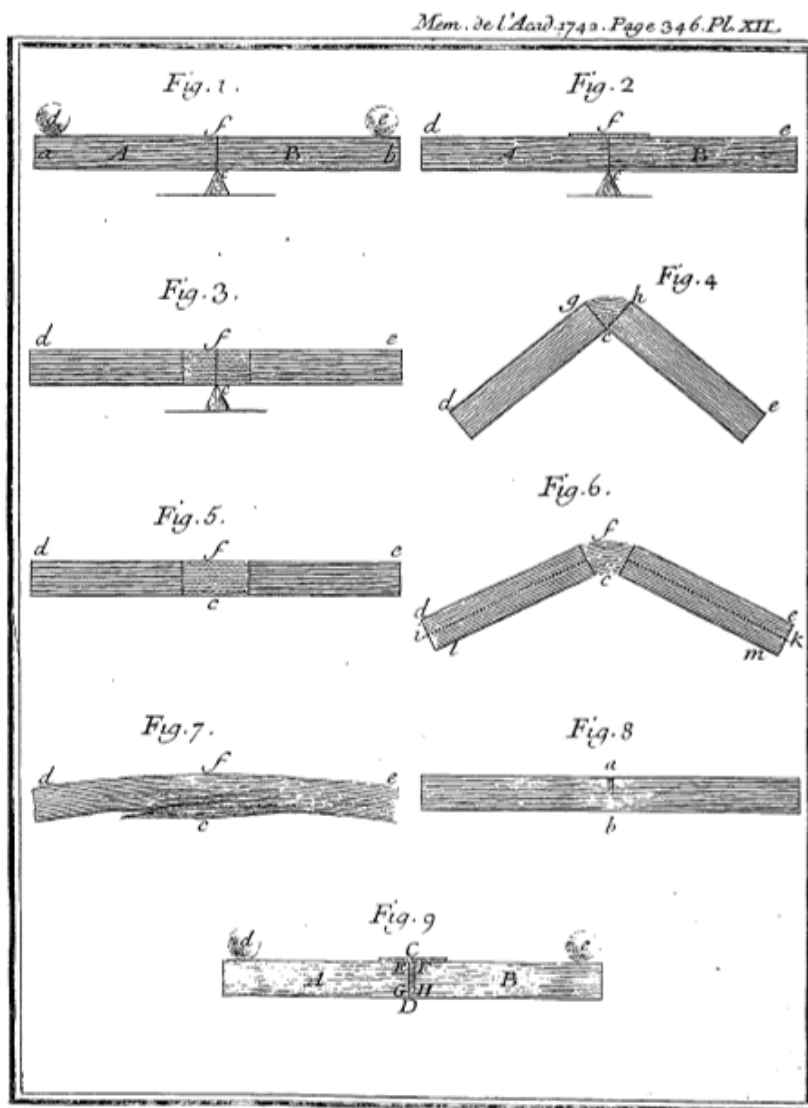


Fig. C.8 – Illustrazioni della “Mémoire”: Riflessioni e sperimentazione sulla resistenza del legno (Du Hamel, 1742, p.346)