
Inhaltsverzeichnis**Heft 3, Band 43 (2023)**

WOLFGANG RIEMER	Wahrscheinlichkeit entsteht, wenn aus Erfahrung Erwartung wird	2
NORBERT HENZE	Eckpunkte einer Stochastikausbildung für Lehramtsstudierende	10
HANS - DIETER SILL	Vergleich der Bildungsstandards von 2004 und 2022 zum Stochastikunterricht in der Primarstufe	23
JOACHIM ENGEL	Bericht von der IASE Satellite Conference	28
GIULIA FEDRIZZI, LUISA CANAL, ROCCO MICCIOLO	UEFA EURO 2020: Ein spannendes Spiel zwischen Fußball und Wahrscheinlichkeit	29
JOACHIM ENGEL	Bericht vom World Statistics Congress	35

Rezensionen

JOACHIM ENGEL	Statistics for Empowerment and Social Engagement	36
---------------	--	----

Vorwort der Herausgeberin

Liebe Leserin, lieber Leser,

im dritten Heft dieses Jahres finden Sie wieder vielfältige Beiträge zum Lernen und Lehren im Bereich der Stochastik. Ganz besonders freue ich mich, dass mit den ersten drei Beiträgen uns noch einmal die Herbsttagung aus dem Jahr 2022 in Erinnerung gerufen wird, denn es sind die Verschriftlichungen dreier Vortragenden der Tagung.

Im ersten Beitrag stellt Wolfgang Riemer einige Unterrichtsideen aus der Bereich der Sekundarstufe vor. Er zeigt dabei, wie Vorerfahrungen aus der Primarstufe und der Lebenswirklichkeit nahtlos in "den" Wahrscheinlichkeitsbegriff der Sekundarstufe überführt werden können. Sehr gut kann sich vielleicht auch noch der eine oder andere Leser an die Experimente in der Pause während der Herbsttagung erinnern. Im zweiten Beitrag stellt Norbert Henze die für ihn wesentlichen Inhalte einer Stochastikausbildung für Lehramtsstudierende vor.

Der dritte Beitrag von Hans-Dieter Sill befasst sich mit den Inhalten der Stochastik in den Bildungsstandards und den daraus erwachsenden Problemen und Konsequenzen für den Unterricht in der Primarstufe. Dabei betrachtet er auch die Überarbeitung der Standards im Jahr 2022. In dem vierten Beitrag wurde die UEFA Euro 2020 genutzt, um darzustellen, wie durch ein aktuelles Thema Schülerinnen und Schüler zur Beschäftigung mit der Stochastik motiviert werden können. Es geht hierbei um Analysetechniken rund um die geschossenen Tore.

In der Ausgabe stellt Joachim Engel noch zwei kurze Berichte von Tagungen vor und es gibt noch eine Rezension eines neu erschienenen Buches zur Statistik im Springer-Verlag.

Ich wünsche Ihnen viel Freude beim Lesen der Artikel.

Greifswald, im Oktober 2023

Grit Kurtzmann

UEFA EURO 2020: Ein spannendes Spiel zwischen Fußball und Wahrscheinlichkeit

GIULIA FEDRIZZI¹, LUISA CANAL², ROCCO MICCIOLO^{1,2}

Original: Teaching Statistics 44 (2022), 119–125

<https://doi.org/10.1111/test.12315>

Übersetzung: Birgit Griese und Joachim Engel

Zusammenfassung: Fußball kann als eine der populärsten Sportarten spannende Beispiele liefern, Schülerinnen und Schüler zum Lernen von Statistik motivieren. Für diesen Artikel haben wir die Anzahl der in der Endrunde der UEFA EURO 2020 erzielten Tore sowie die Wartezeiten zwischen den Toren unter Berücksichtigung zensierter Daten analysiert. Der Datensatz ermöglicht die Betrachtung einiger Aspekte von Zähldaten, wie sie in Einführungskursen thematisiert werden (wie z. B. die Poisson-Verteilung), wie auch von fortgeschrittenen Themen (z. B. die Überlebensanalyse unter Berücksichtigung des Vorhandenseins von zensierten Daten). Mithilfe der Daten aus der Endphase der UEFA EURO 2020 können Schülerinnen und Schüler auf unterschiedlichem Niveau Wissen und Verständnis zu einer Reihe von Schlüsselthemen und Analysetechniken erwerben, Kenntnisse zu den zugrundeliegenden theoretischen Annahmen entwickeln und Fertigkeiten zur Modellierung von Zähldaten erlernen.

1 Einleitung

Fußball ist weltweit eine der beliebtesten Sportarten, Millionen füllen die Stadien und Tribünen, Tausende spielen selbst aktiv.

In der Welt des Fußballs wird Statistik allorts genutzt, um verschiedene deskriptive Indikatoren zu berechnen. Zum Beispiel kann man Informationen zur Passgenauigkeit finden, zum Ballbesitz, zu Freistößen oder Ecken, zu Abseitssituationen und vieles andere mehr. Andererseits werden Wahrscheinlichkeiten in größerem Umfang im Bereich der Sportwetten genutzt, und Fußball ist eine Sportart, die sich gut für verschiedene Arten von Glücksspielen eignet.

Mit diesem Artikel wollen wir zeigen, wie die UEFA EURO 2020 ein spannendes Beispiel sein kann, um Schülerinnen und Schülern Zähldaten und Zählprozesse näherzubringen. In einem Kurs auf grundlegendem Niveau kann die Lehrkraft das einfachste Zählmodell vorstellen, nämlich den Poisson-Prozess, in dem die Anzahl der Tore, die in einem bestimmten

Zeitintervall fallen, ausgewertet werden. Dieses Modell basiert auf der Annahme, dass die Ereignisse (in unserem Fall die Tore) zu zufälligen Zeiten mit einer konstanten Häufigkeit auftreten, die aus den Daten geschätzt werden kann. In einer einführenden Unterrichtsreihe kann der Vergleich zwischen den beobachteten und den erwarteten Häufigkeiten von Toren in einem Spiel auf deskriptive Aspekte begrenzt bleiben. In weiterführendem Unterricht können formale Anpassungstests durchgeführt werden; im vorliegenden Fall können sowohl der weitverbreitete Chi-Quadrat-Test als auch spezifischere Tests eingesetzt werden.

Darüber hinaus liefert die UEFA EURO 2020 weit mehr Daten als nur die Anzahl der Tore pro Spiel: Sie liefert auch die Zeiten zwischen den Toren, die im Falle eines Poisson-Prozesses stochastisch unabhängig sind und durch eine Exponentialverteilung beschrieben werden können. Für den Unterricht bedeutet dies eine Gelegenheit, die Exponentialverteilung einzuführen und, abhängig von der Lerngruppe, die nicht-parametrische Schätzung durch die Überlebensfunktion.

Dieser Artikel ist jedoch nicht als Anleitung gedacht, wie man Statistik für die Modellierung von Fußballergebnissen verwendet, für die Modellierung von Angriffs- und Verteidigungsfähigkeiten, oder für statistische Voraussagen. Indem wir die Poisson-Verteilung annehmen, betrachten wir ein Fußballspiel als die Zeitspanne der Poisson-Verteilung, wobei das Ergebnis die Gesamtanzahl der Tore des Spiels ist. Da wir auch die Zeiten zwischen den Toren eines Spiels betrachten, lassen wir zensierte Daten zu.

Auf einem höheren Niveau lässt sich dieser Datensatz als schönes Beispiel nutzen, um statistische Techniken (wie z. B. gewichtete Regression oder allgemeine lineare Modelle für Zähldaten) zu illustrieren. Bei der Untersuchung dieser Daten können die Lernenden, anhängig von dem Niveau des Kurses, Wissen und Verständnis für eine Reihe von Schlüsselthemen und analytische Techniken der Statistik erwerben, sowie ihre Kenntnisse der theoretischen Annahmen, auf denen sie basieren, ausbauen und die Fertigkeiten lernen, die man zur Modellierung von Zähldaten benötigt.

2 Datenquelle

Die Endrunde der 60. Europäischen Fußballmeisterschaft der UEFA EURO 2020 fand zwischen dem 11. Juni und dem 11. Juli 2021 statt. Insgesamt gab es 51 Spiele: 36 in der Gruppenphase und 15 in der K.O.-Runde (16 Teams in Achtel-, Viertel-, Halbfinale, Finale). Alle Spiele der Gruppenphase dauerten

¹ Universität Leeds, Vereinigtes Königreich.

² Universität Trient, Rovereto, Italien.

90 Minuten, während Spiele in der K.O.-Runde bei einem Unentschieden nach Ende der regulären Spielzeit auf eine Gesamtspielzeit von 120 (=90+30) Minuten verlängert werden.

Die Zeiten, an denen die Tore fielen, wurden der UEFA-Webseite (<https://www.uefa.com/uefa-euro/history/seasons/2020/>) entnommen. Für Tore, die in der Verlängerung der ersten Halbzeit fielen, wurde der Zeitpunkt $t=45$ min angenommen; für Tore aus der Verlängerung der zweiten Halbzeit entsprechend $t=90$ min.

Die Daten wurden mit R, Version 4.1.1 (R Core Team, 2021) analysiert.

3 Analyse der Anzahl der Tore in der Endrunde der UEFA EURO 2020

3.1 Reguläre Spielzeit

Eine zentrale Annahme der Poisson-Modellierung ist, dass die Ereignisse unabhängige Beobachtungen desselben Prozesses in einem ausgewählten Zeitintervall sind. In der Gruppenphase werden die 24 zugelassenen Mannschaften in sechs Gruppen zu je vier Teams eingeteilt; innerhalb jeder Gruppe werden sechs Spiele durchgeführt. Daher würden wir bei Annahme desselben Poisson-Prozesses dieselben Anzahlen von Toren in jeder Gruppe erwarten. Die folgenden Anzahlen von Toren wurden in den Gruppen beobachtet: 16, 22, 8, 15, 14 und 19.

An dieser Stelle kann eine Diskussion darüber angeregt werden, ob diese Daten tatsächlich als Beobachtungen desselben Prozesses aufgefasst werden können. Je nach Hintergrund der Lernenden und Niveau des Kurses können sich mögliche Antworten auf eine deskriptive Ebene oder auf inferentielle Vorgehensweisen beziehen. In Kursen für Fortgeschrittene, in denen allgemeine lineare Modelle behandelt werden, kann eine ANOVA für Poisson-Beobachtungen durchgeführt werden. Zusätzlich, falls die Lernenden über Erfahrungen mit R und Simulationen verfügen, kann man anregen, Simulationen durchzuführen, um zu bewerten, wie häufig der beobachtete Unterschied von 14 (oder mehr) Toren unter der Annahme desselben Poisson-Prozesses auftritt. In unserem Fall hat keiner dieser Ansätze hinreichend Evidenz ergeben, die Annahme zu verwerfen.

Als ein Resultat können wir nun die Häufigkeitsverteilung der Anzahlen der Tore pro Spiel in den 51 Spielen der Gruppenphase und der K.O.-Runde untersuchen, die während der regulären Spielzeit fielen (Tabelle 1). Insgesamt fielen 135 Tore, daher beträgt die durchschnittliche Anzahl von Toren pro Spiel 2,65. Die Lehrkraft kann vorschlagen, dass die Ler-

nenden auch die Varianz der Anzahl der Tore bestimmen, was zu einem Wert von 2,43 führt, der ziemlich nahe am Durchschnittswert liegt; ein solches Ergebnis liefert keine Evidenz gegen die Annahme, dass die Daten Poisson-verteilt sind. Daher können wir nun mithilfe einer Poisson-Verteilung, in der μ gleich dem beobachteten Durchschnittswert 2,65 gesetzt wird, die Wahrscheinlichkeit berechnen, dass x Tore fallen, $0 \leq x \leq 6$. Die Summe dieser Wahrscheinlichkeiten ist ungefähr 0,981, so dass die Lehrkraft die Notwendigkeit, noch extremere Fälle (mit mehr als 6 Toren pro Spiel) zu betrachten, diskutieren kann. Diese Wahrscheinlichkeiten sind in der dritten Spalte von Tabelle 1 aufgeführt, wobei der letztgenannte Wert sich auf 6 oder mehr Tore bezieht. Die erwarteten Häufigkeiten werden bestimmt, in dem die Wahrscheinlichkeiten mit 51 (der Gesamtanzahl der Spiele) multipliziert werden (letzte Spalte in Tabelle 1).

# Tore	beobachtet	P	erwartet
0	3	0,071	3,61
1	9	0,188	9,57
2	15	0,248	12,66
3	10	0,219	11,17
4	7	0,145	7,39
5	4	0,077	3,91
6+	3	0,053	2,68

Tab. 1: Beobachtete und erwartete Häufigkeiten von Toren in der UEFA EURO 2020 K.O.-Phase (reguläre Spielzeit)

Aus deskriptiver Perspektive stimmen die beobachteten und die erwarteten Häufigkeiten gut überein. Je nach Kenntnisstand der Lernenden kann auch ein formaler Anpassungstest gerechnet werden; z. B. beträgt die Chi-Quadrat-Statistik 0,753 (bei 5 Freiheitsgraden) für die Daten aus Tabelle 1, was keine Evidenz gegen die Annahme einer Poisson-Verteilung liefert. An dieser Stelle muss die Lehrkraft deutlich machen, dass ein solches Ergebnis nicht bedeutet, dass die Daten tatsächlich Poisson-verteilt sind; je nach Hintergrund der Lernenden ist dies auch eine Gelegenheit, den Chi-Quadrat-Test als Standard-Anpassungstest zu thematisieren. Es gibt einen speziell für die Poisson-Verteilung geeigneten Test, der sich zunutze macht, dass das arithmetische Mittel und die Varianz gleich sind. Namentlich Fisher (1950) hat sich mit diesem Test auf Abweichung der Varianz beschäftigt, dem sogenannten *Dispersionsindex* (Agresti 2015). Dieser Index wird verwendet, um die Homogenität der Beobachtungen zu prüfen und wird auch als Varianztest auf Homogenität bezeichnet. Bezeichnen $y_1, y_2, \dots, y_n$ n Beobachtungen aus einer Poisson-Verteilung, dann ist der Dispersionsindex definiert als

$$D = \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - \bar{y})^2}{\bar{y}},$$

wobei $\bar{y}$ das arithmetische Mittel ist. D ist annäherungsweise χ^2 -verteilt mit $n-1$ Freiheitsgraden. In unserem Fall gilt für den Dispersionsindex $D=45,96$ (bei 50 Freiheitsgraden) mit einem dazugehörigen p-Wert von 0,636, was keinen Hinweis auf eine Ablehnung des Poisson-Modells liefert.

3.2 Reguläre Spielzeit und Verlängerung

Bisher haben wir nur die Tore berücksichtigt, die in der regulären Spielzeit gefallen sind. Allerdings gab es in der K.O.-Phase der UEFA EURO2020 acht Spiele, in denen eine Verlängerung nötig war. In diesem Abschnitt berücksichtigen wir die Anzahlen der Tore, die in jedem Spiel fielen, unabhängig von der Spielzeit von 90 oder 120 Minuten.

In Tabelle 2 sind alle 51 Spiele der Gruppenphase und der K.O.-Runde berücksichtigt. Die Häufigkeitsverteilung der beobachteten Anzahlen von Toren pro Spiel wird separat für die 43 Spiele ohne und die 8 Spiele mit Verlängerung aufgelistet. Die zugehörigen erwarteten Häufigkeiten wurden unter Annahme einer Poisson-Verteilung zum Parameter μ bestimmt, wobei μ die Anzahl der Tore pro Minute ist. Die

Schätzung dieses Parameters ($\hat{\mu}=0,0294$) ist der Quotient aus der Gesamtzahl der Tore (142) und der Gesamtzahl der gespielten Minuten (4830). Die erwarteten Häufigkeiten in Bezug auf x Tore wurden für die 43 Spiele ohne Verlängerung mithilfe einer Poisson-Verteilung mit einem arithmetischen Mittel von 2,65 ($=0,0294 \cdot 90$) berechnet, siehe vierte Spalte in Tabelle 2. Bei den erwarteten Häufigkeiten für die 8 Spiele mit Verlängerung wurde ein Mittelwert von 3,53 ($=0,0294 \cdot 120$) zugrunde gelegt, siehe siebte Spalte in Tabelle 2. Die letzten beiden Spalten in Tabelle 2 enthalten die beobachteten und die erwarteten Häufigkeiten der Anzahlen von Toren in den 51 Spielen. Wieder stimmen die Häufigkeiten gut überein. Je nach Wissensstand der Lernenden kann ein Chi-Quadrat-Test für die Anpassungsgüte durchgeführt werden. Für die Daten aus Tabelle 2 liefert dies (nachdem die letzten drei Häufigkeiten zusammengefasst wurden) einen Wert von 1,032 (mit 5 Freiheitsgraden), was keine Evidenz gegen die Annahme einer Poisson-Verteilung liefert.

# Tore	Spiele mit 90 Minuten Spielzeit			Spiele mit 120 Minuten Spielzeit			alle Spiele	
	beobachtet	P	erwartet	beobachtet	P	erwartet	beobachtet	erwartet
0	2	0,071	3,05	0	0,029	0,23	2	3,29
1	9	0,188	8,07	0	0,104	0,83	9	8,90
2	10	0,248	10,68	3	0,183	1,46	13	12,14
3	10	0,219	9,42	3	0,215	1,72	13	11,14
4	7	0,145	6,23	0	0,190	1,52	7	7,75
5	4	0,077	3,30	0	0,134	1,07	4	4,37
6	1	0,034	1,45	1	0,079	0,63	2	2,08
7	0	0,013	0,55	0	0,040	0,32	0	0,87
8+	0	0,006	0,25	1	0,028	0,22	1	0,48

Tab. 2: Beobachtete und erwartete Häufigkeiten von Toren in der UEFA EURO 2020 K.O.-Phase

In fortgeschritteneren Kursen, in denen die Theorie der allgemeinen linearen Modelle behandelt wird, kann die Passung einer Poisson-Verteilung bewertet werden, indem als Modell-Familie Poisson mit Link-Funktion „log“ ausgewählt wird. Die Anzahl der Tore ist die abhängige Variable, wobei der natürliche Logarithmus der Zeitdauer des Spiels als y-Achsenabschnitt aufgefasst wird. In unserem Fall betrug die Abweichung des Modells 47 (bei 50 Freiheitsgraden), was nicht gegen die Annahme einer Poisson-Verteilung spricht.

Die Poisson-Verteilung ist die einfachste Verteilung für die Modellierung von Zähldaten. In fortgeschrittenen Kursen können Fälle, in denen Überdispersion in den Daten vorliegt, betrachtet werden, und die negative Binomialverteilung oder die Waring-Verteilung können thematisiert werden (Canal & Micciolo

1999). Jedoch ist bei der UEFA EURO 2020 die Varianz der Anzahl der Tore kleiner als das arithmetische Mittel. In Promotionsstudiengängen kann auch ein Modell, das auf der allgemeinen Poisson-Verteilung basiert, behandelt werden (Consul & Jain 1973, Harris et al. 2012). Solch ein Modell kann sowohl Über- als auch Unterdispersion der Zähldaten durch einen Parameter δ berücksichtigen, der positive Werte (bei Überdispersion), Null (Äquidispersion) oder negative Werte (bei Unterdispersion) annehmen kann. Für den Fall der Daten zur UEFA EURO 2020 beträgt der Schätzwert für diesen Parameter -0,055, mit einem dazugehörigen Konfidenzintervall von [-0,25; 0,15] und einem P-Wert für den Test der Hypothese $\delta=0$ von 0,299, was keine Evidenz gegen das sparsamere Poisson-Modell liefert.

4 Analyse der Zeitspannen zwischen den Toren

Zusätzlich zu den Anzahlen der Tore in einem Spiel können wir auch die Zeiten zwischen den Toren betrachten. In einem Poisson-Prozess sind diese unabhängig und exponentiell verteilt mit einer Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$, wobei t die „Zeit bis zum Ereignis“ und λ der Kehrwert des arithmetischen Mittels der Zeit bis zum Ereignis ist. In diesem Fall ist die Überlebenswahrscheinlichkeit $P(T > t)$ (d.h. hier die Wahrscheinlichkeit, dass bis zur Zeit t kein weiteres Tor fällt) gegeben durch $S(t) = e^{-\lambda t}$. Diese Beziehung kann genutzt werden, um die die Passung einer exponentiellen Verteilung zu bewerten. Nach Logarithmieren von $S(t) = e^{-\lambda t}$ erhalten wir $-\log(S(t)) = \lambda t$, und ein Plot der Schätzwerte von $-\log(S(t))$ in Abhängigkeit von der Zeit t zeigt eine lineare Trendlinie (mit einer Steigung von λ).

In unserem Fall entspricht die „Zeit bis zum Ereignis“ in Form eines Tors (in Minuten) der Wartezeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Toren, oder zwischen dem Beginn eines Spiels und dem ersten Tor. Ein Charakteristikum von Überlebensdaten ist, dass das interessierende Ereignis nicht in jeder statistischen Einheit auftritt. Diese Eigenschaft nennt man Zensierung. Zensierung kann aufgrund von zeitlichen oder anderen Einschränkungen auftreten, abhängig von der Art der Studie. In unserem Fall ist es nicht möglich, die Zeit zwischen dem Beginn eines Spiels und dem ersten Tor zu messen, wenn in dem Spiel kein Tor fällt. Daher definieren wir gemessene Wartezeiten von 90 bzw. 120 Minuten als zensierte Daten. Auf ähnliche Weise wird für den Fall, dass das letzte Tor z. B. nach 75 Minuten fällt und es keine Verlängerung gibt, eine zensierte Zeit von 15 Minuten in die Berechnungen einbezogen. Im Fall der UEFA EURO 2020 gab es 142 Tore während einer Gesamtspielzeit von 4830 Minuten, wenn man sich auf reguläre Spielzeiten und Verlängerungen bezieht. Daher beträgt die durchschnittliche Rate 0,0294 Tore pro Minute, was dem Schätzer für den Parameter λ der Exponentialverteilung entspricht. Der Kehrwert dieses Wertes (34,0) misst, wie viele Minuten im Durchschnitt zwischen einem Tor und dem nächsten vergehen.

Wenn man Überlebensanalyse unterrichtet und sowohl Wartezeiten als auch zensierte Zeiten eingeführt hat, ist es möglich, den nicht-parametrischen Kaplan-Meier Produkt-Grenzwert Schätzer (engl.: *product limit estimator*) (Kaplan & Meier 1958) zu veranschaulichen und somit die Überlebenskurve zu schätzen. Für unseren Fall ist diese Kurve in Abbildung 1 dargestellt.

Bei der Interpretation der Ergebnisse aus Abbildung 1 müssen wir bedenken, dass die statistische

Einheit dieser Analyse die Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Toren (oder gegebenenfalls die zensierte Zeit des entsprechenden Spiels) ist. In unserer Analyse gibt es insgesamt 188 Beobachtungen (i. e. Zeiten): 142 sind Wartezeiten zwischen zwei Toren, und die übrigen 46 Zeiten sind zensierte Zeiten (es gab fünf Spiele, bei denen ein Tor ganz am Ende des Spiels fiel). Die Überlebenskurve aus Abbildung 1 zeigt die geschätzte kumulierte Wahrscheinlichkeit, dass nach t Minuten Wartezeit seit dem letzten Tor kein weiteres Tor fällt. Diese Wahrscheinlichkeit ist 1 für $t=0$ und nimmt bei wachsendem t monoton ab.

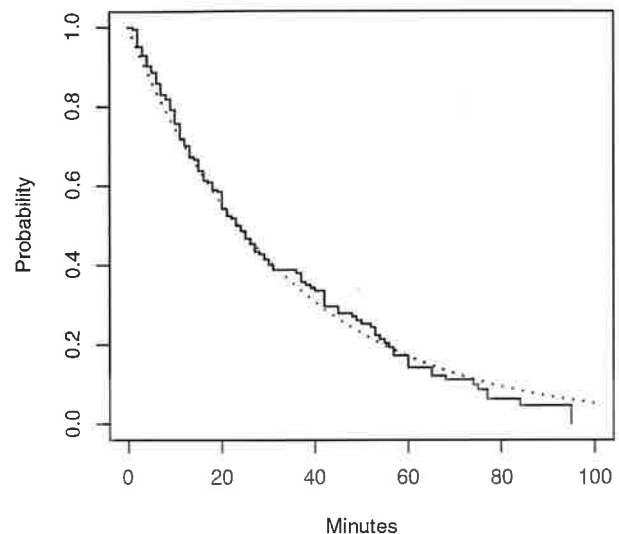


Abb. 1: Kaplan-Meier-Überlebenswahrscheinlichkeit in Bezug auf die Wartezeit zwischen den Toren aus der Endphase der UEFA EURO 2020 (durchgezogene Linie) und Überlebenswahrscheinlichkeit einer exponentiell verteilten Zufallsgröße mit $\lambda=0,0294$ (gepunktete Linie)

Die kürzeste Wartezeit betrug 1 Minute, aus dem Viertelfinalspiel zwischen Belgien und Italien: Belgien schoss am Ende der ersten Halbzeit ein Tor (in der 45. Minute), eine Minute, nachdem Italien ein Tor gelungen war. Die längste Wartezeit betrug 95 Minuten, im Spiel der Gruppenphase zwischen Italien und Österreich: Das erste Tor fiel erst in der Verlängerung durch Italien, 95 Minuten nach dem Anstoß. Die geschätzte mittlere Wartezeit betrug 24 Minuten.

Daher beträgt die geschätzte Wahrscheinlichkeit, dass man mindestens 24 Minuten warten muss, bis das nächste Tor fällt, 0,5. Bei einer durchschnittlichen Rate von 0,0294 Toren pro Minute als Wert für λ können wir die erwartete exponentielle Überlebenskurve als Referenz zur empirischen Kurve plotten (Abbildung 1). Es gibt eine gute Übereinstimmung zwischen den erwarteten und geschätzten Werten. Der Median der Überlebenszeit ist $-\log(0,5)/\lambda$, hier 23,6 Minuten, was eine gute Passung zum beobachteten Wert von 24 Minuten darstellt. Die Regressionskurve (Abbildung 2) besteht aus den geschätzten Werten für $-\log(S(t))$ in Abhängigkeit von der Zeit t

und hat eine geschätzte Steigung von 0,0331 Toren/Minute, was sehr ähnlich ist zu der beobachteten durchschnittlichen Rate von 0,0294 Toren/Minute. Wenn dieser Ansatz gewählt wird, ist dies eine gute Möglichkeit, die zugrundeliegenden Annahmen zu erörtern, z. B. die übliche Methode der kleinsten Quadrate. Insbesondere kann diskutiert werden, ob Homoskedastizität angenommen werden kann. Die Anzahl der Beobachtungen nimmt mit der Zeit ab, so dass die Genauigkeit der Schätzung von $S(t)$ ebenfalls geringer wird. Daher kann eine bessere Schätzung der Steigung erreicht werden, wenn man die Methode der gewichteten kleinsten Quadrate wählt, bei der die Gewichtung antiproportional zur Varianz zum jeweiligen Punkt vorgenommen wird. In unserem Fall beträgt die so geschätzte Steigung 0,0300, was näher an der erwarteten Steigung von 0,0294 liegt.

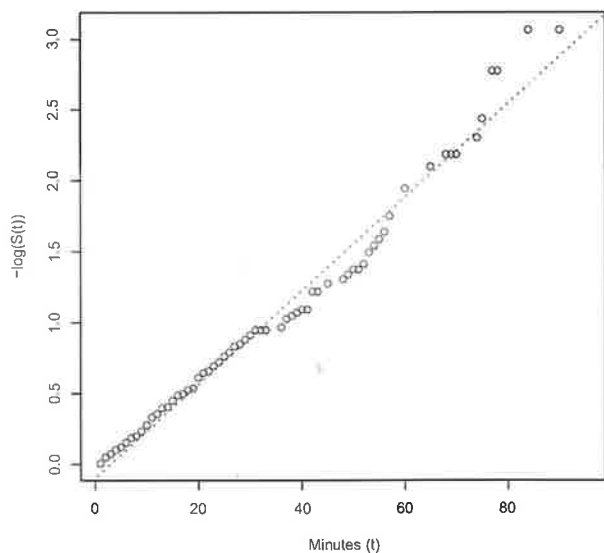


Abb. 2: Plot der geschätzten Werte von $-\log(S(t))$ in Abhängigkeit von der Wartezeit zwischen den Toren aus der Endrunde der UEFA EURO 2020 (Kreise) mit zugehöriger Regressionslinie

In einem Poisson-Prozess sind die Zeiten zwischen den Ereignissen exponentiell verteilt und unabhängig. Bisher haben wir uns der Annahme der exponentiellen Verteilung gewidmet. Ein Schritt, um die Unabhängigkeit zu untersuchen, besteht darin, die Wartezeiten bis zum nächsten Ereignis in Abhängigkeit von der letzten Zeit zwischen zwei Ereignissen zu plotten, aber dieses Vorgehen ist nicht für jedes Spiel möglich. Stattdessen können wir die 51 Spiele als eine Folge auffassen (Chu-Chun-Lin 1999). Dann bezieht sich die Analyse auf die kumulierten Zeiten, zu denen Tore fielen (also von dem ersten Tor nach 53 Minuten bis zum letzten 4777 Minuten nach dem ersten Anstoß). Bei einem Poisson-Prozess liefert der Plot der Wartezeiten in Abhängigkeit von der vorherigen Wartezeit eine Gerade mit konstanter Steigung, wobei der y -Achsenabschnitt der durchschnittlichen

Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Toren entspricht. Man sollte überlegen, wie die Reihenfolge der parallel stattfindenden Spiele gehandhabt werden kann, die für den letzten Spieltag einer Gruppe in der Gruppenphase angesetzt sind. In einem Poisson-Prozess hängt das Ergebnis jedoch nicht von der Reihenfolge ab. Das kann man an den Daten der UEFA EURO 2020 verifizieren, indem man die 64 unterschiedlichen Reihenfolgen untersucht. Die hier beschriebene Vorgehensweise kann auch dafür genutzt werden, um die Wartezeiten zwischen Toren ohne zensierte Zeiten zu analysieren (und mit einem Spiel als statistische Einheit).

5 Diskussion und Folgerungen

UEFA-Fußballdaten können auf unterschiedlichen Niveaus als spannender Kontext genutzt werden, um einige Aspekte von Zählraten zu untersuchen. Bei der Betrachtung der Verteilung der Anzahl der Tore pro Spiel zeigt die Poisson-Verteilung (die erste Verteilung für Zählraten ist, die man kennenlernt) eine gute Passung zu den Daten.

Dennoch muss aus fachlicher Perspektive betont werden, dass, auch wenn die Daten keine Evidenz gegen eine Poisson-Modellierung liefern, dies nicht bedeutet, dass die Daten tatsächlich Poisson-verteilt sind. Man darf also nicht behaupten, dass die 51 Spiele der UEFA EURO 2020 unabhängige homogene Poisson-Prozesse mit einer konstanten Tor-Wahrscheinlichkeit pro Zeiteinheit (die sich von einem Spiel zum anderen nicht unterscheidet) sind, denn Fußballspiele sind Systeme von hochgradig kooperativen, zueinander in wechselseitiger Beziehung stehenden in Einheiten.

Die gute Passung der Exponentialverteilung bei der Modellierung der Wartezeiten zwischen Toren entspricht aus theoretischer Sicht den Erwartungen, könnte jedoch in Anbetracht der gedächtnislosen Eigenschaft des exponentiellen Modells als kontra-intuitiv und unrealistisch angesehen werden. Tatsächlich offenbart Abbildung 2 einige kleine aber konsistente Abweichungen vom exponentiellen Modell. Allerdings sollte bedacht werden, dass die Messungen der Zeiten ungenau sein können, denn die tatsächlichen Spielzeiten werden nicht erhoben, und es gibt zensierte Daten.

Wir möchten anmerken, dass die Daten der UEFA EURO 2020 hier als roter Faden auf einer Reise durch einige Schlüsselthemen und analytischen Techniken der Statistik dienen. Unsere Untersuchungen beabsichtigen nicht, eine gute Modellierung von Fußballdaten zu bieten. Das Ergebnis eines Fußballspiels hängt von einer Reihe von Faktoren ab, z. B. von der Fähigkeit der Mannschaften (insbesondere in

Bezug auf Angriff und Verteidigung), von der Verfügbarkeit von mehr oder weniger starken Spielerinnen und Spielern und von den Taktiken der Trainerinnen und Trainer. Es scheint eine sehr anspruchsvolle Aufgabe zu sein, den Ausgang eines Spiels mit einem probabilistischen Modell zu beschreiben, wenn man die Komplexität des Spiels und Vielfalt der Einflussfaktoren bedenkt. Viele Autorinnen und Autoren fokussieren auf die Vorhersage von Spielergebnissen (im Sinne von: Heimsieg, Unentschieden oder Auswärtssieg) in den nationalen Ligen und beziehen sich dabei auf Daten über den längeren Zeitraum einer gesamten Saison, also von Monaten oder Jahren (Soraiva et al. 2016, Wheatcroft 2021). Beispielsweise hat Goddard (2005) Kovariate der Torbasierten Mannschaftsleistung benutzt, um die Spielergebnisse Heimsieg, Unentschieden der Auswärtssieg vorherzusagen. Koopman und Lit (2015) haben ein statistisches Modell für die Analyse und Vorhersage von Fußballergebnissen entwickelt, indem sie Zeitreihen mit Intensitätskoeffizienten analysierten, die sich mit der Zeit stochastisch verändern. Zur Modellierung von Daten der FIFA-Weltmeisterschaft haben van der Wurp et al. (2020) Copularegression verwendet, um Abhängigkeit im Modell zu berücksichtigen, und so auch Wahrscheinlichkeiten für Spielergebnisse zu erhalten. Rue und Salvesen (2000) haben ein dynamisches verallgemeinertes lineares Bayes-Modell vorgeschlagen, um die zeitabhängigen Fähigkeiten aller Teams einer Liga zu schätzen. Auch haben sich zahlreiche Autorinnen und Autoren mit Fußballwetten beschäftigt (Chalikias et al. 2020, Dixon & Coles 1997, Dixon & Robinson 1998).

Eine grundlegende Annahme des Exponentialmodells und des daraus resultierenden Poisson-Modells ist das Konzept der Unabhängigkeit der Ereignisse. Unabhängigkeit ist nützlich bei der Modellierung von Experimenten (wie des Ergebnisses eines Münzwurfs oder eines Zufallsexperiments), die eigentlich nicht zufällig sind, aber (zumindest prinzipiell) exakt vorhergesagt werden können, sofern man die Parameter kennt. Dennoch wird in der Realität Abhängigkeit oft nicht in Betracht gezogen, oft aus Gründen kognitiver Täuschung (Tversky & Kahneman 1974); ein berühmtes Beispiel in Bezug auf Basketball ist als „hot hand“ (Gilovich et al. 1985) bekannt geworden, kürzlich auch als „hot shoe“ im Fußball (Ötting & Groll 2021).

Die gute Passung des Poisson-Modells kann zumindest teilweise durch bestimmte Eigenschaften der Fallstudie erklärt werden: Die Mannschaften der Endrunde wurden in Qualifikationsspielen ermittelt, so dass ihre Fähigkeiten relativ ähnlich sind; die Zeitspanne der Spiele der Endrunde war vergleichsweise kurz, so dass die Mannschaften ihre Fähigkeiten nicht

erheblich weiterentwickeln konnten; es gibt keine Unterschiede zwischen Heim- und Auswärtsspielen; und die Fähigkeiten der zwei Mannschaften eines Spiels wurden gemittelt, indem nur die Gesamtzahl der Tore betrachtet wurde, und die Tore nicht separat gezählt wurden.

Wir hoffen, in diesem Artikel gezeigt zu haben, wie Daten aus der Endrunde der UEFA EURO 2020 einen ansprechenden Kontext für das Unterrichten von Statistik auf unterschiedlichen Niveaus genutzt werden können.

Danksagung

Die Autor:innen danken für das Open Access Funding der Università degli Studi di Trento im Rahmen der CRUI-CARE-Vereinbarung.

Literatur

- Agresti, A. (2015): Foundations of Linear and Generalized Linear Models, John Wiley & Sons Inc., Hoboken, New Jersey.
- Canal, L.; Micciolo, R. (1999): Probabilistic models to analyze psychiatric contacts, *Epidemiol. Psychiatr. Sci.* 8, 47–55.
- Chalikias, M.; Kossieri, E.; Lalou, P. (2020): Football matches: Decision making in betting, *Teach. Stat.* 42, 4–9.
- Chu-Chun-Lin, S. (1999): Rendezvous of the Poisson and exponential distributions at the World Cup of Soccer, *Teach. Stat.* 21, 60–62.
- Consul, P. C.; Jain, G. C. (1973): A generalization of the Poisson distribution, *Technometrics* 15, 791–799.
- Dixon, M. J.; Coles, S. G. (1997): Modelling Association football scores and inefficiencies in the football betting market, *Appl. Stat.* 46, 265–280.
- Dixon, M. J.; Robinson, M. E. (1998): A birth process model for association football matches, *Statistician* 47, 523–538.
- Fisher, R. A. (1950): The significance of deviations from expectations in a Poisson series, *Biometrics* 6, 17–24.
- Gilovich, T.; Vallone, R.; Tversky, A. (1985): The hot hand in basketball: On the misperception of random sequences, *Cogn. Psychol.* 17, 295–314.
- Goddard, J. (2005): Regression models for forecasting goals and match results in association football, *Int. J. Forecast.* 21, 331–340.
- Harris, T.; Yang, Z.; Hardin, J. W. (2012): Modeling underdispersed count data with generalized Poisson regression, *Stata J.* 12, 736–747.
- Kaplan, E. L.; Meier, P. (1958): Nonparametric estimation from incomplete observations, *J. Am. Stat. Assoc.* 53, 457–481.
- Koopman, S. J.; Lit, R. (2015): A dynamic bivariate Poisson model for analysing and forecasting match results in the English Premier League, *J. R. Stat. Soc. A* 178, 167–186.
- Ötting, M.; Groll, A. (2021): A regularized hidden Markov model for analyzing the ‘hot shoe’ in football, *Stat.*

Model., 1471082X211008014. [First Published May 19, 2021].
<https://doi.org/10.1177/1471082X211008014>.

R Core Team (2021): R: A language and environment for statistical computing, R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. <https://www.R-project.org/>

Rue, H.; Salvesen, O. (2000): Prediction and retrospective analysis of soccer matches in a league, *Statistician* 49, 339–418.

Saraiva, E. F.; Suzuki, A. K.; Filho, C. A. O.; Louzada, F. (2016): Predicting football scores via Poisson regression model: applications to the National Football League, *Commun. Stat. Appl. Methods* 23, 297–319.

Tversky, A.; Kahneman, D. (1974): Judgment under uncertainty: heuristics and biases, *Science* 185 (1974), 1124–1131.

van der Wurp, H.; Groll, A.; Kneib, T.; Marra, G.; Radice, R. (2020): Generalised joint regression for count data: a penalty extension for competitive settings, *Stat. Comput.* 20, 1419–1432.

Wheatcroft, E. (2021): Forecasting football matches by predicting match statistics, *J. Sports Anal.* 7, 77–97.

Wiley (*Teaching Statistics*) hat den Autoren die Publikation einer deutschen Fassung in *Stochastik in den Schule* genehmigt

Anschriften der Verfasser:innen

Giulia Fedrizzi

University of Leeds, Vereinigtes Königreich

<https://orcid.org/0000-0003-1610-0068>

Luisa Canal

University of Leeds, Vereinigtes Königreich

<https://orcid.org/0000-0002-1493-108X>

Rocco Micciolo

Universität Trient, Rovereto, Italien

<https://orcid.org/0000-0002-8299-9879>

Bericht vom World Statistics Congress, 16.-20. Juli 2023 in Ottawa

JOACHIM ENGEL, LUDWIGSBURG

Im Anschluss an die IASE Satellite Tagung in Toronto (siehe S. 28) fand in Ottawa der 64. World Statistics Congress statt. Er wird seit 1887 alle zwei Jahre vom International Statistical Institute (ISI) durchgeführt und gilt als weltweit führende Veranstaltung zu Statistik und Data Science. IASE ist eine von sieben Fachgesellschaften des ISI. Vier Tage waren gefüllt mit über 250 Sitzungen mit Vorträgen und Gesprächen. Neben eine Reihe von Sessions mit Schwerpunkten zu Lehre von Statistik haben mich persönlich mehrere Sitzungen zu ethischen Fragen um Daten und Statistik beeindruckt, geprägt vom Vorsitzenden der ISI Kommission Walter Radermacher. Anlässlich des World Statistics Congress traten die neuen Präsidenten von IASE ihre Amtszeit für die nächsten zwei Jahre an (siehe Bild):



Quelle: J. Engel (privat)

Dani Ben-Zvi (president, Israel), Alejandra Sorto (President elect, USA) und Ayse Bilgin (past president, Australien) , im Bild von rechts nach links.